

Lecture Notes in Mathematics

An informal series of special lectures, seminars and reports on mathematical topics.

Edited by A. Dold, Heidelberg and B. Eckmann, Zürich

14

Helmut Werner

Vorlesung über Approximationstheorie

Universität Münster

Institut für Numerische und Instrumentelle Mathematik

Sommer-Semester 1964

1966



Springer-Verlag · Berlin · Heidelberg · New York

Schrift: H. Müllenmeister
Zeichnungen: H. Mecke

All rights, especially that of translation into foreign languages, reserved. It is also forbidden to reproduce this book, either whole or in part, by photomechanical means (photostat, microfilm and/or microcard) or by other procedure without written permission from Springer Verlag. © by Springer-Verlag Berlin · Heidelberg 1966.
Library of Congress Catalog Card Number 66-19346. Title No. 7334

Vorwort

Dieses Manuskript ist die Ausarbeitung einer im Sommersemester 1964 gehaltenen Vorlesung, deren Ziel es war, die Hörer mit den Problemen der Approximationstheorie vertraut zu machen, die die Grundlage des numerischen Arbeitens bilden. Da keine speziellen Vorkenntnisse vorausgesetzt wurden, mußten auch die klassischen Fragen behandelt oder wenigstens gestreift werden. Den Hauptgegenstand bildete die Theorie der Tschebyscheff-Approximation stetiger Funktionen. Im Gegensatz zu der Einführung von J. Rice (siehe Literatur-Verzeichnis [1964]) wurden Polynom-Approximation und rationale Approximation gemeinsam behandelt, da man vielfach die gleichen qualitativen Resultate erhält, wenn man 'normale' Funktionen verwendet.

Leider trifft diese Feststellung für die Konvergenz des Remes-Algorithmus im Großen nicht zu. Obgleich seit Niederschrift der Vorlesung weitere Ergebnisse erzielt worden sind, steht eine völlige Klärung der Verhältnisse noch aus. Sichere Algorithmen zur Berechnung der rationalen Tschebyscheff-Approximierenden sind sehr schwerfällig, andere, die elegant sind, konvergieren nur, wenn die Ansatzfunktion bereits gut genug war. Der als Anhang beigefügte Algorithmus stellt einen, hoffentlich guten, Kompromiß dar.

Folgerungen aus Eigenschaften der zu approximierenden Funktion, die über die Stetigkeit hinausgehen, konnten aus Zeitmangel kaum berücksichtigt werden. Es kann in dieser Hinsicht auf das Buch von G. Meinardus [1964] verwiesen werden.

Ich danke Herrn Dipl.-Math. G. Lamprecht für die Anfertigung der Vorlesungsnachschrift, den Herren Dipl.-Math. H. Biermann und Dipl.-Math. W. Dost sowie Frau Stud.Assessorin I. Werner für die Hilfe bei der Korrektur.

Helmut Werner

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Vorwort	
Kapitel I: Grundbegriffe der Approximationstheorie	
§ 1 Einführung und Beispiele	1
§ 2 Definition des linearen, normierten Raumes, Beispiele	7
§ 3 Das Approximationsproblem	16
§ 4 Approximation mit rationalen Funktionen	19
§ 5 Strikt konvexe Normen und Eindeutigkeit des linearen Approximationsproblems	30
§ 6 Charakterisierung der Approximierenden in der L_Y -Norm bei linearem Ansatz	38
§ 7 Tschebyscheff-Systeme	56
§ 8 Eindeutigkeit bei L_1 -Approximation	65
Kapitel II: Tschebyscheff-Approximation	72
§ 9 Differenzenquotient	74
§ 10 Charakterisierung der Tschebyscheff-Approximation	85
§ 11 Beispiele	95
§ 12 Normalität	102
§ 13 Stetige Abhängigkeit der Tschebyscheff-Approximation von der Funktion	106
§ 14 Quantitative Fassung der Stetigkeit der Tschebyscheff-Approximation $T[f]$	121
§ 15 Diskretisierung und Konvergenz	126
§ 16 Das Problem von Haar	132
§ 17 Die Tschebyscheff-Approximation bei mehreren Veränderlichen	139
§ 18 Tschebyscheff-Approximation und lineare (konvexe) Programmierung	146
§ 19 Asymptotische Untersuchungen	149
§ 20 Das asymptotische Verhalten der Approximation analytischer Funktionen	156
§ 21 Der Remes-Algorithmus für Polynome	163
§ 22 Zum Remes-Algorithmus für rationale Funktionen	173
§ 23 Zur Konvergenz des rationalen Remes-Algorithmus	181
Anhang	185
Literaturverzeichnis	192