

Lecture Notes in Mathematics

A collection of informal reports and seminars

Edited by A. Dold, Heidelberg and B. Eckmann, Zürich

218

Claus Peter Schnorr

Universität Saarbrücken, Saarbrücken/Deutschland

Zufälligkeit und Wahrscheinlichkeit

Eine algorithmische Begründung
der Wahrscheinlichkeitstheorie



Springer-Verlag

Berlin · Heidelberg · New York

AMS Subject Classifications (1970): 02E 10, 02E 15, 02F 20, 60A 05, 68A 20

ISBN 3-540-05566-5 Springer-Verlag Berlin · Heidelberg · New York
ISBN 0-387-05566-5 Springer-Verlag New York · Heidelberg · Berlin

This work is subject to copyright. All rights are reserved, whether the whole or part of the material is concerned, specifically those of translation, reprinting, re-use of illustrations, broadcasting, reproduction by photocopying machine or similar means, and storage in data banks.

Under § 54 of the German Copyright Law where copies are made for other than private use, a fee is payable to the publisher, the amount of the fee to be determined by agreement with the publisher.

© by Springer-Verlag Berlin · Heidelberg 1971. Library of Congress Catalog Card Number 74-171873. Printed in Germany.

Offsetdruck: Julius Beltz, Hemsbach/Bergstr.

Inhaltsübersicht

Vorwort und Einleitung	1
Erstes Kapitel: Vorläufige Einführung des Kollektivs unter Berücksichtigung der historischen Entwicklung	4
1. Kritik der Maß-Wahrscheinlichkeitstheorie	5
2. Der naive Begriff des Kollektivs nach VON MISES	10
3. Erste Ansätze zur widerspruchsfreien Definition der Kollektive und ihre Kritik durch VILLE	21
Zweites Kapitel: Eine Obermenge der statistischen Zufallsgesetze (Zufallsfolgen im Sinne von MARTIN-LÖF)	29
4. Hyperzufällige Folgen	32
5. Hyperzufällige Folgen und das Prinzip vom ausgeschlossenen Spielsystem	38
6. Charakterisierung hyperzufälliger Folgen durch Invarianzeigenschaften	45
7. Weitere Einwände gegen den Begriff der Zufallsfolge im Sinne von MARTIN-LÖF	52
Drittes Kapitel: Die statistischen Zufallsgesetze (Endgültige Definition der zufälligen Folgen).	60
8. Charakterisierung der Zufallsfolgen durch konstruktive Nullmengen nach L.E.J. BROUWER	63
9. Charakterisierung von Zufallsfolgen durch das Prinzip vom ausgeschlossenen Spielsystem	70
10. Darstellung des starken Gesetzes der großen Zahlen durch Martingale	78
11. Invarianzeigenschaften von Zufallsfolgen	83
12. Charakterisierung der Zufallsfolgen durch Invarianzeigenschaften	89
13. Einige modifizierte Spielsysteme	92
14. Zufallsfolgen als optimale Folgen für die Bank	98
15. Die Programmkomplexität nach KOLMOGOROFF	107

IV

Viertes Kapitel: Klassifikation der Zufallsgesetze nach ihrer Ordnung und ihrer algorithmischen Komplexität (Theorie der Pseudozufallsfolgen)	120
16. Die Ordnung eines Zufallsgesetzes	123
17. Zufallsgesetze von exponentieller Ordnung	129
18. Voraussagbare und quasi-rekursive Folgen	140
19. Durch endliche Automaten darstellbare Zufallsgesetze	146
20. Raum- und Zeitkomplexität rekursiver Funktionen	150
21. Die Komplexität von Zufallsgesetzen und der Zufallsgrad von Folgen	159
22. Invarianzeigenschaften der Komplexitätsklassen von Pseudozufallsfolgen	169
Fünftes Kapitel: Zufallsfolgen zu allgemeinen Wahrscheinlichkeitsräumen	173
23. Berechenbare Wahrscheinlichkeitsmaße auf $\{0,1\}$	173
24. Verteilungsunabhängige Sequentialtests	176
25. Verteilungsunabhängige Invarianzeigenschaften von Zufallsfolgen	183
26. Zufallsfolgen zu Wahrscheinlichkeitsmaßen auf R	192
I Anhang über rekursive Funktionen	200
II Bezeichnungen und Abkürzungen	202
III Stichwortverzeichnis	205
IV Literaturverzeichnis	209