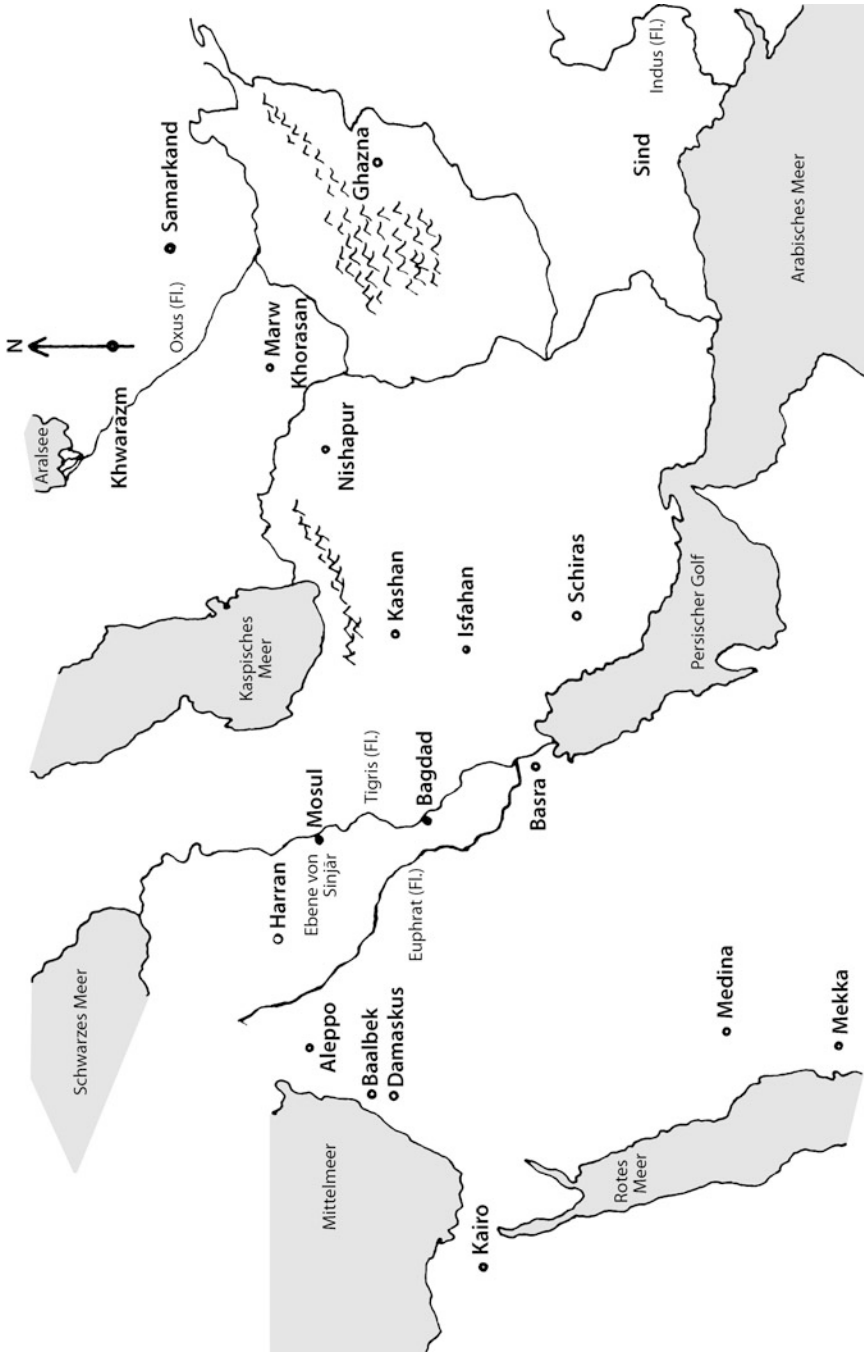


Mathematik im mittelalterlichen Islam



Karte mit den wichtigsten der im Text genannten Städte

J. Lennart Berggren

Mathematik im mittelalterlichen Islam

Übersetzung aus dem Englischen
von Petra G. Schmidl
in Zusammenarbeit
mit Heinz Klaus Strick

 Springer

Autor
J. Lennart Berggren
Department of Mathematics
Simon Fraser University
8888 University Dr.
Burnaby, B.C.
Canada V5A 1S6
berggren@sfu.ca

Übersetzerin
Petra G. Schmidl
Institut für Geschichte
der Naturwissenschaften
Johann Wolfgang Goethe-Universität
Robert-Mayer-Straße 1
D-60054 Frankfurt
schmidl@em.uni-frankfurt.de

Englische Originalausgabe *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam* von J. L. Berggren, Copyright 1986 Springer-Verlag New York, Inc.

Auf dem Cover wurden drei Fotos von Prof. Alten verwendet und ein Foto von Michel Valdrighi (die Statue von Al-Khwarizmi, <http://www.flickr.com/photos/michelv/1678696282/>):

- a) das rekonstruierte Observatorium in Jaipur (Foto mit freundlicher Genehmigung von H.-W. Alten)
- b) geometrisches Ornament mit floralen Motiven am Mausoleum Usta Ali in Shah-i-Sinda, Samarkand (Foto mit freundlicher Genehmigung von H.-W. Alten)
- c) Medresse des Ulugh Beg am Registan in Samarkand, Usbekistan (Foto mit freundlicher Genehmigung von H.-W. Alten)
- d) Statue of Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi (Foto mit freundlicher Genehmigung von Michel Valdrighi)

Für einige Abbildungen in diesem Buch ist es uns nicht gelungen, die Rechtsinhaber zu ermitteln bzw. unsere Anfragen blieben unbeantwortet. Betroffene und Personen, die zur Klärung in einzelnen Fällen beitragen können, werden gebeten, sich beim Autor oder Verlag zu melden.

ISBN 978-3-540-76687-2

e-ISBN 978-3-540-76688-9

DOI 10.1007/978-3-540-76688-9

Springer Heidelberg Dordrecht London New York

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Mathematics Subject Classification (2000): 01-XX, 01A30

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2011

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Einbandentwurf: WMXDesign GmbH, Heidelberg

Gedruckt auf säurefreiem Papier

Springer ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media (www.springer.de)

Für meine Eltern
Evelyn und Thorsten Berggren

Vorwort zur deutschen Übersetzung

Anfang 2006 schrieb mir Martin Peters, dass der Springer-Verlag gerne eine deutsche Übersetzung meines Buches *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam* in Auftrag geben und veröffentlichen möchte. Auch wenn ich anfänglich wirklich überrascht war, hat mich die Anfrage an sich doch sehr gefreut. Denn immerhin waren, seit der Springer-Verlag die englische Originalausgabe 1986 veröffentlicht hatte, fast zwanzig Jahre vergangen. Seither sind eine ganze Reihe von Leistungen der mittelalterlichen islamischen Mathematik entdeckt und untersucht worden. Als ich das Buch jedoch noch einmal las, schien mir, dass diese neuen Entdeckungen die Bedeutung der einzelnen Episoden, die darin besprochen werden, nicht schmälerten. Dass inzwischen mehr gesagt werden kann – beispielsweise über die mittelalterlichen islamischen Leistungen in der Zahlentheorie, in der Kombinatorik und bei den mathematischen Anwendungen – erweitert die in diesem Buch berichtete Geschichte, ändert aber seine Botschaft nicht grundlegend.

Trotzdem hat sich natürlich einiges geändert. Zuallererst wurden einige in der englischen Fassung vorhandene Fehler beseitigt. Zu einem Großteil ist dies der sorgfältigen Arbeit der Übersetzerin, Petra G. Schmidl, zu verdanken, die einen wichtigen Beitrag zur Erstellung dieses Bandes leistete. Über die Jahre hinweg hatten mich schon einige Kollegen auf Fehler im Buch hingewiesen. Hier habe ich besonders Sonja Brentjes und Jan P. Hogendijk zu danken.

Die offensichtlichste Änderung liegt jedoch in der Verwendung von farbigen Abbildungen in der deutschen Ausgabe. Ich bin den Herausgebern für diese Entscheidung sehr dankbar. Für die auf dem Einband zu sehenden Photos danke ich Heinz-Wilhelm Alten und Michel Valdrigi, die freundlicherweise ihre Genehmigung erteilt haben, so dass die von ihnen auf ihren Reisen gemachten Photographien verwendet werden konnten. Ganz besonders danke ich meinem Freund (und ersten Arabischlehrer), Hanna Kassis, der sein Photoarchiv durchsucht hat, um die farbigen Originale einer An-

zahl von Photos zu finden, die im ersten Kapitel der englischen Fassung lediglich in Schwarzweiß veröffentlicht worden waren.

Schließlich habe ich noch die Bibliographie auf den neuesten Stand gebracht, einige Hinweise auf die deutsche Literatur ergänzt, einige wenige Diagramme neu gezeichnet und einige sehr wenige Übungen am Ende der Kapitel geändert.

Den wichtigen Beitrag, den die Übersetzerin, Petra G. Schmidl geleistet hat – und der weit über die Aufgaben eines Übersetzers hinausging – hatte ich schon erwähnt. Ebenfalls möchte ich mich an dieser Stelle ganz herzlich bei Heinz Klaus Strick bedanken, der die Übersetzung gründlich gelesen hat und eine Vielzahl sehr hilfreicher Vorschläge gemacht hat, die bei der Erstellung der finalen Version berücksichtigt wurden. Nicht zuletzt war es seine Idee, eine Reihe von Briefmarken von Mathematikern aufzunehmen, um die es in diesem Buch geht, und mir diese freundlicherweise zur Verfügung zu stellen. Ich möchte meinen aufrichtigen Dank aber auch gegenüber Martin Peters Assistentin beim Springer-Verlag, Ruth Allewelt, zum Ausdruck bringen. Geduldig hat sie sich um meine zahlreichen Anfragen gekümmert, mich, wenn es nötig war, zur Arbeit angehalten, und sich bereitwillig um meine kurz vor Schluss vorgebrachten Bitten gekümmert. All den hier Genannten gebührt mein aufrichtiger Dank.

J. Lennart Berggren

Vorwort zur englischen Ausgabe

Viele der heute lebenden Menschen wissen, was die moderne Mathematik der mittelalterlichen Kultur verdankt. Sie wissen, dass „Algebra“ ein arabisches Wort ist und sie sprechen von arabischen Ziffern. In den vergangenen Jahren haben Mathematikhistoriker auch wieder neu gelernt, was unsere Vorfahren im Mittelalter und in der Renaissance wussten: Der islamische Beitrag beeinflusste die Entwicklung in allen Teilgebieten der Mathematik im Okzident und vielfach war er von entscheidender Bedeutung. Trotzdem befasst sich keines der englischsprachigen Lehrbücher zur Geschichte der Mathematik – über allgemeine Bemerkungen hinausgehend – mit diesem islamischen Einfluss. Dies ist bedauerndswert, nicht nur vom wissenschaftlichen Standpunkt aus, sondern auch unter pädagogischen Gesichtspunkten; denn die islamischen Beiträge enthalten einige „Edelsteine“ des mathematischen Denkens, die für jeden zugänglich sind, der sich bis zur Hochschulreife mit Mathematik beschäftigt hat. Viele dieser Beiträge stellen wichtige Phasen in der Entwicklung der dezimalen Arithmetik, der ebenen und der sphärischen Trigonometrie, der Algebra und mathematischer Verfahren wie der Interpolation oder der Approximation bei der Lösung von Gleichungen dar.

Der vorliegende Text unternimmt den Versuch, diese Lücke zu schließen. Meine ursprüngliche Idee war es, ein Buch nach dem großartigen Vorbild *Episodes from the Early History of Mathematics*, verfasst von Asger Aaboe, zu schreiben. Jedoch erkannte ich bald, dass es nicht möglich ist, für die Geschichte der Mathematik in der islamischen Welt eine allgemeine Darstellung des historischen Hintergrunds anzugeben, vor dem ich einige Höhepunkte hervorheben könnte – so wie dies in T. L. Heaths zweibändiger *History of Greek Mathematics* für die griechische Antike geschieht. Außerdem enthält das islamische Material eine vergleichsweise große Zahl von kurzen, aber wichtigen Abhandlungen – ganz anders als das griechische, bei dem einige wenige Werke dominieren. Aus diesen beiden Gründen musste ich mehr Hintergrundwissen als ursprünglich geplant aufnehmen und einen stärker zusammenhängenden Bericht der 600 Jahre dauernden Epo-

che liefern. Hiervon abgesehen kommt in diesem Buch meine Überzeugung zum Ausdruck, dass ein ordentliches Studium der Mathematikgeschichte mit einem Studium der Texte selbst beginnen sollte. Aus diesem Grund habe ich die einzelnen Kapitel nicht als bloße Auflistung von Ergebnissen konzipiert, sondern eher als Zusammenstellung von Auszügen aus mathematischen Abhandlungen, an die ich mich möglichst genau gehalten habe – soweit mir dies für eine einführende Studie vertretbar erschien. Wenn ich von den Originaltexten abgewichen bin, dann meistens deshalb, weil ich Abkürzungen oder symbolische Schreibweisen verwendet habe, wo in den Texten Wörter stehen. Auf jeden Fall habe ich immer versucht, das Ausmaß meiner Abweichungen offenzulegen, sodass der Leser eine Vorstellung vom Charakter der fraglichen Abhandlung bekommen kann.

Auch wenn man eine Studie zur Mathematikgeschichte mit einer Lektüre der Originaltexte beginnt, wird schnell klar, dass diese Abhandlungen in einem Kontext entstanden sind. Jede Abhandlung ist nur ein Teil eines Netzwerks von Abhandlungen, die ihrerseits in einer besonderen Kultur eingebettet sind, und diese Kultur steht wiederum in Beziehung zu anderen Kulturen, geografisch wie historisch. Ich habe in einem gewissen Ausmaß versucht, diese Beziehungen darzustellen. Meine Studien der islamischen Mathematik haben mir auch bewusst gemacht, dass einige Besonderheiten Antworten auf die sich entwickelnden Erfordernisse aus der islamischen Glaubenspraxis waren, und ich habe in den Kap. 1, 2, 4 und 6 versucht, auf einige dieser Besonderheiten in den Abschnitten mit der Überschrift „Die islamische Dimension“ hinzuweisen. Auch der Abschnitt über islamische Kunst in Kap. 3 hat mit diesem Aspekt zu tun.

Gleichzeitig wurde die islamische Mathematik, wie auch die islamische Kultur selbst, stark von anderen Hochkulturen beeinflusst – einige, die früher existierten, aber auch andere, die zeitgleich existierten. Im Hinblick auf die Geschichte der (islamischen) Mathematik hatten die griechische und die indische Kultur die größte Bedeutung. Entsprechend habe ich auch versucht, die Teile der griechischen und der indischen Mathematik herauszustellen, die von den Mathematikern der islamischen Welt genutzt wurden.

Ich habe nicht versucht, eine „Geschichte der Mathematik im mittelalterlichen Islam“ zu schreiben. Ein solches Buch kann noch nicht geschrieben werden, da bisher nicht ausreichend Material untersucht wurde, sodass wir über die ganze Geschichte insgesamt nicht genügend wissen. (Einem solchen Werk kommt A. P. Youschkevitchs herausragendes *Les mathématiques arabes (VIIe–XVe siècles)* am nächsten. Es ist in Paris bei J. Vrin 1976 erschienen – die Erstauflage erschien 1961, 1963 folgte dann eine deutsche Übersetzung mit zahlreichen Ergänzungen und Änderungen im dritten Kapitel von A. P. Juschkevitchs *Geschichte der Mathematik im Mittelalter*). Mein Ziel war es vielmehr, einige der Wege aufzuzeigen, auf denen Autoren der islamischen Welt Beiträge zur Entwicklung der Mathematik leisteten, so wie sie heute an Gymnasien gelehrt wird, und daher sind die in diesem Buch hauptsächlich behandelten Themen solche aus der Arithmetik, der Alge-

bra, der Geometrie und der Trigonometrie. Aber auch diese Gebiete habe ich nicht erschöpfend behandelt und insbesondere habe ich einige Aspekte ausgelassen, die weit über die Schulmathematik hinausgehen. Zudem habe ich mich auf Entwicklungen in östlichen Regionen der islamischen Welt konzentriert, hauptsächlich weil ich diese Gebiete am besten kenne, und weil es sich als realisierbar erwies, alle von mir geplanten Punkte mit Beispielen aus diesen Gegenden zu veranschaulichen.

In diesem Buch habe ich das Wort „arabisch“ lediglich zur Bezeichnung der Sprache verwendet und als „Araber“ habe ich nur jemanden bezeichnet, der von der arabischen Halbinsel kommt. Viele, die sich selbst als „Araber“ bezeichnen würden, werden durch diesen meinen Sprachgebrauch ausgeschlossen, aber die Bedeutung des Wortes „Araber“ hat sich – selbst in der arabischsprachigen Welt – über die Jahrhunderte zu sehr verschoben, als dass es für mich von Nutzen gewesen wäre. Ich bevorzuge die Bezeichnung „islamisch“ für die Kultur, deren mathematische Leistungen ich beschreiben werde. Denn obwohl die islamische Welt Heimat von Männern und Frauen vieler verschiedener Rassen und Glaubensrichtungen war, wurden ihre wesentlichen Merkmale doch von denjenigen geprägt, die sich zu dem islamischen Glauben bekannten, dass es keinen Gott gibt außer Gott und Muḥammad sein Gesandter ist.

Einige Besonderheiten des Buchs sollen hier noch erwähnt werden. Ich habe eine Karte (S. II) beigefügt, sodass der Leser die Orte ausfindig machen kann, an denen sich die Geschichte abspielte. Zudem habe ich Fotografien von Orten und zugehörigen Kunstwerken in meinen Bericht aufgenommen, um beispielsweise den Lesern zu helfen, sich den Namen von al-Kāshī einzuprägen, wenn sie ein Foto seines Observatoriums sehen. Damit der Leser nicht von Jahresangaben der Form „946–947“ verwirrt wird, sollte hier noch angemerkt werden, dass das muslimische Jahr ein Mond- und kein Sonnenjahr ist. Folglich ist es ungefähr elf Tage kürzer als das „westliche“ Jahr und es kommt häufig vor, dass das muslimische Jahr in einem Jahr unserer Zeitrechnung beginnt und im nächsten endet. Wenn uns also unsere arabischen Quellen lediglich mitteilen, dass Ibn Fūlān in einem bestimmten Jahr nach muslimischer Zeitrechnung geboren wurde, dann können wir normalerweise nicht genauer sein, als dass wir die beiden Jahre nach unserer Zeitrechnung zuordnen. Zum Schluss noch: Hinweise im Text von der Art „Smith“ (oder Smith, 1984) beziehen sich auf die Arbeit von Smith, die in der Bibliografie am Ende des Kapitels genannt ist (oder aber auf eine Arbeit, die er 1984 veröffentlicht hat, wenn mehr als ein Werk verzeichnet ist).

Es bleibt noch denen zu danken, die mir bei der Vorbereitung dieses Buches geholfen haben. Asger Aaboe (Yale University) hat mich wesentlich hinsichtlich meiner Herangehensweise zum Studium der Geschichte der Mathematik geprägt. Für seine Jahre der Anleitung, der Ermutigung und der Freundschaft danke ich ihm. E. S. Kennedy gewährte mir Zugang zu seiner bemerkenswerten Bibliothek in 'Ainab im Libanon, als ich mit

der Lektüre für dieses Buch begann. Er und seine Frau Mary Helen haben meine Familie sowohl im Libanon als auch in Syrien mit übergroßer Gastfreundlichkeit aufgenommen. Ihnen beiden gebührt ebenfalls mein besonderer Dank. Außerdem möchte ich Hanna Kassis und David King dafür danken, dass sie mir Fotografien aus ihren privaten Sammlungen zur Verfügung stellten. Ich sage „Tack så mycket“ zu Arne Broman und Jöran Friberg von der Chalmers Tekniska Högskola, Göteborg, Schweden, die es mir ermöglicht haben, dort die erste Fassung dieses Buches als Vorlesungen im Fachbereich Mathematik zu halten, sowie zu Lehrenden und Studenten an der Chalmers University, die solch großes Interesse gezeigt haben. Ebenfalls danke ich Christopher Anagnostakis, Jan P. Hogendijk, David King und Basil McDermott, die ausführliche Kommentare zu einem ersten Entwurf dieses Buches abgaben, sowie Glen Van Brummelen, der beim Lesen der Druckfahnen half.

Abschließend möchte ich meiner Frau Tasoula danken, die meine Begeisterung für die Mathematikgeschichte teilte, und unseren Söhnen, Thorsten und Karl, die so viele Stunden dabei halfen, die Illustrationen und Korrekturen für den Text zu erstellen.

J. Lennart Berggren

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
§1	Die Anfänge des Islam	1
§2	Übernahme fremder Wissenschaften durch den Islam	2
§3	Vier muslimische Gelehrte	6
	Einleitung	6
	Al-Khwārizmī	7
	Al-Birūnī	10
	ʿUmar al-Khayyāmī	13
	Al-Kāshī	17
§4	Die Quellen	23
§5	Arabische Sprache und arabische Namen	26
	Die Sprache	26
	Transliteration des Arabischen	27
	Arabische Namen	28
	Übungen	29
	Literatur	29
2	Islamische Arithmetik	31
§1	Das Dezimalsystem	31
§2	Kushyārs „Arithmetik“	33
	Überblick über „Die Arithmetik“	33
	Addition	35
	Subtraktion	35
	Multiplikation	36
	Division	37
§3	Die Entdeckung der Dezimalbrüche	38
§4	Muslimische Sexagesimalarithmetik	42
	Geschichte der Sexagesimalen	42
	Sexagesimale Addition und Subtraktion	46
	Sexagesimale Multiplikation	47
	Sexagesimale Division	52

§5	Quadratwurzeln	53
	Einleitung	53
	Näherungsweise Bestimmung von Quadratwurzeln	53
	Begründung für das Näherungsverfahren	55
§6	Al-Kāshī's Ziehen einer fünften Wurzel	58
	Einleitung	58
	Vorarbeiten	58
§7	Die islamische Dimension: Probleme der Erbteilung	68
	Erste Erbteilungsaufgabe	68
	Zweite Erbteilungsaufgabe	68
	Über die Berechnung der zakāt	70
	Übungen	72
	Literatur	74
3	Geometrische Konstruktionen in der Islamischen Welt	75
§1	Euklidische Konstruktionen	75
§2	Griechische Quellen der islamischen Geometrie	78
§3	Apollonios' Theorie der Kegelschnitte	79
	Charakteristische Eigenschaften der Parabel	82
	Charakteristische Eigenschaften der Hyperbel	82
§4	Abū Sahl über das regelmäßige Siebeneck	83
	Konstruktion des regelmäßigen Siebenecks durch Archimedes	83
	Abū Sahls Analyse	85
§5	Die Konstruktion des regelmäßigen Neunecks	89
	<i>neúsis</i> -Konstruktionen	89
	Starre versus bewegliche Geometrie	91
	Abū Sahls Winkeldreiteilung	91
§6	Konstruktion der Kegelschnitte	93
	Das Leben Ibrāhīm b. Sināns	93
	Ibrāhīm b. Sinān über die Parabel	95
§7	Die islamische Dimension: Geometrie mit einem eingerosteten Zirkel	97
	Problem 1	99
	Problem 2	100
	Problem 3	101
	Problem 4	101
	Problem 5	102
	Übungen	104
	Literatur	106

4	Algebra im Islam	109
§1	Aufgaben über unbekannte Größen	109
§2	Quellen der islamischen Algebra	111
§3	Al-Khwārizmī's Algebra	112
	Der Name „Algebra“	112
	Grundlegende Ideen in al-Khwārizmī's Algebra	113
	Al-Khwārizmī's Erörterung von $x^2 + 21 = 10x$	114
§4	Thābit's Beweisführung für quadratische Gleichungen	115
	Vorbemerkungen	115
	Thābit's Beweisführung	117
§5	Abū Kāmil über Algebra	119
	Übereinstimmungen mit al-Khwārizmī	119
	Fortschritte im Vergleich zu al-Khwārizmī	120
	Ein Problem von Abū Kāmil	121
§6	Al-Karajī's Arithmetisierung der Algebra	123
	Einleitung	123
	Al-Samaw'al über das Potenzgesetz	125
	Al-Samaw'al über Polynomdivision	127
§7	'Umar al-Khayyāmī und die kubische Gleichung	131
	Der Hintergrund zu 'Umars Arbeiten	131
	'Umars Klassifikation der kubischen Gleichungen	132
	'Umars Behandlung von $x^3 + mx = n$	132
§8	Die islamische Dimension: Die Algebra der Erbschaften ..	137
	Übungen	138
	Literatur	139
5	Trigonometrie in der islamischen Welt	141
§1	Antiker Hintergrund: Sehnen- und Sinustafeln	141
§2	Die Einführung der sechs trigonometrischen Funktionen	147
§3	Abū al-Wafā's Beweis des Additionstheorems für den Sinus	149
§4	Naṣīr al-Dīn's Beweis des Sinussatzes	153
§5	Al-Bīrūnī's Vermessung der Erde	156
§6	Trigonometrische Tabellen: Berechnung und Interpolation	159
§7	Hilfsfunktionen	160
§8	Interpolationsverfahren	161
	Lineare Interpolation	162
	Ibn Yūnus' Interpolationsverfahren zweiter Ordnung	164
§9	Al-Kāshī's Näherung für $\sin(1^\circ)$	167
	Übungen	171
	Literatur	173

6	Sphärik in der islamischen Welt	175
§1	Der antike Hintergrund	175
§2	Bedeutende Kreise auf der Himmelskugel	179
§3	Die Aufgangszeiten der Tierkreiszeichen	182
§4	Die stereografische Projektion und das Astrolabium	184
§5	Zeitmessung mithilfe der Sonne und der Sterne	190
§6	Sphärische Trigonometrie im Islam	193
§7	Tabellen für die sphärische Trigonometrie	196
§8	Die islamische Dimension: Die Richtung für das Gebet ...	203
	Übungen	207
	Literatur	209
	Index	211