HANDBUCH DER VERMESSUNGSKUNDE

von

DR. PHIL. h. c. W. JORDAN

weiland Professor an der Technischen Hochschule Hannover

DRITTER BAND

Zweiter Halbband

SPHÄROIDISCHE BERECHNUNGEN,
KONFORME ABBILDUNG DES ERDELLIPSOIDS
UND AUFGABEN DER ERDMESSUNG

Mit zahlreichen Abbildungen

Bearbeitet von

DR. DR.-ING. e. h. O. EGGERT

weiland Professor an der Technischen Hochschule Berlin
Direktor des Preußischen Geodätischen Instituts in Potsdam

Neunte Auflage

(Unveränderter Abdruck der erweiterten achten Auflage)

STUTTGART
J. B. METZLERSCHE VERLAGSBUCHHANDLUNG
1948

Dr. Dr.-Ing. e. h. Otto Eggert,
geboren am 4. Februar 1874 in Tilsit,
gestorben am 20. Januar 1944 in Danzig

ISBN 978-3-476-99868-2

ISBN 978-3-476-99867-5 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-476-99867-5

© 1941 Springer-Verlag GmbH Deutschland

Ursprünglich erschienen bei J.B. Metziersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart in 1941

Vorwort.

Mit dem vorliegenden zweiten Halbband des dritten Bandes ist eine neue Auflage des gesamten Handbuchs der Vermessungskunde zum Abschluß gebracht. Der Halbband enthält im ersten Teil die geodätischen Berechnungen auf dem Erdellipsoid sowie die geodätisch wichtigen Abbildungen des Erdellipsoids und im zweiten Teil die Aufgaben der Erdmessung.

Die Berechnungen auf dem Erdellipsoid sind im wesentlichen in der bisherigen Form dargestellt, jedoch ist die Theorie der geodätischen Linie mathematisch etwas schärfer gefaßt worden. Für die Übertragung geographischer Koordinaten sind die jetzt weitverbreiteten Formeln von Schreiber abgeleitet, ferner sind die sphäroidischen Mittelbreitenformeln zum Teil in eine andere Form gebracht worden.

Außer den Soldnerschen rechtwinkligen Koordinaten ist entsprechend dem Inhalt des ersten Halbbandes die Theorie der querachsigen rechtwinkligen Koordinaten entwickelt.

Wesentlich umgestaltet sind die Kapitel, die die Abbildung des Erdellipsoids behandeln. Unter Einführung der isometrischen Breite werden die allgemeinen mathematischen Grundlagen für die Theorie der konformen Abbildung des Erdellipsoids entwickelt. Hieran schließt sich die ausführliche Behandlung der Gauß-Krügerschen Projektion, wobei die Koordinatenumformung für zwei Gauß-Krügersche Systeme neu hinzugekommen ist.

Als weitere Anwendung der konformen Abbildung folgt die konforme querachsige Projektion, die konforme Kegelprojektion und in kurzer Darstellung die stereographische Projektion von Roussilhe.

Bei der vielfachen Anwendung der konformen Doppelprojektion in verschiedenen Ländern wurde die Theorie der konformen Abbildung des Ellipsoids auf die Kugel im bisherigen Umfang beibehalten und zum Teil mathematisch vertieft. Dagegen wurde die frühere preußische konforme Doppelprojektion, nachdem sie zugunsten der für das ganze Reichsgebiet eingeführten Gauß-Krügerschen Projektion aufgegeben worden ist, nur noch kurz behandelt.

Im zweiten Teil des Halbbandes ist vor allem den vielen Neuerungen in der Methode der Schweremessung Rechnung getragen worden. So sind neue Pendelapparate für relative Schweremessungen beschrieben, ferner ist auf die

Pendelmessungen im Unterseeboot und auf die Theorie des Pendels von Holweck-Lejay eingegangen. Ein besonderer Abschnitt ist den statischen Schweremessern gewidmet, die zur Zeit eine ständig wachsende Bedeutung gewinnen. Eine weitere Ergänzung hat auch die Reduktion der Schwermessungen, insbesondere unter Berücksichtigung der Isostasie, gefunden.

Für die Ausgleichung astronomisch-geodätischer Netze ist gezeigt, wie solche Ausgleichungen in strenger Form ausgeführt werden können. Außerdem wurde die Bedeutung der Laplaceschen Gleichung für eine Landes-triangulation mehr hervorgehoben.

Im letzten Kapitel wurden, um die Grenzen der eigentlichen Geodäsie nicht wesentlich zu überschreiten, lediglich die neueren Ergebnisse der Polbewegung aufgenommen.

Für das Studium des Vermessungsingenieurs kann von den ersten Begriffen in bezug auf das Erdellipsoid von S. 1 und 2 sofort zu § 6 und 7 übergegangen werden, in denen die Grundgleichungen der geodätischen Linie entwickelt sind. Hierauf können § 17—21 des Kapitels III folgen, die die wichtigsten Formelsysteme zur Übertragung der geographischen Koordinaten enthalten. Von den rechtwinkligen Koordinaten auf dem Ellipsoid sind als wichtigste die Soldnerschen Koordinaten in § 27 und 28 behandelt worden.

Übergehend zu der Abbildung des Erdellipsoids ist das Studium von § 30—37 erforderlich, in denen alles enthalten ist, was für das Verständnis der Gauß-Krügerschen Koordinaten erforderlich ist. Die Koordinatenumformung zwischen zwei Gauß-Krügerschen Systemen in § 38 kann für späteres Studium zurückgestellt werden.

Schließlich sind noch § 54 und 55 von Interesse.

Für die Fälle, in denen die Kenntnis der konformen Doppelprojektion notwendig ist, findet sich alles Erforderliche in § 46—50 und 52—53.

Nach Abschluß dieses ersten Lehrgangs der Landesvermessung wäre § 88—96 durchzuarbeiten, um die Lehre von den Lotabweichungen für die Landesvermessung nutzbar machen zu können.

Alles Weitere der Kapitel VI—X bezieht sich auf die Aufgaben der Erdmessung und kann dem Vermessungsingenieur zur Vertiefung seines Wissens dienen.

Berlin-Dahlem, im September 1941.

O. EGGERT.

Inhaltsübersicht.

Kapitel I.

Normalschnitte und geodätische Linie.

	Seite
§ 1. Gegennormalschnitte	1
§ 2. Ellipsenbogen eines Normalschnittes	8
§ 3. Konvergenz der beiden Normalschnitte	13
§ 4. Einfluß der Höhe der Zielpunkte auf die Messung der Horizontalwinkel	16
§ 5. Übertragung von Längen, Breiten und Azimuten auf dem Ellipsoid mit Hilfe von Vertikalschnitten	19
§ 6. Die geodätische Linie	23
§ 7. Differentialgleichungen der geodätischen Linie	26
§ 8. Die geodätische Linie als kürzeste Linie	29
§ 9. Vergleichung der geodätischen Linie mit den Normalschnitten	33

Kapitel II.

Sphäroidische Dreiecksberechnung.

§ 10. Die reduzierte Länge der geodätischen Linie	39
§ 11. Sphäroidische Polarkoordinaten	44
§ 12. Verbindung eines rechtwinkligen Systems und eines Polarsystems	47
§ 13. Reihenentwicklung für das rechtwinklige sphäroidische Dreieck	49
§ 14. Berechnung des allgemeinen (schiefwinkligen) sphäroidischen Dreiecks	54
§ 15. Krumme Oberfläche des sphäroidischen Dreiecks	57
§ 16. Praktische Anwendung der allgemeinen Theorie der sphäroidischen Dreiecke	61

Kapitel III.

Sphäroidische Koordinaten.

§ 17. Sphäroidisches Polardreieck	67
§ 18. Reihenentwicklungen nach Potenzen von s	69
§ 19. Die Formeln von Schreiber zur Übertragung geographischer Koordinaten	76
§ 20. Krügers Formeln zur Übertragung geographischer Koordinaten	82
§ 21. Sphäroidische Mittelbreitenformeln	86
§ 22. Die reduzierte Breite	97
§ 23. Das sphärische Hilfsdreieck mit reduzierten Breiten	102
§ 24. Integration der Differentialgleichungen des Polardreiecks	104
§ 25. Bessels Formeln zur Übertragung geographischer Koordinaten	107
§ 26. Jordans Auflösung des geodätischen Polardreiecks	111
§ 27. Rechtwinklige Koordinaten auf dem Ellipsoid	117
§ 28. Potenzreihen für rechtwinklige und geographische Koordinaten	128
§ 29. Rechtwinklige querachsige Koordinaten	135

Kapitel IV.

Die Abbildung des Erdellipsoids.

§ 30. Die Grundgleichungen der Abbildung	142
§ 31. Die konforme Abbildung des Erdellipsoids	146
§ 32. Die Gauß-Krügersche Projektion	150

	Seite
§ 33. Berechnung der geographischen Koordinaten aus den konformen ebenen Koordinaten	154
§ 34. Meridiankonvergenz und Vergrößerungsverhältnis. Potenzreihen	159
§ 35. Zusammenstellung der Formeln und Zahlenbeispiele	166
§ 36. Krügers Formeln für geographische Koordinaten und konforme ebene Koordinaten	168
§ 37. Entfernungs- und Richtungsreduktion	175
§ 38. Koordinatenumformung für zwei Gauß-Krügersche Systeme	184
§ 39. Querachsige konforme Koordinaten	195
§ 40. Die Meridiankonvergenz und das Vergrößerungsverhältnis der querachsigen Projektion	201
§ 41. Konforme Kegelprojektion	204
§ 42. Reihenentwicklung für die konforme Kegelprojektion	207
§ 43. Reihenentwicklungen für die rechtwinkligen Koordinaten	210
§ 44. Konforme Kegelprojektion mit zwei Grundparallelkreisen	216
§ 45. Die stereographische Projektion	218

Kapitel V.

Konforme Abbildung des Ellipsoids auf die Kugel und konforme Doppelprojektion.

§ 46. Grundformeln	222
§ 47. Wahl der Konstanten	225
§ 48. Reihenentwicklung für die Breitendifferenz	229
§ 49. Reihenentwicklung für das Vergrößerungsverhältnis	233
§ 50. Azimutreduktion	236
§ 51. Allgemeine Beziehung zwischen dem Vergrößerungsverhältnis m und dem Krümmungsdifferential der Abbildung	241
§ 52. Hilfstafeln und Zahlenbeispiele	243
§ 53. Konforme Doppelprojektion	245
§ 54. Karten mit geographischen Netzlinien	250
§ 55. Die rechtwinkligen Koordinatensysteme des Deutschen Reichs	260

Kapitel VI.

Bestimmung der Dimensionen des Erdellipsoids durch Gradmessungen.

§ 56. Bestimmung der Meridianellipse durch zwei Breitengradmessungen	272
§ 57. Reduktion eines Gradmessungsbogens auf den Meridian	274
§ 58. Ausgleichung mehrerer Breitengradmessungen	279
§ 59. Längengradmessung	283
§ 60. Azimutübertragung	284

Kapitel VII.

Die mathematische Erdgestalt und die Schwerkraft.

§ 61. Anziehung eines Massenpunkts durch den Erdkörper	288
§ 62. Gleichgewicht eines starren Punktsystems	292
§ 63. Reihenentwicklung für das Potential der Schwerkraft	294
§ 64. Das Theorem von Clairaut	297

	Seite
§ 65. Die Gestalt der Sphäroidflächen	303
§ 66. Bestimmung der großen Halbachse des Erdellipsoids aus der Mondparallaxe und der Schwerkraft	306
§ 67. Bestimmung der Abplattung der Erde aus den Unregelmäßigkeiten der Mondbewegung	309

Kapitel VIII. Die Messung der Schwerkraft.

§ 68. Das mathematische Pendel	311
§ 69. Das physische Pendel	315
§ 70. Schwingung eines physischen Pendels um eine zylindrische Achse	321
§ 71. Das Mitschwingen des Pendelstativs	324
§ 72. Ältere Pendelmessungen	329
§ 73. Der Repsoldsche Pendelapparat	338
§ 74. Bestimmung des Mitschwingens des Stativs	344
§ 75. Zahlenbeispiel	349
§ 76. Der Sternecksche Pendelapparat	357
§ 77. Das Mitschwingen des Sterneckschen Pendelstativs	363
§ 78. Reduktion der Pendelmessungen. Einfluß der Luftdichte und der Pendeltemperatur	368
§ 79. Besondere Methoden der Pendelmessung	372
§ 80. Die statischen Schweremesser	377
§ 81. Reduktion der Schweremessungen	383
§ 82. Die isostatische Reduktion der Schweremessungen	387
§ 83. Die normale Schwerkraft im Meeresniveau	392
§ 84. Messungen vermittelt der Drehwaage	395
§ 85. Die Verwertung der Drehwaagenmessungen	403
§ 86. Theorie des geometrischen Nivellements	408
§ 87. Die orthometrische Verbesserung des Nivellements	412

Kapitel IX. Lotabweichungen.

§ 88. Allgemeines über Lotabweichungen	416
§ 89. Grundformeln für die Berechnung der Lotabweichungen aus astronomischen und geodätischen Messungen	417
§ 90. Differentialformeln für die geodätische Linie	422
§ 91. Einfluß einer Änderung des Ellipsoidkonstanten	430
§ 92. Ausgleichung eines astronomisch-geodätischen Netzes	435
§ 93. Beispiel einer Netzausgleichung	439
§ 94. Bestimmung der Gewichte und Ausgleichung	446
§ 95. Strenge Ausgleichung des astronomisch-geodätischen Netzes	453
§ 96. Bestimmung der Orientierung eines Dreiecksnetzes	457
§ 97. Berechnung der Dimensionen des Erdsphäroids	459
§ 98. Bestimmung von Geoidprofilen und kleiner Teile der Geoidfläche . . .	468
§ 99. Messung von Lotabweichungen vermittelt der Drehwaage	475
§ 100. Die trigonometrische Höhenmessung	482

Kapitel X.

Periodische Lotstörungen und die Polbewegung.

	Seite
§ 101. Veränderlichkeit der Lotrichtung unter dem Einfluß von Sonne und Mond	487
§ 102. Das Horizontalpendel	492
§ 103. Reihenentwicklung für das Potential der fluterzeugenden Kraft	498
§ 104. Berechnung der Lotbewegungen	504
§ 105. Die Auswertung der Horizontalpendelmessungen	506
§ 106. Bestimmung der Elastizität der Erde	512
§ 107. Die Rotation der Erde	516
§ 108. Der Internationale Breitendienst	520
§ 109. Bestimmung der Elastizität der Erde aus der Polbewegung	527

Druckfehler in Band III, 1. Halbband 1939.

Seite 143	Zeile 8 von unten soll (15) statt (10).
Seite 217	Zeile 18 soll $3 b c^2$ statt $6 b c^2$.
Seite 248	Zeile 16 soll <i>Mittlerer Krümmungshalbmesser</i> r statt <i>Krümmungsverhältnis</i> $N : M$.
Seite 260	Formel (5) soll $\frac{1}{2} \sin 2 \varphi$ statt $\frac{1}{2} \cos 2 \varphi$.
Seite 284	Zeile 8 soll $C A' B'$ statt $C A' B$.
Seite 329	Zeile 11 soll $\frac{y^3}{3 r^3} \Big) \operatorname{tang} \varphi_2$ statt $\frac{y^3}{3 r^3} \operatorname{tang} \varphi_2 \Big)$.
Seite 335	In der Mitte der mittleren Spalte soll $\sin^2 \varphi$ statt $\sin \varphi$.
Seite 336	Dritter Abschnitt, letzte Spalte soll $(b') \mid 4.3668_n$ statt $(b) \mid 4.3668_n$. Vierter Abschnitt, rechts unten soll $(d') = -0,0043$ statt $(d) = -0,0043$.
Seite 379	Zeile 3 von unten soll $\varphi_0 = 0$ statt $\varphi = 0$.
Seite 390	Zeile 20 von unten soll Ebene statt Kugelfläche.
Seite 396	Zeile 10 soll $+\frac{B s^2}{6}$ statt $\frac{B s^2}{2}$.
Seite 397	Zeile 1 soll $= \frac{A s}{2} \xi + \frac{B s^2}{6} \xi$ statt $\frac{A s}{6} \xi + \frac{B s^2}{6} \xi$.
Seite 399	Zeile 2 soll $\frac{\eta^3}{6 r^3}$ statt $\frac{\eta^2}{6 r^2}$.
Seite 399	Zeile 20 soll $+ 15\,278,872$ statt $- 15\,278,872$.
Seite 429	Zeile 14 soll $\lambda \sin \varphi_0 + \frac{1}{3} \left(\frac{y^3}{R_0^3} + \frac{3 y^3 x}{R_0^4} \right) =$ statt $\lambda \sin \varphi_0 = \frac{1}{3} \left(\frac{y^3}{R_0^3} + \frac{3 y^3 x}{R_0^4} \right) =$
Seite 431	Zeile 9 von unten soll $\frac{\mu x^4}{24 r^4}$ statt $\frac{\mu}{24 r^4}$.
Seite 435	Zeile 14, letztes Glied soll $-\frac{t_0}{4 r^3} y_1^2 (y_2 - y_1)$ statt $-\frac{t_0}{4 r^3} y^3 (y_2 - y_1)$
Seite 435	Zeile 10 von unten soll $-\frac{t_0 Q}{12 r^3}$ statt $+\frac{t_0 Q}{12 r^3}$.
Seite 435	Zeile 9 von unten soll $-\frac{t_0 Q}{24 r^3}$ statt $+\frac{t_0 Q}{24 r^3}$.
Seite 477	Zeile 18 von unten soll $\alpha = 14^h 12^m$ statt $14^h 42^m$.
Seite 477	Zeile 13 von unten soll $\alpha' = 14^h 12^m$ statt $14^h 42^m$.
A n h a n g.	
Seite [56]	Zeile 4 soll $\mid .02 \mid .03 \mid$ usw. $\mid .09 \mid$ statt $\mid 0.2 \mid 0.3 \mid$ usw. $\mid 0.9 \mid$.
Seite [56]	Zeile 15 soll 269.1 statt 169.1.