eXamen.press

eXamen.press ist eine Reihe, die Theorie und Praxis aus allen Bereichen der Informatik für die Hochschulausbildung vermittelt.

Gerald Teschl
Susanne Teschl

Mathematik für Informatiker

Band 1: Diskrete Mathematik und Lineare Algebra

2. Auflage
Mit 91 Abbildungen

Springer

Gerald Teschl
Universität Wien
Fakultät für Mathematik
Nordbergstraße 15
1090 Wien, Österreich
gerald.teschl@univie.ac.at
http://www.mat.univie.ac.at/~gerald/

Susanne Teschl
Fachhochschule Technikum Wien
Höchstädtplatz 5
1200 Wien, Österreich
susanne.teschl@technikum-wien.at
http://www.esi.ac.at/~susanne/

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

ISSN 1614-5216
ISBN 978-3-540-70824-7 Springer Berlin Heidelberg New York
ISBN 978-3-540-25782-0 1. Auflage Springer Berlin Heidelberg New York

Springer ist ein Unternehmen von Springer Science+Business Media
springer.de

Satz: Druckfertige LaTeX-Daten der Autoren
Herstellung: LE-TeX, Jelonek, Schmidt & Vöckler GbR, Leipzig
Umschlaggestaltung: KünkelLopka Werbeagentur, Heidelberg
Gedruckt auf säurefreiem Papier 33/3100 YL – 5 4 3 2 1 0

Vorwort

Warum Mathematik?

Wenn Sie sich mit Ihrem Webbrowser ein Bild im JPEG-Format ansehen, Ihr Online-Banking über ein verschlüsseltes Formular abwickeln oder ein paar Stichworte der Suchmaschine Ihrer Wahl übergeben, dann haben alle diese Tätigkeiten eines gemeinsam: Immer ist Mathematik im Spiel! Auch wenn das für den Benutzer oft nicht unmittelbar ersichtlich ist.

Wollen Sie also Informatik verstehen und in der Lage sein, existierende Lösungen zu hinterfragen bzw. neue Probleme zu lösen, dann liefert die Mathematik die Grundlage dazu. Natürlich ist uns dabei klar, dass Sie an der Mathematik in erster Linie als „Handwerkszeug“ interessiert sind. Deshalb haben wir auch versucht, wann immer möglich sofort auf Anwendungen einzugehen oder zumindest Ausblicke auf mögliche Anwendungen zu geben. Trotzdem wird aber nicht nur Wert auf reine Rechentechnik, sondern auch auf solides Verständnis gelegt.

Mathematik hat noch einen weiteren wichtigen Aspekt: Sie ist eine der besten Möglichkeiten logisches Denken, Abstraktionsvermögen und kreative Problemlösungskompetenz zu fördern. Sie verlangt präzise Formulierungen und gründliche Berücksichtigung aller möglichen Szenarien. Letzteres wurde gerade in der Programmierpraxis bis vor kurzem noch als nutzlos belächelt: Es sei Zeitverschwendung, Fälle zu berücksichtigen, die bei *normaler* Benutzung nie auftreten. Heute bedeuten diese Fälle aber genau jene Schwachstellen, die einem Hacker den Zugriff auf Ihren Computer ermöglichen.

Gebrauchsanweisung (für Studierende)

Das vorliegende Buch entstand aus einem Skriptum, das von unseren Studentinnen und Studenten bereits seit mehreren Jahren verwendet wird, teilweise auch im Selbststudium (Stichwort *blended learning*). Es wurde laufend dank vieler Rückmeldungen überarbeitet. Insbesondere haben wir uns bemüht, typische Fehler und häufige Missverständnisse zu berücksichtigen. Trotzdem wird es passieren, dass Sie etwas beim ersten Lesen nicht gleich verstehen. Das geht allen so – Mathematik braucht etwas Zeit! Die zahlreichen Musterbeispiele sollen Ihnen aber ein möglichst effizientes Lernen ermöglichen. Am Ende jedes Kapitels finden Sie Kontrollfragen mit Lösungen, mit denen Sie Ihr Verständnis testen können.

Wie es aber für eine gute Kondition nicht reicht, Fitnessvideos aus sicherer Entfernung vom Sofa aus zu betrachten, so genügt es leider auch nicht, dieses Buch passiv zu lesen. Deshalb gibt es am Ende jedes Kapitels eine große Anzahl von Aufwärmübungen und weiterführenden Aufgaben, die Ihnen helfen, das Erlernte selbständig umzusetzen. Die Aufwärmübungen trainieren Rechentechniken und es gibt vollständige Lösungen dazu. Die weiterführenden Aufgaben sollen Sie etwas herausfordern und verlangen auch, selbständig mithilfe des Gelernten neue Wege zu gehen. Zu ihnen gibt es, wenn notwendig, kurze Lösungen oder Lösungshinweise.

Einige Passagen werden Ihnen wahrscheinlich noch aus der Schule bekannt sein. Falls Sie sich dabei langweilen, überfliegen Sie sie einfach – wir haben sie vor allem für jene, deren aktive Mathematik-Jahre schon etwas länger zurückliegen (berufsbegleitend Studierende), hinzugefügt. (Untersuchungen zeigen, dass auch Studierende mit guten mathematischen Vorkenntnissen von einer kleinen Auffrischung profitieren;-)

Die zahlreichen Beispiele und Übungsmöglichkeiten erklären auch den Umfang dieses Buches: Natürlich wäre es kein Problem gewesen, den gleichen Stoff in einem schmalen Bändchen unterzubringen. Wenn Sie lieber statt zwei Seiten nur eine halbe lesen und dann zwei Stunden darüber grübeln, dann sind Sie im falschen Buch.

Während des Lesens werden Sie immer wieder auf klein gedruckte Absätze stoßen. Diese enthalten weiterführende Bemerkungen, Beweise, Historisches oder einfach nur etwas Aufmunterung.

Gebrauchsanweisung (für Dozentinnen und Dozenten)

Wir haben uns bemüht, den Stoff in möglichst gleich große Teile zu zerlegen, die unserer Erfahrung nach von den Studierenden pro Einheit verdaut werden können. Außerdem haben wir versucht, die Kapitel so weit wie möglich unabhängig voneinander zu gestalten, um Schwerpunktsetzung und Auswahl einzelner Kapitel zu erleichtern.

Einige Kapitel können im Allgemeinen sicher als bekannt vorausgesetzt bzw. im Selbststudium erarbeitet werden. Für uns war es in der Lehre hilfreich, damit einen Grundstein zu legen, den wir für alle Studierenden voraussetzen können.

Die Themenbereiche Kryptographie und Codierungstheorie haben wir bewusst kurz gehalten, da wir davon ausgehen, dass sie in eigenen Vorlesungen behandelt werden.

Der Schwerpunkt liegt im Band 1 auf der diskreten Mathematik. Analysis und Statistik werden in Band 2 behandelt.

Computereinsatz

Obwohl wir den Einsatz des Computers als wichtigen Bestandteil der Mathematikausbildung sehen, haben wir ihn nicht direkt in den Text integriert, sondern am Ende jedes Kapitels positioniert. Erstens haben die Rückmeldungen gezeigt, dass die meisten Studierenden es bevorzugen, wenn Stoff und Computeralgebra getrennt sind, um nicht zwei neue Dinge auf einmal verstehen zu müssen. Zweitens ist es so leicht möglich, das von uns verwendete System, `Mathematica`, durch ein beliebiges anderes Programm zu ersetzen.

Beispiele, bei denen uns der Computereinsatz sinnvoll erscheint, sind mit „→CAS“ gekennzeichnet und im zugehörigen Abschnitt „Mit dem digitalen Rechenmeister“

mit `Mathematica` gelöst. Die Befehle dazu brauchen Sie nicht abzutippen. Die zugehörigen Notebooks sind auf der Website zum Buch (URL siehe unten) zu finden.

Eine Bitte...

Druckfehler sind wie Unkraut. Soviel man auch jätet, es bleiben immer ein paar übrig und so sind auch in diesem Buch trotz aller Sorgfalt sicher noch ein paar unentdeckte Fehler. Wir bitten Sie daher, uns diese mitzuteilen (auch wenn sie noch so klein sind). Die Liste der Korrekturen werden wir im Internet (URL siehe unten) bekannt geben. Natürlich freuen wir uns auch über alle anderen Rückmeldungen und sind für Verbesserungsvorschläge und Kritik offen.

Ergänzungen

Begleitend zu diesem Buch haben wir eine Website

http://www.mat.univie.ac.at/~gerald/ftp/book-mfi/

eingerichtet, auf der Sie Ergänzungen finden können. Surfen Sie einfach vorbei.

Zur zweiten Auflage

An dieser Stelle möchten wir uns zunächst für die zahlreichen positiven Rückmeldungen zur ersten Auflage bedanken. Wir freuen uns darüber, dass aufgrund der großen Nachfrage schon nach kurzer Zeit ein (korrigierter) Nachdruck notwendig war. In die nun vorliegende zweite Auflage sind auch Verbesserungsvorschläge und Anregungen unserer Leserinnen und Leser eingeflossen. Neu hinzugekommen ist weiters ein Kapitel über „Polyomringe und endliche Körper“.

Danksagungen

Unsere Studentinnen und Studenten haben uns durch die Jahre des Entstehens dieses Buches laufend mit Hinweisen auf Druckfehler und Verbesserungsvorschlägen versorgt. Hervorheben möchten wir dabei Markus Horehled, Rudolf Kunschek, Alexander-Philipp Lintenhofer, Markus Steindl und Gerhard Sztasek, die sich durch besonders lange Listen ausgezeichnet haben. Unsere Kollegen Oliver Fasching, Wolfgang Kugler, Wolfgang Timischl, Florian Wisser und insbesondere Karl Unterkofler haben immer wieder Abschnitte kritisch gelesen und mit vielen Tipps geholfen. Ihnen allen möchten wir herzlich danken!

Die Erstellung dieser Seiten wäre nicht ohne eine Reihe von Open-Source-Projekten (vor allem TEX, LATEX, TEXShop und Vim) möglich gewesen.

Last but not least danken wir dem Springer-Verlag für die freundliche und engagierte Unterstützung.

Viel Freude und Erfolg mit diesem Buch!

Wien, im Jänner 2007 Gerald und Susanne Teschl

Inhaltsverzeichnis

Grundlagen

Diskrete Mathematik

Lineare Algebra