Lecture Notes in Mathematics

A collection of informal reports and seminars
Edited by A. Dold, Heidelberg and B. Eckmann, Zürich

Series: Institut de Mathématique, Faculté
des Sciences d'Orsay. Adviser: J.P. Kahane

169

Michel Raynaud

Université de Paris, Orsay/France

Anneaux Locaux Henséliens

Springer-Verlag
Berlin · Heidelberg · New York 1970

 Library of Congress Catalog Card Number 70-140564. Printed in Germany. Title No. 1956

Offsetdruck: Julius Beltz, Weinheim/Bergstr.

Table des matières.

Introduction.

Ce livre contient la matière d'un cours de troisième cycle donné à la Faculté d'Orsay en 1969. Il a pour but d'exposer les propriétés élémentaires des anneaux locaux henséliens. On sait que ces anneaux ont pris récemment une importance considérable en géométrie algébrique grâce à la considération de la "topologie étale" sur les schémas. C'est pourquoi, une grande partie de ces notes est consacrée à l'étude des algèbres étales.

On suppose le lecteur familiarisé avec les techniques usuelles de l'algèbre commutative : localisation, platitude, propriétés des entiers. Bref, il est bon de connaître les chapitres I, II et V de l'algèbre commutative de N. Bourbaki. La majeure partie du livre est rédigée en termes d'anneaux et d'idéaux ; toutefois, certains énoncés sont formulés et démontrés dans le langage plus géométrique des schémas. Le lecteur pourra consulter [3] (chap.I) pour les notions de base de cette théorie.

Dans le dernier chapitre, qui est un peu moins élémentaire, nous reprenons, dans le cadre des algèbres étales, la notion de couple hensélien introduite par Nagata et Lafon [4].

Est-ce la peine de dire que de nombreuses notions et démonstrations que l'on trouvera dans ce livre sont directement inspirées des "Eléments de géométrie algébrique" de A. Grothendieck et J. Dieudonné ? Je voudrais également remercier N. Bourbaki qui m'a donné accès à des notes sur son ouvrage en préparation sur les algèbres étales, Daniel Perrin qui a mené à bien une première rédaction de ce cours et Mademoiselle Boulanger qui a assuré la frappe du manus-

Quelques notations.

Tous les anneaux considérés sont commutatifs. Si p est un idéal premier d'un anneau A, on note $k(p)$ le corps des fractions de l'anneau intègre A/p égal encore au corps résiduel de l'anneau local A_p, localisé de A en p. Si A est un anneau local, on note aussi k_A le corps résiduel de A.

Soient A un anneau, B une A-algèbre, p un idéal premier de A. On appelle fibre de B au-dessus de p, la $k(p)$-algèbre $B \otimes_A k(p)$.