

Springer-Lehrbuch

Grundkurs Theoretische Physik

Band 1

Klassische Mechanik

8. Auflage

ISBN: 978-3-540-34832-0

Band 2

Analytische Mechanik

7. Auflage

ISBN: 978-3-540-30660-3

Band 3

Elektrodynamik

8. Auflage

ISBN: 978-3-540-71251-0

Band 4

Spezielle Relativitätstheorie,
Thermodynamik

6., aktualisierte Auflage

ISBN: 978-3-540-24119-5

Band 5/1

Quantenmechanik –
Grundlagen

7. Auflage

ISBN: 978-3-540-68868-6

Band 5/2

Quantenmechanik –
Methoden
und Anwendungen

6., überarbeitete Auflage

ISBN: 978-3-540-26035-6

Band 6

Statistische Physik

6. Auflage

ISBN: 978-3-540-68870-9

Band 7

Viel-Teilchen-Theorie

7., aktualisierte Auflage

ISBN: 978-3-642-01605-9

Wolfgang Nolting

Grundkurs Theoretische Physik 7

Viel-Teilchen-Theorie

7., aktualisierte Auflage

Mit 163 Abbildungen
und 113 Aufgaben mit vollständigen Lösungen

 Springer

Professor Wolfgang Nolting
Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Physik
Newtonstraße 15
12489 Berlin
Deutschland
nolting@physik.hu-berlin.de

Umschlagabbildung: siehe Seite 341

ISSN 0937-7433

ISBN 978-3-642-01605-9

e-ISBN 978-3-642-01606-6

DOI 10.1007/978-3-642-01606-6

Springer Dordrecht Heidelberg London New York

ISBN 978-3-540-24117-5 6. Auflage Springer Berlin Heidelberg New York

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2002, 2005, 2009

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funk- sendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Einbandgestaltung: WMXDesign GmbH, Heidelberg

Satz und Herstellung: le-tex publishing services GmbH, Leipzig

Gedruckt auf säurefreiem Papier

Springer ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media (www.springer.de)

Allgemeines Vorwort

Die sieben Bände der Reihe „*Grundkurs Theoretische Physik*“ sind als direkte Begleiter zum Hochschulstudium Physik gedacht. Sie sollen in kompakter Form das wichtigste theoretisch-physikalische Rüstzeug vermitteln, auf dem aufgebaut werden kann, um anspruchsvollere Themen und Probleme im fortgeschrittenen Studium und in der physikalischen Forschung bewältigen zu können.

Die Konzeption ist so angelegt, dass der erste Teil des Kurses,

Klassische Mechanik (Band 1)

Analytische Mechanik (Band 2)

Elektrodynamik (Band 3)

Spezielle Relativitätstheorie, Thermodynamik (Band 4),

als Theorieteil eines „*Integrierten Kurses*“ aus Experimentalphysik und Theoretischer Physik, wie er inzwischen an zahlreichen deutschen Universitäten vom ersten Semester an angeboten wird, zu verstehen ist. Die Darstellung ist deshalb bewusst ausführlich, manchmal sicher auf Kosten einer gewissen Eleganz, und in sich abgeschlossen gehalten, sodass der Kurs auch zum Selbststudium ohne Sekundärliteratur geeignet ist. Es wird nichts vorausgesetzt, was nicht an früherer Stelle der Reihe behandelt worden ist. Dies gilt insbesondere auch für die benötigte Mathematik, die vollständig so weit entwickelt wird, dass mit ihr theoretisch-physikalische Probleme bereits vom Studienbeginn an gelöst werden können. Dabei werden die mathematischen Einschübe immer dann eingefügt, wenn sie für das weitere Vorgehen im Programm der Theoretischen Physik unverzichtbar werden. Es versteht sich von selbst, dass in einem solchen Konzept nicht alle mathematischen Theorien mit absoluter Strenge bewiesen und abgeleitet werden können. Da muss bisweilen ein Verweis auf entsprechende mathematische Vorlesungen und vertiefende Lehrbuchliteratur erlaubt sein. Ich habe mich aber trotzdem um eine halbwegs abgerundete Darstellung bemüht, sodass die mathematischen Techniken nicht nur angewendet werden können, sondern dem Leser zumindest auch plausibel erscheinen.

Die mathematischen Einschübe werden natürlich vor allem in den ersten Bänden der Reihe notwendig, die den Stoff bis zum Physik-Vordiplom beinhalten. Im zweiten Teil des Kurses, der sich mit den modernen Disziplinen der Theoretischen Physik befasst,

Quantenmechanik: Grundlagen (Band 5/1)

Quantenmechanik: Methoden und Anwendungen (Band 5/2)

Statistische Physik (Band 6)

Viel-Teilchen-Theorie (Band 7),

sind sie weitgehend überflüssig geworden, insbesondere auch deswegen, weil im Physik-Studium inzwischen die Mathematik-Ausbildung Anschluss gefunden hat. Der frühe Beginn der Theorie-Ausbildung bereits im ersten Semester gestattet es,

die *Grundlagen der Quantenmechanik* schon vor dem Vordiplom zu behandeln. Der Stoff der letzten drei Bände kann natürlich nicht mehr Bestandteil eines „*Integrierten Kurses*“ sein, sondern wird wohl überall in reinen Theorie-Vorlesungen vermittelt. Das gilt insbesondere für die „*Viel-Teilchen-Theorie*“, die bisweilen auch unter anderen Bezeichnungen wie „*Höhere Quantenmechanik*“ etwa im achten Fachsemester angeboten wird. Hier werden neue, über den Stoff des Grundstudiums hinausgehende Methoden und Konzepte diskutiert, die insbesondere für korrelierte Systeme aus vielen Teilchen entwickelt wurden und für den erfolgreichen Übergang zu wissenschaftlichem Arbeiten (Diplom, Promotion) und für das Lesen von Forschungsliteratur inzwischen unentbehrlich geworden sind.

In allen Bänden der Reihe „*Grundkurs Theoretische Physik*“ sollen zahlreiche Übungsaufgaben dazu dienen, den erlernten Stoff durch konkrete Anwendungen zu vertiefen und richtig einzusetzen. Eigenständige Versuche, abstrakte Konzepte der Theoretischen Physik zur Lösung realer Probleme aufzubereiten, sind absolut unverzichtbar für den Lernenden. Ausführliche Lösungsanleitungen helfen bei größeren Schwierigkeiten und testen eigene Versuche, sollten aber nicht dazu verleiten, „*aus Bequemlichkeit*“ eigene Anstrengungen zu unterlassen. Nach jedem größeren Kapitel sind Kontrollfragen angefügt, die dem Selbsttest dienen und für Prüfungsvorbereitungen nützlich sein können.

Ich möchte nicht vergessen, an dieser Stelle allen denen zu danken, die in irgendeiner Weise zum Gelingen dieser Buchreihe beigetragen haben. Die einzelnen Bände sind letztlich auf der Grundlage von Vorlesungen entstanden, die ich an den Universitäten in Münster, Würzburg, Osnabrück, Valladolid (Spanien), Warangal (Indien) sowie in Berlin gehalten habe. Das Interesse und die konstruktive Kritik der Studenten bedeuteten für mich entscheidende Motivation, die Mühe der Erstellung eines doch recht umfangreichen Manuskripts als sinnvoll anzusehen. In der Folgezeit habe ich von zahlreichen Kollegen wertvolle Verbesserungsvorschläge erhalten, die dazu geführt haben, das Konzept und die Ausführung der Reihe weiter auszubauen und aufzuwerten.

Die ersten Auflagen dieser Buchreihe sind im Verlag Zimmermann-Neufang entstanden. Ich kann mich an eine sehr faire und stets erfreuliche Zusammenarbeit erinnern. Danach erschien die Reihe bei Vieweg. Die Übernahme der Reihe durch den Springer-Verlag im Januar 2001 hat dann zu weiteren professionellen Verbesserungen im Erscheinungsbild des „*Grundkurs Theoretische Physik*“ geführt. Herrn Dr. Schneider und seinem Team bin ich für viele Vorschläge und Anregungen sehr dankbar. Meine Manuskripte scheinen in guten Händen zu liegen.

Berlin, im April 2001

Wolfgang Nolting

Vorwort zur 7. Auflage von Band 7

Am eigentlichen Konzept des „*Grundkurs Theoretische Physik*“ und damit auch an dem siebten Band der Reihe („*Viel-Teilchen-Theorie*“) hat sich natürlich mit der vorliegenden neuen Auflage nichts geändert. Er ist nach wie vor auf ein Physik-Studienprogramm zugeschnitten, das bereits im ersten Semester mit der Theoretischen Physik (Mechanik) beginnt, so wie es die meisten neuen Bachelor/Master-Studienordnungen an deutschen Hochschulen vorsehen. Techniken und Konzepte werden weiterhin so detailliert vermittelt, dass ein Selbststudium ohne aufwändige Zusatzliteratur möglich sein sollte. In diesem Zusammenhang spielen natürlich die Übungsaufgaben, die nach jedem wichtigen Teilabschnitt angeboten werden, eine für den Lerneffekt unverzichtbare Rolle. Die recht anspruchsvolle „*Viel-Teilchen-Theorie*“, die möglicherweise unter anderer Bezeichnung („*Höhere Quantenmechanik*“, „*Ausgewählte Kapitel der Theoretischen Physik*“, . . .) einem späten Modul des Masterprogramms zuzurechnen ist oder zur Vorbereitung einer Masterarbeit benötigt wird, macht das übende Anwenden von Konzepten und Methoden sogar besonders notwendig. Dabei sollten die ausführlichen Musterlösungen nicht von der selbständigen Bearbeitung der Aufgaben abhalten, sondern nur als Kontrolle der eigenen Bemühungen dienen. Die jetzt vorliegende 7. Auflage besitzt ein erweitertes Aufgabenangebot, kleinere Korrekturen im Text, einen Einschub zur Hochenergieentwicklung Green'scher Funktionen und ein zusätzliches Kapitel „*Spektroskopien, Spektraldichte*“, das einen Bezug der vielteilchentheoretischen Basis-Funktionen zu experimentellen Spektroskopien herstellen soll.

Wie auch schon bei den früheren Auflagen haben ich sehr von Kommentaren, Druckfehlermeldungen und diversen Verbesserungsvorschlägen zahlreicher Kollegen und insbesondere Studierender profitiert. Dafür möchte ich mich an dieser Stelle ganz herzlich bedanken. Die Zusammenarbeit mit dem Springer-Verlag, insbesondere mit Herrn Dr. T. Schneider, verlief, wie auch früher schon, absolut reibungslos und produktiv.

Berlin, im August 2009

Wolfgang Nolting

Inhaltsverzeichnis

1	Die Zweite Quantisierung	
1.1	Identische Teilchen	4
1.2	„Kontinuierliche“ Fock-Darstellung	9
1.3	„Diskrete“ Fock-Darstellung	21
1.4	Aufgaben	28
1.5	Kontrollfragen	34
2	Viel-Teilchen-Modellsysteme	
2.1	Kristallelektronen	40
2.1.1	Nicht wechselwirkende Bloch-Elektronen	40
2.1.2	Jellium-Modell	46
2.1.3	Hubbard-Modell	56
2.1.4	Aufgaben	60
2.2	Gitterschwingungen	65
2.2.1	Harmonische Näherung.....	65
2.2.2	Phononengas	69
2.2.3	Aufgaben	75
2.3	Elektron-Phonon-Wechselwirkung.....	77
2.3.1	Hamilton-Operator	77
2.3.2	Effektive Elektron-Elektron-Wechselwirkung.....	81
2.3.3	Aufgaben.....	84
2.4	Spinwellen	88
2.4.1	Klassifikation der magnetischen Festkörper	89
2.4.2	Modellvorstellungen	91
2.4.3	Magnonen	94
2.4.4	Spinwellennäherung	99
2.4.5	Aufgaben.....	100
2.5	Kontrollfragen	104
3	Green-Funktionen	
3.1	Vorbereitungen.....	109
3.1.1	Bilder	109
3.1.2	Linear-Response-Theorie	115
3.1.3	Magnetische Suszeptibilität.....	119
3.1.4	Elektrische Leitfähigkeit.....	121
3.1.5	Dielektrizitätsfunktion	123
3.1.6	Spektroskopien, Spektraldichte	125
3.1.7	Aufgaben	130

3.2	Zweizeitige Green-Funktionen	133
3.2.1	Bewegungsgleichungen	133
3.2.2	Spektraldarstellungen	137
3.2.3	Spektraltheorem	141
3.2.4	Exakte Relationen	143
3.2.5	Kramers-Kronig-Relationen	147
3.2.6	Aufgaben	149
3.3	Erste Anwendungen	152
3.3.1	Nicht wechselwirkende Bloch-Elektronen	152
3.3.2	Freie Spinwellen	157
3.3.3	Das Zwei-Spin-Problem	159
3.3.4	Aufgaben	170
3.4	Das Quasiteilchenkonzept	173
3.4.1	Ein-Elektronen-Green-Funktion	173
3.4.2	Elektronische Selbstenergie	176
3.4.3	Quasiteilchen	180
3.4.4	Quasiteilchenzustandsdichte	185
3.4.5	Innere Energie	187
3.4.6	Aufgaben	190
3.5	Kontrollfragen	192
4	Wechselwirkende Teilchensysteme	
4.1	Festkörperelektronen	199
4.1.1	Der Grenzfall des unendlich schmalen Bandes	199
4.1.2	Hartree-Fock-Näherung	202
4.1.3	Elektronenkorrelationen	207
4.1.4	Interpolationsmethode	211
4.1.5	Momentenmethode	212
4.1.6	Das exakt halbgefüllte Band	221
4.1.7	Aufgaben	225
4.2	Kollektive elektronische Anregungen	229
4.2.1	Ladungsabschirmung (Thomas-Fermi-Näherung)	230
4.2.2	Ladungsdichtewellen, Plasmonen	234
4.2.3	Spindichtewellen, Magnonen	243
4.2.4	Aufgaben	246
4.3	Elementaranregungen in ungeordneten Legierungen	249
4.3.1	Problemstellung	249
4.3.2	Methode des effektiven Mediums	253
4.3.3	Coherent Potential Approximation	255

4.3.4	Diagrammatische Methoden	259
4.3.5	Anwendungen	269
4.4	Spinsysteme	270
4.4.1	Tyablikow-Näherung	270
4.4.2	„Renormierte“ Spinwellen	277
4.4.3	Aufgaben	282
4.5	Elektron-Magnon-Wechselwirkung	283
4.5.1	Magnetische $4f$ -Systeme (s - f -Modell)	284
4.5.2	Das unendlich schmale Band	286
4.5.3	Legierungsanalogie	292
4.5.4	Das magnetische Polaron	294
4.5.5	Aufgaben	302
4.6	Kontrollfragen	304
5	Störungstheorie ($T = 0$)	
5.1	Kausale Green-Funktion	311
5.1.1	„Konventionelle“ zeitunabhängige Störungstheorie ...	311
5.1.2	„Adiabatisches Einschalten“ der Wechselwirkung	315
5.1.3	Kausale Green-Funktion	321
5.1.4	Aufgaben	324
5.2	Das Wick'sche Theorem	326
5.2.1	Das Normalprodukt	326
5.2.2	Der Wick'sche Satz	329
5.2.3	Aufgaben	335
5.3	Feynman-Diagramme	335
5.3.1	Störungsentwicklung für die Vakuumamplitude	336
5.3.2	Linked-Cluster-Theorem	345
5.3.3	Hauptsatz von den zusammenhängenden Diagrammen	349
5.3.4	Aufgaben	352
5.4	Ein-Teilchen-Green-Funktion	353
5.4.1	Diagrammatische Störreihe	353
5.4.2	Dyson-Gleichung	359
5.4.3	Aufgaben	362
5.5	Grundzustandsenergie des Elektronengases (Jellium-Modell)	363
5.5.1	Störungstheorie erster Ordnung	363
5.5.2	Störungstheorie zweiter Ordnung	366
5.5.3	Korrelationsenergie	371

5.6	Diagrammatische Partialsummen	382
5.6.1	Polarisationspropagator	382
5.6.2	Effektive Wechselwirkung.....	388
5.6.3	Vertexfunktion.....	393
5.6.4	Aufgaben.....	396
5.7	Kontrollfragen	398
6	Störungstheorie bei endlichen Temperaturen	
6.1	Matsubara-Methode	403
6.1.1	Matsubara-Funktionen	403
6.1.2	Großkanonische Zustandssumme	409
6.1.3	Ein-Teilchen-Matsubara-Funktion	411
6.2	Diagrammatische Störungstheorie	415
6.2.1	Das Wick'sche Theorem	415
6.2.2	Diagrammanalyse der großkanonischen Zustandssumme	419
6.2.3	Ringdiagramme	426
6.2.4	Ein-Teilchen-Matsubara-Funktion	429
6.3	Kontrollfragen	434
	Lösungen der Übungsaufgaben	437
	Sachverzeichnis	585