

Lecture Notes in Mathematics

Edited by A. Dold and B. Eckmann

569

Séminaire de Géométrie Algébrique
du Bois-Marie SGA 4 $\frac{1}{2}$

par P. Deligne

avec la collaboration de J. F. Boutot,
A. Grothendieck, L. Illusie et J. L. Verdier

Cohomologie Etale



Springer-Verlag
Berlin · Heidelberg · New York 1977

Pierre Deligne
Institut des Hautes Etudes Scientifiques
91440 Bures-sur-Yvette/France

Library of Congress Cataloging in Publication Data

Deligne, Pierre.
Cohomologie étale.

(Séminaire de géométrie algébrique du Bois-Marie ;
SGA⁴ 1/2) (Lecture notes in mathematics ; 569)

1. Geometry, Algebraic. 2. Homology theory.
I. Title. II. Series. III. Series: Lecture notes
in mathematics (Berlin) ; 569.
QA3.L28 no. 569 [QA564] 510'.8s [512'.33] 77-568

AMS Subject Classifications (1970): 14F20, 10G05, 14C99, 12C20, 18E30

ISBN 3-540-08066-X Springer-Verlag Berlin · Heidelberg · New York
ISBN 0-387-08066-X Springer-Verlag New York · Heidelberg · Berlin

This work is subject to copyright. All rights are reserved, whether the whole or part of the material is concerned, specifically those of translation, re-printing, re-use of illustrations, broadcasting, reproduction by photocopying machine or similar means, and storage in data banks.

Under § 54 of the German Copyright Law where copies are made for other than private use, a fee is payable to the publisher, the amount of the fee to be determined by agreement with the publisher.

© by Springer-Verlag Berlin · Heidelberg 1977

Introduction.

Ce volume a pour but de faciliter au non-expert l'usage de la cohomologie ℓ -adique. J'espère qu'il lui permettra souvent d'éviter le recours aux exposés touffus de SGA 4 et SGA 5. Il contient aussi quelques résultats nouveaux.

Le premier exposé, rédigé par J.F. Boutot, survole SGA 4. Il donne les principaux résultats - avec une généralité minimale, souvent insuffisante pour les applications - et une idée de leur démonstration. Pour des résultats complets, ou des démonstrations détaillées, SGA 4 reste indispensable.

Le "Rapport sur la formule des traces" contient une démonstration complète de la formule des traces pour l'endomorphisme de Frobenius. La démonstration est celle donnée par Grothendieck dans SGA 5, élaguée de tout détail inutile. Ce Rapport devrait permettre à l'utilisateur d'oublier SGA 5, qu'on pourra considérer comme une série de digression, certaines très intéressantes. Son existence permettra de publier prochainement SGA 5 tel quel. Il est complété par l'exposé "Applications de la formule des traces aux sommes trigonométriques" qui explique comment la formule des traces permet l'étude de sommes trigonométriques, et donne des exemples.

Le public visé par les autres exposés est plus limité, et leur style s'en ressent. L'exposé "Fonctions L modulo ℓ^n et modulo p" est une généralisation "modulaire" du Rapport, basée sur l'étude SGA 4 XVII 5.5 des puissances symétriques. L'exposé "La classe de cohomologie associée à un cycle" définit cette classe dans divers contextes, et donne la compatibilité entre intersections et cup-produits. Dans "Dualité" sont rassemblés quelques résultats connus, pour lesquels manquait une référence, et quelques compatibilités. L'exposé "Théorèmes de finitude en cohomologie ℓ -adique" est nouveau. Il donne notamment, en cohomologie sans supports, des théorèmes de finitude analogues à ceux connus en cohomologie à supports compacts.

Pour plus de détails sur les exposés, je renvoie à leur introduction respective.

Je remercie enfin J.L. Verdier de m'avoir permis de reproduire ici ses notes "Catégories dérivées (Etat 0)". Elles restent je crois très utiles, et étaient devenues introuvables.

Dans les références internes à ce volume, les exposés sont cités par un titre abrégé, indiqué entre [] dans la table des matières.

Bures-sur-Yvette, le 20 Septembre 1976

Pierre Deligne

Table des Matières.

Un fil d'Ariane pour SGA 4, SGA $4\frac{1}{2}$ et SGA 5		1
Cohomologie étale : les points de départ rédigé par J.F. Boutot	[Arcata]	4
Rapport sur la formule des traces	[Rapport]	76
Fonctions L modulo ℓ^n et modulo p	[Fonction L mod. ℓ^n]	110
La classe de cohomologie associée à un cycle par A. Grothendieck, rédigé par P. Deligne	[Cycle]	129
Dualité	[Dualité]	154
Applications de la formule des traces aux sommes trigonométriques	[Sommes trig.]	168
Théorèmes de finitude en cohomologie ℓ -adique avec un appendice par L. Illusie.	[Th. finitude]	233
Catégories dérivées, état 0 par J.L. Verdier	[C.D.]	262
Erratum pour SGA 4		312