

# Lecture Notes in Mathematics

**Vois. 1-183 are also available. For further information, please contact your book-seller or Springer-Verlag.**

- Vol. 184: Symposium on Several Complex Variables, Park City, Utah, 1970. Edited by R. M. Brooks. V, 234 pages. 1971. DM 20,-
- Vol. 185: Several Complex Variables II, Maryland 1970. Edited by J. Horváth. III, 287 pages. 1971. DM 24,-
- Vol. 186: Recent Trends in Graph Theory. Edited by M. Capobianco/J. B. Frechen/M. Krolik. VI, 219 pages. 1971. DM 18,-
- Vol. 187: H. S. Shapiro, Topics in Approximation Theory. VIII, 275 pages. 1971. DM 22,-
- Vol. 188: Symposium on Semantics of Algorithmic Languages. Edited by E. Engeler. VI, 372 pages. 1971. DM 26,-
- Vol. 189: A. Weil, Dirichlet Series and Automorphic Forms. V, 164 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 190: Martingales. A Report on a Meeting at Oberwolfach, May 17-23, 1970. Edited by H. Dinges. V, 75 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 191: Séminaire de Probabilités V. Edited by P. A. Meyer. IV, 372 pages. 1971. DM 26,-
- Vol. 192: Proceedings of Liverpool Singularities – Symposium I. Edited by C. T. C. Wall. V, 319 pages. 1971. DM 24,-
- Vol. 193: Symposium on the Theory of Numerical Analysis. Edited by J. Li. Morris. VI, 152 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 194: M. Berger, P. Gauduchon et E. Mazet. Le Spectre d'une Variété Riemannienne. VII, 251 pages. 1971. DM 22,-
- Vol. 195: Reports of the Midwest Category Seminar V. Edited by J. W. Gray and S. Mac Lane. III, 255 pages. 1971. DM 22,-
- Vol. 196: H-spaces – Neuchâtel (Suisse): Août 1970. Edited by F. Sigrist. V, 156 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 197: Manifolds – Amsterdam 1970. Edited by N. H. Kuiper. V, 231 pages. 1971. DM 20,-
- Vol. 198: M. Hervé, Analytic and Plurisubharmonic Functions in Finite and Infinite Dimensional Spaces. VI, 90 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 199: Ch. J. Mozzochi, On the Pointwise Convergence of Fourier Series. VII, 87 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 200: U. Neri, Singular Integrals. VII, 272 pages. 1971. DM 22,-
- Vol. 201: J. H. van Lint, Coding Theory. VII, 136 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 202: J. Benedetto, Harmonic Analysis in Totally Disconnected Sets. VIII, 261 pages. 1971. DM 22,-
- Vol. 203: D. Knutson, Algebraic Spaces. VI, 261 pages. 1971. DM 22,-
- Vol. 204: A. Zygmund, Intégrales Singulières. IV, 53 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 205: Séminaire Pierre Lelong (Analyse) Année 1970. VI, 243 pages. 1971. DM 20,-
- Vol. 206: Symposium on Differential Equations and Dynamical Systems. Edited by D. Chillingworth. XI, 173 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 207: L. Bernstein, The Jacobi-Perron Algorithm – Its Theory and Application. IV, 161 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 208: A. Grothendieck and J. P. Murre, The Tame Fundamental Group of a Formal Neighbourhood of a Divisor with Normal Crossings on a Scheme. VIII, 133 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 209: Proceedings of Liverpool Singularities Symposium II. Edited by C. T. C. Wall. V, 280 pages. 1971. DM 22,-
- Vol. 210: M. Eichler, Projective Varieties and Modular Forms. III, 118 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 211: Théorie des Matroides. Edité par C. P. Bruter. III, 108 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 212: B. Scarpellini, Proof Theory and Intuitionistic Systems. VII, 291 pages. 1971. DM 24,-
- Vol. 213: H. Hogbe-Nlend, Théorie des Bornologies et Applications. V, 168 pages. 1971. DM 18,-
- Vol. 214: M. Smorodinsky, Ergodic Theory, Entropy. V, 64 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 215: P. Antonelli, D. Burghela and P. J. Kahn, The Concordance-Homotopy Groups of Geometric Automorphism Groups. X, 140 pages. 1971. DM 16,-

- Vol. 216: H. Maaß, Siegel's Modular Forms and Dirichlet Series. VII, 328 pages. 1971. DM 20,-
- Vol. 217: T. J. Jech, Lectures in Set Theory with Particular Emphasis on the Method of Forcing. V, 137 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 218: C. P. Schnorr, Zufälligkeit und Wahrscheinlichkeit. IV, 212 Seiten. 1971. DM 20,-
- Vol. 219: N. L. Alling and N. Greenleaf, Foundations of the Theory of Klein Surfaces. IX, 117 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 220: W. A. Coppel, Disconjugacy. V, 148 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 221: P. Gabriel und F. Ulmer, Lokal präsentierbare Kategorien. V, 200 Seiten. 1971. DM 18,-
- Vol. 222: C. Meghea, Compactification des Espaces Harmoniques. III, 108 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 223: U. Felgner, Models of ZF-Set Theory. VI, 173 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 224: Revêtements Étales et Groupe Fondamental. (SGA 1). Dirigé par A. Grothendieck XXII, 447 pages. 1971. DM 30,-
- Vol. 225: Théorie des Intersections et Théorème de Riemann-Roch. (SGA 6). Dirigé par P. Berthelot, A. Grothendieck et L. Illusie. XII, 700 pages. 1971. DM 40,-
- Vol. 226: Seminar on Potential Theory, II. Edited by H. Bauer. IV, 170 pages. 1971. DM 18,-
- Vol. 227: H. L. Montgomery, Topics in Multiplicative Number Theory. IX, 178 pages. 1971. DM 18,-
- Vol. 228: Conference on Applications of Numerical Analysis. Edited by J. Li. Morris. X, 358 pages. 1971. DM 26,-
- Vol. 229: J. Väisälä, Lectures on n-Dimensional Quasiconformal Mappings. XIV, 144 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 230: L. Waelbroeck, Topological Vector Spaces and Algebras. VII, 158 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 231: H. Reiter, L-Algebras and Segal Algebras. XI, 113 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 232: T. H. Ganelius, Tauberian Remainder Theorems. VI, 75 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 233: C. P. Tsokos and W. J. Padgett, Random Integral Equations with Applications to stochastic Systems. VII, 174 pages. 1971. DM 18,-
- Vol. 234: A. Andreotti and W. Stoll, Analytic and Algebraic Dependence of Meromorphic Functions. III, 390 pages. 1971. DM 26,-
- Vol. 235: Global Differentiable Dynamics. Edited by O. Hájek, A. J. Lohwater, and R. McCann. X, 140 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 236: M. Barr, P. A. Grillet, and D. H. van Osdol, Exact Categories and Categories of Sheaves. VII, 239 pages. 1971. DM 20,-
- Vol. 237: B. Stenström, Rings and Modules of Quotients. VII, 136 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 238: Der kanonische Modul eines Cohen-Macaulay-Rings. Herausgegeben von Jürgen Herzog und Ernst Kunz. VI, 103 Seiten. 1971. DM 16,-
- Vol. 239: L. Illusie, Complexe Cotangent et Déformations I. XV, 355 pages. 1971. DM 26,-
- Vol. 240: A. Kerber, Representations of Permutation Groups I. VII, 192 pages. 1971. DM 18,-
- Vol. 241: S. Kaneyuki, Homogeneous Bounded Domains and Siegel Domains. V, 89 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 242: R. R. Coifman et G. Weiss, Analyse Harmonique Non-Commutative sur Certains Espaces. V, 160 pages. 1971. DM 16,-
- Vol. 243: Japan-United States Seminar on Ordinary Differential and Functional Equations. Edited by M. Urabe. VIII, 332 pages. 1971. DM 26,-
- Vol. 244: Séminaire Bourbaki – vol. 1970/71. Exposés 382–399. IV, 356 pages. 1971. DM 26,-
- Vol. 245: D. E. Cohen, Groups of Cohomological Dimension One. V, 99 pages. 1972. DM 16,-
- Vol. 246: Lectures on Rings and Modules. Tulane University Ring and Operator Theory Year, 1970–1971. Volume I. X, 661 pages. 1972. DM 40,-

# Lecture Notes in Mathematics

Edited by A. Dold and B. Eckmann

Series: Institut de Mathématique, Faculté des Sciences d'Orsay

Adviser: J. P. Kahane

421

---

Valentin Poénaru

Groupes Discrets

---



Springer-Verlag  
Berlin · Heidelberg · New York 1974

Prof. Dr. Valentin Poénaru  
Université de Paris-Sud  
Centre d'Orsay  
Mathématique-Batiment 425  
F-91405 Orsay

**Library of Congress Cataloging in Publication Data**

Poenaru, Valentin.  
Groupes discrets.

(Lecture notes in mathematics ; 421)

Includes bibliographical references.

1. Groups, Theory of. 2. Algebraic topology.

I. Title. II. Series: Lecture notes in mathematics  
(Berlin) ; 421.

QA3.L28 no. 421 [QA171] 510'.8s [512'.2] 74-20698

---

**AMS Subject Classifications (1970):** 20E30, 20E40, 20J05, 55A05,  
55A15, 55A25, 55A35

---

ISBN 3-540-06967-4 Springer-Verlag Berlin · Heidelberg · New York  
ISBN 0-387-06967-4 Springer-Verlag New York · Heidelberg · Berlin

This work is subject to copyright. All rights are reserved, whether the whole or part of the material is concerned, specifically those of translation, reprinting, re-use of illustrations, broadcasting, reproduction by photocopying machine or similar means, and storage in data banks.

Under § 54 of the German Copyright Law where copies are made for other than private use, a fee is payable to the publisher, the amount of the fee to be determined by agreement with the publisher.

© by Springer-Verlag Berlin · Heidelberg 1974. Printed in Germany.

Offsetdruck: Julius Beltz, Hemsbach/Bergstr.

## PREFACE

Le but de ce cours est de présenter le théorème de Stallings sur la structure des groupes à une infinité de bouts, et quelques autres choses qui s'y rattachent. Pour rédiger ces notes je me suis largement servi du petit bouquin.:

J. Stallings : "Group theory and three - dimensional manifolds, Yale Univ. Press 1971"

(qui est un texte mathématique où la profondeur et l'élégance sont mélangées d'une manière qu'on rencontre très rarement).

A part ce bouquin et les différents textes qui sont cités dans la bibliographie qui s'y trouve, j'ai utilisé aussi :

(1) J.-P. Serre : "Groupes discrets"(cours au Collège de France, 1968-1969) .

(2) J.-L. Koszul : "Séminaire Bourbaki 356 (Fév. 1969)".

(3) H. Cartan : " "Séminaire 1950-1951 (Cohomologie des groupes)".

(4) M. Atiyah - Mac Donald : "Introduction to commutative algebra".

(5) C. Godbillon : "Cohomologie à l'infini, . . . ." C.R.

(6) W. Massey : "Algebraic Topology, an introduction".

(7) N. Bourbaki : "Topologie générale".

Je tiens à remercier A. Gramain, F. Laudenbach et J.-P. Serre pour les conversations utiles que j'ai eues avec eux, ou pour les pré-bouts de texte qu'ils m'ont gracieusement fourni.

Les deux premiers chapitres ont un caractère introductif. Le chapitre II, notamment est assez inutile pour la structure logique du théorème fondamental de Stallings; mais il contient des motivations heuristiques ou géométriques pour la théorie des bouts des groupes.

Je voudrais dédier ces notes à la mémoire de mon ami Tudor Ganea.

## TABLE DES MATIERES

Chapitre I : Préliminaires de Théorie des Groupes -----	1
Chapitre II : La Théorie des Bouts -----	44
Chapitre III : Pre-Groupes et Structures Bipolaires -----	81
Chapitre IV : Calcul de L'Algèbre $\mathcal{L}(G)$ ; le Théoreme de Stallings sur les Groupes à deux Bouts -----	118
Chapitre V : Le Théorème de Stallings sur les Groupes à une Infinité de Bouts -----	145
Chapitre VI : Variétés de Dimension 3 -----	160