

Manfred Filtz • Heino Henke

Übungsbuch Elektromagnetische Felder

2., bearbeitete Auflage

 Springer

Dr. Manfred Filtz
Professor Dr.-Ing. Heino Henke
Technische Universität Berlin
Fachgebiet Theoretische Elektrotechnik
Einsteinufer 17
10587 Berlin
manfred.filtz@tu-berlin.de
henke@tu-berlin.de

Extras im Web unter <http://www.springer.com/engineering/electronics/book/978-3-642-19741-3>

ISSN 0937-7433
ISBN 978-3-642-19741-3 e-ISBN 978-3-642-19742-0
DOI 10.1007/978-3-642-19742-0
Springer Heidelberg Dordrecht London New York

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2007, 2012

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Einbandentwurf: WMXDesign GmbH, Heidelberg

Gedruckt auf säurefreiem Papier

Springer ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media (www.springer.com)

Vorwort zur zweiten Auflage

Die nun erforderlich gewordene Neuauflage des Übungsbuches Elektromagnetische Felder wurde zum Anlass genommen, neben zehn neuen, komplett durchgerechneten und ausgewerteten Aufgaben auch einen mathematischen Anhang hinzuzufügen. Dieser soll die systematische Vorgehensweise bei der Behandlung zahlreicher Übungsaufgaben, denen die Laplace- bzw. Helmholtzgleichung zugrunde liegt, unterstützen und bietet u.a. eine ausgewählte Zusammenstellung allgemeiner Lösungsansätze der genannten Differentialgleichungen in verschiedenen Koordinatensystemen.

Bei den neu hinzugekommenen Aufgaben wurde wieder besonders darauf geachtet, dass diese einen offensichtlichen Bezug zu praktisch relevanten Problemstellungen aufweisen. Wer z.B. schon einmal den freien Fall eines starken Neodym-Magneten in einem Aluminiumrohr und die dabei auftretende und sehr beeindruckende Bremskraft der induzierten Wirbelströme beobachtet hat, wird sicherlich Interesse an der sich mit diesem Phänomen auseinandersetzenden Übungsaufgabe haben.

Animationen, die von uns im Internet zur Verfügung gestellt und stetig erweitert werden, sollen schließlich dazu dienen, abstrakte mathematische Ergebnisse, die sich in der Elektrodynamik leider nicht immer vermeiden lassen, zu veranschaulichen.

Berlin, im Herbst 2011

*Manfred Filtz
Heino Henke*

Vorwort

Die vorliegende Aufgabensammlung ist aus den „Übungen zur Theoretischen Elektrotechnik“ an der Technischen Universität Berlin hervorgegangen und als Ergänzung zum ebenfalls in diesem Verlag erschienenen Lehrbuch „Elektromagnetische Felder“ [Henke] gedacht. Insofern orientieren sich auch die hier verwendeten Symbole und Bezeichnungen an [Henke].

Die Aufgabensammlung richtet sich sowohl an Studierende ingenieur- und naturwissenschaftlicher Studiengänge als Hilfe für die Prüfungsvorbereitung und Wissensvertiefung als auch an Ingenieure, die nach effektiven Lösungsweegen für elektromagnetische Problemstellungen suchen. Man findet eine große Anzahl durchgerechneter Aufgaben aus den folgenden Teilgebieten:

- E** Elektrostatische Felder
- S** Stationäres **S**trömungsfeld
- M** Magnetostatische Felder
- Q** Langsam veränderliche (**Q**uasistationäre) Felder
- W** Beliebig zeitveränderliche Felder (**W**ellen)

Jedem dieser Teilgebiete ist eine kurze Zusammenfassung der notwendigen Formeln und Lösungsmethoden ohne Herleitungen vorangestellt. Dabei wird aber vorausgesetzt, dass der Leser bereits mit dem Stoff einigermaßen vertraut ist und sich hier nur noch einmal einen zusammenfassenden Überblick verschafft. Dieser Überblick erhebt außerdem nicht den Anspruch der Vollständigkeit. Die Nummerierung der Übungsaufgaben erfolgt zur besseren Orientierung durch Voranstellen der oben angegebenen Buchstaben für das jeweils behandelte Teilgebiet.

Die ausführlich durchgerechneten Beispiele sollen die grundsätzliche Vorgehensweise bei der Lösung elektromagnetischer Problemstellungen aufzeigen. Der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben variiert zum Teil deutlich. Es wurden nämlich absichtlich auch anspruchsvollere Probleme¹ behandelt, um die praktische Bedeutung aufzuzeigen, die das Gebiet der elektromagnetischen Feldtheorie in ganz unterschiedlichen Situationen gewonnen hat. Wir werden uns, um nur einige Beispiele zu nennen, u.a. mit

- der feldreduzierenden Wirkung eines Erdseils,
- elektrostatischen Linsen zur Fokussierung von Teilchenstrahlen,
- der Widerstandsmessung mit Hilfe der Vierspitzenmethode,
- transienten Vorgängen in einem Turbogenerator,
- der Verwendung magnetischer Wanderwellen in einer Wirbelstromkanone,
- der Abschirmung durch Wirbelströme,

¹ diese sind mit einem Stern gekennzeichnet

- dem elektrodynamischen Schweben (Levitation),
- einem phased array zur Erzeugung gerichteter Strahlung,
- einer einfachen Anordnung zur Radarabschirmung,
- einem Beispiel für die Entstehung von CERENKOV-Strahlung

befassen, zumindest unter Verwendung einfacher Modelle. Genannt werden soll an dieser Stelle auch noch die besonders für den Elektroingenieur wichtige Berechnung von Kapazitäten und Induktivitäten, wofür es zahlreiche Beispielaufgaben gibt. Dabei stehen natürlich im Rahmen dieses Buches vor allem die konkrete Berechnungsmethode und weniger technische Gesichtspunkte im Vordergrund.

Gerade bei den anspruchsvolleren Aufgabenstellungen wird besonders die Notwendigkeit der Modellbildung deutlich. Der Leser soll erkennen, wie durch sinnvolle Vernachlässigungen ein Problem einer analytischen Lösung zugänglich werden kann, ohne dass dabei die physikalischen Gegebenheiten zu stark verfälscht werden.

Selbstverständlich bedarf es zuvor einiger „Fingerübungen“, um sich schlussendlich an mehr praxisorientierte Probleme heranzuwagen. Dies hat zur Folge, dass nicht alle Aufgaben einen sofort ersichtlichen Praxisbezug aufweisen, sondern eher das Ziel verfolgen, eine bestimmte Arbeitsweise an einem einfachen Beispiel einzuüben.

Im Anschluss an die durchgerechneten Beispiele werden dann noch speziell zur Kontrolle des eigenen Lernfortschrittes kurze Ergänzungsaufgaben gestellt, bei denen nur das Resultat angegeben ist.

Im Gegensatz zur Mechanik wird bei Aufgaben zum Elektromagnetismus häufig ein gewisser Mangel an Anschaulichkeit beklagt. Das ist durchaus verständlich, denn wenn man sich auch über die Auswirkungen elektromagnetischer Felder im Klaren ist, so ist das Feld selbst natürlich nur eine auf FARADAY zurückgehende Abstraktion. Dennoch hat man auch hier die Möglichkeit der Veranschaulichung in Form sogenannter *Feldlinien* (FARADAYS lines of force). Daher werden in diesem Übungsbuch auch immer wieder solche Feldlinienbilder gezeigt. Sie illustrieren ein häufig unübersichtliches mathematisches Resultat und geben darüber hinaus die Möglichkeit, Ergebnisse auf ihre Plausibilität hin zu überprüfen. Dazu gehört sicherlich etwas Erfahrung, welche sich aber nach einer gewissen Zeit der Beschäftigung mit den Übungsaufgaben einstellen dürfte.

An dieser Stelle möchten wir den Tutoren des Fachgebietes Theoretische Elektrotechnik Claudia Choi, Joel Alain Tsemo Kamga sowie Abdurrahman Öz unseren besonderen Dank für das Korrekturlesen und Nachrechnen der Aufgaben aussprechen.

Inhaltsverzeichnis

1. Elektrostatische Felder	1
Zusammenfassung wichtiger Formeln	1
Grundgleichungen im Vakuum	1
Elementare Feldquellen	2
Superposition	2
Materie im elektrischen Feld	3
Differentialgleichungen für das Potential	3
Rand- und Stetigkeitsbedingungen	4
Elektrische Feldenergie	4
Elektrischer Fluss	5
Kapazität	5
Kräfte im elektrischen Feld	6
Spiegelungsverfahren	6
Aufgaben	7
E1 Kraftberechnung mit dem Coulomb'schen Gesetz	7
E2 Superposition von Ladungen	8
E3 Unendlich lange, gerade Linienladungen	8
E4 Kreisförmige Flächenladung	9
E5 Feldberechnung mit dem Gauß'schen Gesetz	10
E6 Halbkugelförmige Raumlading, Ladungsschwerpunkt .	12
E7 Lineare Dipolverteilung	14
E8 Elektrischer Liniendipol	15
E9 Dipolverteilung auf einer Fläche (Doppelschicht)	16
E10 Feldreduzierende Wirkung eines Erdseils	18
E11 Äquipotentialflächen	20
E12 Kapazität zwischen zylindrischen Leitern	21
E13* Polarisierete Platte	23
E14 Stetigkeitsbedingungen am dielektrischen Zylinder ...	26
E15 Spiegelung am dielektrischen Zylinder	27
E16 Linienladung vor einem dielektrischen Halbraum	29
E17 Energie einer kugelförmigen Raumlading	30
E18 Teilkapazitäten	31
E19 Kräfte an metallischen Oberflächen	33
E20 Elektrischer Dipol vor einer leitenden Kugel	34

E21	Kapazität einer Stabantenne	36
E22	Kapazität zwischen zwei Kugeln	37
E23	Randwertproblem in kartesischen Koordinaten	40
E24	Elektrostatische Linse (periodischer Fall)	43
E25*	Elektrostatische Linse (aperiodischer Fall)	47
E26	Homogen polarisierter Zylinder	50
E27	Sphärische Entwicklung des Potentials einer Ringladung	51
E28*	Lösung einer Poisson-Gleichung	55
	Ergänzungsaufgaben	59
2.	Stationäres Strömungsfeld	65
	Zusammenfassung wichtiger Formeln	65
	Grundgleichungen	65
	Elementare Feldquellen	66
	Rand- und Stetigkeitsbedingungen	66
	Stromwärmeverluste und Widerstand	67
	Spiegelungsverfahren	67
	Aufgaben	68
	S1 Kugelerder, Schrittspannung	68
	S2* Vierspitzenmethode	70
	S3 Elektrolytischer Trog	74
	S4 Widerstand einer leitenden Kreisscheibe	78
	S5 Luftblase im leitenden Volumen	81
	S6* Strömungsfeld in einer Kugel	82
	Ergänzungsaufgaben	87
3.	Magnetostatische Felder	89
	Zusammenfassung wichtiger Formeln	89
	Grundgleichungen im Vakuum	89
	Elementare Feldquellen	90
	Magnetfeld verteilter Ströme	90
	Materie im magnetischen Feld	91
	Differentialgleichungen für das Potential	91
	Rand- und Stetigkeitsbedingungen	92
	Magnetischer Fluss	92
	Magnetische Feldenergie und Induktivität	93
	Kräfte im magnetischen Feld	94
	Spiegelungsverfahren	94
	Aufgaben	94
	M1 Kraftberechnung mit dem Ampère'schen Gesetz	94
	M2 Leiterschleife im Feld einer Doppelleitung	96
	M3 Zylindrischer Leiter mit exzentrischer Bohrung	98
	M4 Feldberechnung mit dem Biot-Savart'schen Gesetz	99
	M5 Magnetischer Dipol vor einer Spule	102
	M6* Permanentmagnet	104

M7 Gegeninduktivität zwischen einer Kreisschleife und einer Doppelleitung 108

M8 Achsenfeld einer Spule 110

M9 Selbstinduktivität einer Spule 112

M10 Stromdurchflossene Bandleitung 113

M11 Strombedarf einer Railgun 116

M12 Doppelleitung über einem permeablen Halbraum 117

M13* Feldberechnung in einer elektrischen Maschine 121

M14 Erzeugung eines magnetischen Wanderfeldes 128

M15 Erzeugung eines magnetischen Drehfeldes 132

M16 Permeable Hohlkugel 135

Ergänzungsaufgaben 137

4. Quasistationäre Felder 143

Zusammenfassung wichtiger Formeln 143

 Grundlegende Gleichungen 143

 Ohm'sches Gesetz für bewegte Leiter 144

 Diffusionsgleichung und Eindringtiefe 144

 Komplexer Wechselstromwiderstand 145

Aufgaben 145

 Q1 Unipolarmaschine 145

 Q2 Induktion in einer bewegten Leiterschleife 147

 Q3 Induktion durch Rotation 149

 Q4 Lesespule über einem Magnetband (Skalarpotential) .. 151

 Q5* Lesespule über einem Magnetband (Vektorpotential) .. 153

 Q6 Stromverteilung in einem mehradrigen Kabel 155

 Q7 Induktionsofen 158

 Q8 Diffusion im leitenden Block (Laplace-Transformation) 161

 Q9 Diffusion im leitenden Block (Bernoulliansatz) 164

 Q10* Leitende Platten im transienten Magnetfeld 165

 Q11 Abschirmung durch leitende Kugelschalen 170

 Q12 Schirmung einer HF-Spule 174

 Q13 Rechteckhohlleiter im magnetischen Wechselfeld 176

 Q14* Doppelleitung über einer leitenden Platte 177

 Q15 Abschirmung einer leitenden Platte 181

 Q16* Bewegte Doppelleitung über einer leitenden Platte (Levitation) 183

 Q17* Wirbelstromkanone 187

 Q18 Stromverdrängung in einer Hochstabnut 191

 Q19* Wirbelstrombremse 193

 Q20 Schwebende Hohlkugel 197

Ergänzungsaufgaben 201

5. Beliebige zeitveränderliche Felder	205
Zusammenfassung wichtiger Formeln	205
Grundlegende Gleichungen	205
Homogene Wellengleichung	206
Komplexe Dielektrizitätskonstante	206
Poynting'scher Vektor	206
Ebene Wellen	207
Retardierte Potentiale	208
Hertz'scher Dipol	209
Geführte Wellen in Hohlleitern	209
Aufgaben	210
W1 Anpassung von Leitungen	210
W2 Ebene Welle, elliptische Polarisaton	212
W3 Reflexion am geschichteten Medium	216
W4 Unterdrückung von Radarechos	218
W5 Hertz'scher Dipol vor einer leitenden Ecke	221
W6 Phased Array mit Hertz'schen Dipolen	223
W7* Gruppenstrahler mit $\lambda/2$ -Dipolen	226
W8 Verluste in einer Parallelplattenleitung	229
W9 Parallelplattenleitung mit Dielektrikum	231
W10 Rechteckhohlleiter mit Anregung	234
W11 Wellen im Koaxialkabel	237
W12 Rundhohlleiter mit dielektrischer Beschichtung	241
W13 Anregung eines Rundhohlleiters	242
W14* Rechteckresonator mit Anregung	245
W15* Dielektrischer Resonator	248
W16 Kugelschalenresonator	252
W17* Cerenkov-Strahlung	254
W18 Komplexer Energiesatz	259
W19 Innerer Wechselstromwiderstand eines Leiters	260
Ergänzungsaufgaben	261
A. Mathematischer Anhang	265
A.1 Lösungsansätze der Laplace-Gleichung	266
A.1.1 Ebenes Skalarfeld in kartesischen Koordinaten	266
A.1.2 Ebenes Skalarfeld in Polarkoordinaten	266
A.1.3 Rotationssymmetrisches Skalarfeld in Zylinder-	
koordinaten	267
A.1.4 Rotationssymmetrisches Vektorfeld in Zylinder-	
koordinaten	267
A.1.5 Rotationssymmetrisches Skalarfeld in Kugel-	
koordinaten	268
A.1.6 Rotationssymmetrisches Vektorfeld in Kugel-	
koordinaten	268
A.2 Lösungsansätze der Helmholtz-Gleichung	268

A.2.1 Ebenes Skalarfeld in kartesischen Koordinaten 268

A.2.2 Ebenes Skalarfeld in Polarkoordinaten 269

A.2.3 Rotationssymmetrisches Skalarfeld in Zylinder-
koordinaten..... 269

A.2.4 Rotationssymmetrisches Vektorfeld in Zylinder-
koordinaten..... 270

A.2.5 Rotationssymmetrisches Vektorfeld in Kugel-
koordinaten..... 270

A.3 Einige Beziehungen spezieller Funktionen 271

 A.3.1 Zylinderfunktionen 271

 A.3.2 Kugelfunktionen 272

Animationen im Internet 273

Literaturverzeichnis 275

Sachverzeichnis 277