Alt
Lineare Funktionalanalysis

Hans Wilhelm Alt

Lineare Funktionalanalysis

Eine anwendungsorientierte Einführung

Fünfte, überarbeitete Auflage
Mit 19 Abbildungen

Springer

Prof. Dr. Hans Wilhelm Alt
Institut für Angewandte Mathematik
Abteilung für Funktionalanalysis
und Numerische Mathematik
Universität Bonn
Wegelerstraße 6
53115 Bonn, Deutschland
E-mail: alt@iam.uni-bonn.de

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.ddb.de abrufbar.

Mathematics Subject Classification (2000): 46-01, 35-01, 28-01

ISBN-10 3-540-34186-2 Springer Berlin Heidelberg New York
ISBN-13 978-3-540-34186-4 Springer Berlin Heidelberg New York
ISBN 3-540-43947-1 4. Aufl. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York

Springer ist ein Unternehmen von Springer Science+Business Media

springer.de

Umschlaggestaltung: WMXDesign GmbH, Heidelberg
Herstellung: LE-TEX Jelonek, Schmidt & Vöckler GbR, Leipzig
Satz: Datenerstellung durch den Autor unter Verwendung eines Springer TEX-Makropakets
Gedruckt auf säurefreiem Papier 175/3100YL - 5 4 3 2 1 0

Vorwort zur fünften Auflage

Diese Ausgabe ist eine vollständig überarbeitete Version der vierten Auflage. Die wesentlichen Inhalte des Buches sind hierbei unverändert geblieben und auch die Reihenfolge der Darstellung bleibt dieselbe. Im Einzelnen wurden jedoch unzählige Änderungen vorgenommen mit dem Ziel, den Stoff des Buches dem Leser besser zugänglich zu machen.

Insbesondere wurden Beweise zum Teil umformuliert und durch zusätzliche Erläuterungen ergänzt. Aussagen über Distributionen wurden ausführlicher ausgearbeitet. Weiter wurden zusätzliche Querverweise innerhalb des Buches eingefügt. Durch eine bessere inhaltliche Strukturierung hat sich dabei die Nummerierung in einigen Abschnitten verändert.

Die Quelldateien, die von der ersten Auflage an vollständig auf TEX basierten, wurden in LATEX umgeschrieben. Durch die sich dadurch ergebenden Gestaltungsmöglichkeiten erscheint das Buch in einem neuen einheitlichen Layout. Die jetzt vorhandene Durchnummerierung von Gleichungen hat sich auf die Darstellung von Beweisen positiv ausgewirkt. Auch wurden bei den Bezeichnungen einige systematische Veränderungen vorgenommen. So werden die Räume linearer Operatoren mit $\mathscr{L}$ bezeichnet, um sie von den L^p-Räumen zu unterscheiden, und die zu einer Funktion f gehörende Distribution wird mehr suggestiv mit $[f]$ bezeichnet.

Was die Abbildungen betrifft, wurden die Originalgraphiken eingescannt und zur besseren Lesbarkeit mit TEX-Zeichen beschriftet.

Bedanken möchte ich mich bei Herbert Arndt, Uwe Fermum, Dag Lukkassen, Peter Philip und vielen anderen, die mich auf Fehler in der vierten Auflage hingewiesen haben.

Meckenheim, Juni 2006 H. W. Alt

Vorwort zur vierten Auflage

Diese Ausgabe ist eine teilweise überarbeitete Version der dritten Auflage, wobei im Detail sehr viele Korrekturen und Erläuterungen vorgenommen wurden. Weiter wurden einige neue Beweise eingefügt, unter anderem beim allgemeinen Lebesgue'schen Konvergenzsatz, der Maßerweiterung und der Partition der Eins, sowie die letzte Übungsaufgabe im zweiten Abschnitt.

Auch schien es sinnvoll, die Verzeichnisse zu überarbeiten. Darüberhinaus mussten Sprachanpassungen vorgenommen werden und die TEX-Files für ein einheitliches Layout vollständig editiert werden. Da ich inzwischen über gute TEX-Kenntnisse verfüge, habe ich alle Änderungen selbst vorgenommen, was den Vorteil einer unmittelbaren Kontrolle hatte.

Die Abbildungen sind unverändert. Sie waren von mir für die erste Auflage mit mathematischen Formeln auf einem Z80-Computer produziert und dann vom Springer Verlag graphisch aufbereitet worden. Sie hätten daher komplett neu erstellt werden müssen, was einer weiteren Auflage vorbehalten sein möge. Ich bitte daher einige inzwischen entstandene Inkonsistenzen in den Notationen zwischen Text und Abbildungen zu entschuldigen.

Bedanken möchte ich mich bei Etienne Emmrich und Ansgar Grüne, die mir Fehler in der dritten Auflage mitgeteilt haben. Besonders wertvoll waren die vielen Hinweise von Herrn Dr. Herbert Arndt, die auf seiner Lehrerfahrung mit diesem Buch beruhten und zum Teil die Meinung von Studenten ausdrückten.

Ich hoffe, all dies kommt dem Leser zugute. Dankbar bin ich weiterhin jedem, der Fehler aufspürt, auch einfache Tippfehler, oder mir Verbesserungsvorschläge, seien es auch nicht detaillierte, zukommen lässt
(e-mail: willi@iam.uni-bonn.de).

Meckenheim, Mai 2002 H. W. Alt

Vorwort zur dritten Auflage

Dieses Buch ist eine völlig überarbeitete Version der 2. Auflage, wobei der Stoffumfang und das Ziel des Buches unverändert geblieben sind: Sowohl der abstrakten algebraischen Seite der Funktionalanalysis als auch den Eigenschaften von Funktionenräumen und deren Anwendungen wird gebührend Raum gegeben, wobei die Leser in den einzelnen Abschnitten möglichst effektiv zu den zentralen Sätzen und Beweisen geführt werden sollen. Darüber hinaus sollen die erlernten abstrakten Begriffe möglichst schnell auf konkrete Situationen angewendet werden.

Um die Benutzung als Lehrbuch zu verbessern, sind einige Abschnitte in der Darstellung umgestellt oder neu gestaltet sowie einige Themen etwas ausführlicher dargestellt worden. Außerdem ist mehr Wert auf motivierende und erläuternde Zwischentexte gelegt worden.

Besonders danken möchte ich Herrn Thomas Canarius und Frau Sandra Wieland für ihre Verbesserungs- und Ergänzungsvorschläge, die aus Platzgründen jedoch nur zum Teil berücksichtigt werden konnten. Trotz der vielen Zeit und Bemühungen, die in diese Neuauflage eingeflossen sind, kann ich nicht ausschließen, daß dennoch Fehler übersehen wurden. Ich bin daher jedem dankbar, der mich auf Fehler aufmerksam macht oder Verbesserungsvorschläge mitteilt (e-mail: willi@iam.uni-bonn.de), so wie ich Herrn Krzysztof Chelminski für den Hinweis auf einen Fehler bzgl. der L^1-Folgenkompaktheit danke.

Diese Auflage wäre nicht zustande gekommen ohne tatkräftige Mithilfe. Ich bedanke mich bei Herrn Michael Luckey, der die TEX-Makros an die Vorgaben des Verlages angeglichen hat und sämtliche Probleme bzgl. der TEX-Sprache und des TEX-Systems gelöst hat. Frau Sandra Wieland danke ich für das Durcharbeiten des Buches und das geduldige Korrekturlesen. Ganz herzlicher Dank gilt Frau Doris Theisen, die äußserst zuverlässig und mit großem Engagement die TEX-Files überarbeitet hat, wobei insgesamt fast die Hälfte der Texte neu geschrieben werden mußte.

Dem Springer Verlag danke ich für die jahrelange kooperative Zusammenarbeit.

Bonn, Januar 1999 H. W. Alt

Vorwort zur zweiten Auflage

Ich möchte mich bei all denen bedanken, die mich auf Fehler in der ersten Auflage aufmerksam gemacht haben. Neben derartigen Korrekturen ist der Anfang des Buches neu geschrieben worden. Besonderen Dank möchte ich Herrn Thomas Widmer aussprechen, der die TEX-Files überarbeitet und die automatischen Verzeichnisse erstellt hat.

Bonn, September 1991 H. W. Alt

Vorwort zur ersten Auflage

Oft besucht der Algebrix
im sechsten Stock den Analyx,
und staunend über dessen Tricks
verbringt er Stunden höchsten Glücks.

Ulrich Warnecke

Das Buch ist entstanden aus einer einsemestrigen Kursusvorlesung, die ich im WS 80/81 an der Universität Bochum und im WS 83/84 an der Universität Bonn für Studenten ab 5. Semester gehalten habe. Das Ziel war, einen Grundkanon zu vermitteln und dabei in den einzelnen Abschnitten möglichst schnell auf die zentralen Aussagen zuzusteuern. Dabei habe ich versucht, sowohl die algebraische als auch die analytische Seite der Funktionalanalysis mit gleichem Gewicht zu behandeln.

Bis auf einige Umstellungen und hinzugefügte Aussagen stimmt der Inhalt dieses Buches mit dem in der Vorlesung dargestellten Stoff überein.

Voraussetzung für die Lektüre des Buches ist eine Anfängerausbildung in Linearer Algebra und Analysis. Wegen der unterschiedlichen Vorkenntnisse der Studenten ist ein Anhang über das Lebesgue-Integral eingefügt. Die Anhänge 4 und 8 beweisen Aussagen, die in der Vorlesung nur formuliert worden waren. Der Anhang A6 dient zur Vertiefung des Studiums der Sobolev-Räume. Viele der während der Vorlesung gestellten Übungen sind mit Lösungen in das Buch aufgenommen worden, andere als Übungen hinzugenommene Aussagen sind als Ergänzung zum Grundstoff gedacht. Ich glaube daher, daß sich dieses Buch als Grundlage und ebenso als Begleitlektüre zu Vorlesungen über lineare Funktionalanalysis eignet, aber auch als Ergänzungsliteratur zu anderen Vorlesungen.

Besonders zu danken habe ich Eberhard Bänsch und Jürgen Dennert, die durch unzählige Hinweise und Verbesserungsvorschläge zur endgültigen Version des Buches beigetragen haben.

Schließlich wäre das Buch nicht entstanden ohne die Arbeit von Angelika Schofer, die das Manuskript mit dem TEX-System gesetzt hat und der das Buch seine äußere Gestaltung verdankt.

Bonn, Juli 1985 H. W. Alt

Inhaltsverzeichnis