

Dietmar Herrmann

**Angewandte
Matrizenrechnung**

40 BASIC-Programme

12 Anwendungen

Anwendung von Mikrocomputern

Herausgegeben von Dr. Harald Schumny

Die Buchreihe behandelt Themen aus den vielfältigen Anwendungsbereichen des Mikrocomputers: Technik, Naturwissenschaften, Betriebswirtschaft. Jeder Band enthält die vollständige Lösung von Problemen, entweder in Form von Programmpaketen, die der Anwender komplett oder in Teilen als Unterprogramme verwenden kann, oder in Form einer Problemaufbereitung, die dem Benutzer bei der Software- und Hardware-Entwicklung hilft.

- Band 1** **Digitale Regelung von Mikroprozessoren**
von Norbert Hoffmann
- Band 2** **Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik**
von Dietmar Herrmann
- Band 3** **Mathematische Routinen VC-20 (Elektrotechnik/Elektronik)**
von Ernst-Friedrich Reinking
- Band 4** **Numerische Mathematik**
von Dietmar Herrmann
- Band 5** **Textverarbeitung (TI-99/4A und VC-20)**
von Arnim und Ingeborg Tölke
- Band 6** **Steuerberechnung mit dem Epson HX-20**
von Werner Grajewski und Eduard Sachtje
- Band 7** **Getriebelehre mit dem Mikrocomputer (SHARP PC-1500A)**
von Hans Bürde
- Band 8** **Dienstprogramme für VC-20, Commodore 64 und Executive**
von Ernst-Friedrich Reinking
- Band 9** **Gelenkgetriebe-Konstruktion mit Kleinrechnern**
(HP Serie 40 und 80)
von Kurt Hain und Harald Schumny
- Band 10** **Angewandte Matrizenrechnung**
von Dietmar Herrmann

Anwendung von Mikrocomputern Band 10

Dietmar Herrmann

Angewandte Matrizenrechnung

40 BASIC-Programme
12 Anwendungen



Friedr. Vieweg & Sohn Braunschweig / Wiesbaden

Das in diesem Buch enthaltene Programm-Material ist mit keiner Verpflichtung oder Garantie irgendeiner Art verbunden. Der Autor übernimmt infolgedessen keine Verantwortung und wird keine daraus folgende oder sonstige Haftung übernehmen, die auf irgendeine Art aus der Benutzung dieses Programm-Materials oder Teilen davon entsteht.

1985

Alle Rechte vorbehalten

© Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig 1985

Die Vervielfältigung und Übertragung einzelner Textabschnitte, Zeichnungen oder Bilder, auch für Zwecke der Unterrichtsgestaltung, gestattet das Urheberrecht nur, wenn sie mit dem Verlag vorher vereinbart wurden. Im Einzelfall muß über die Zahlung einer Gebühr für die Nutzung fremden geistigen Eigentums entschieden werden. Das gilt für die Vervielfältigung durch alle Verfahren einschließlich Speicherung und jede Übertragung auf Papier, Transparente, Filme, Bänder, Platten und andere Medien. Dieser Vermerk umfaßt nicht die in den §§ 53 und 54 URG ausdrücklich erwähnten Ausnahmen.

Umschlaggestaltung: Peter Lenz, Wiesbaden

Satz: Vieweg, Braunschweig

ISBN 978-3-528-04324-7

ISBN 978-3-322-96322-2 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-322-96322-2

Vorwort

Längst ist die Anwendung von Matrizen über die lineare Algebra hinausgewachsen. Der vielfältige Einsatz von Matrizen in der angewandten Mathematik in

- numerischer Geometrie (Computergraphik)
- Markowketten-Theorie
- Optimierung
- Spieltheorie
- Codierungstheorie
- Graphentheorie

wird in diesem Buch ebenso dargestellt wie die Anwendung in Natur- und Gesellschaftswissenschaften

- Soziologie
- Operations Research
- Biologie/Ökologie
- Astronomie u. a.

Zum anderen bietet der Band eine Programmsammlung für grundlegende Matrizenoperationen wie

- Potenzieren
- Matrizeninversion
- Matrizenfunktionen
- Lösen von Gleichungssystemen
- Eigenwertberechnung

in Unterprogrammtechnik, die bei Bedarf in eigene Programme eingebaut werden können. Zahlreiche numerische Beispiele erläutern die dargestellten Algorithmen.

Die insgesamt 40 BASIC-Programme enthalten keine speziellen Maschinenbefehle und können daher leicht auf alle Mikrocomputer übertragen werden.

Dem Verlag und Herausgeber danke ich für die Herausgabe des Bandes und für die freundliche Zusammenarbeit.

Anzing, im Juni 1984

Dietmar Herrmann

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
1 Einführung und Bezeichnungen	1
2 Grundlegende Matrizenoperationen	8
2.1 Potenz einer Matrix	8
2.2 Matrizen-Funktion	10
2.3 Matrizenpolynom	16
2.4 Matrizengleichung/Inversion	20
2.5 Reelle oder komplexe Determinante	23
2.6 Rang einer ganzzahligen Matrix	30
2.7 Test auf Positiv-Definitheit	33
2.8 Charakteristisches Polynom	36
2.9 Jacobi-Rotation	39
3 Lineare Gleichungssysteme	44
3.1 Gauß-Elimination	44
3.2 Konjugierte Gradienten-Methode	48
3.3 Lineares ganzzahliges Gleichungssystem	52
3.4 Komplexes Gleichungssystem	56
4 Geometrie	60
4.1 Rotationsmatrix	60
4.2 Projektionsmatrix	63
5 Algebra	67
5.1 Relationsmatrix	67
5.2 Permutationsmatrix	71
6 Wahrscheinlichkeitsrechnung-Statistik	74
6.1 Bayes-Matrix	74
6.2 Kovarianz- und Korrelationsmatrix	77
6.3 Reguläre Markowketten	81
6.4 Absorbierende Markowkette	86

7 Optimierung	92
7.1 Simplexverfahren	92
7.2 Quadratische Optimierung	98
7.3 Optimale Zuordnung	102
8 Graphentheorie	109
8.1 Erreichbarkeitsmatrix eines gerichteten Graphen	109
8.2 Distanzmatrix eines bewerteten Graphen	111
9 Spieltheorie	114
9.1 Matrixspiel	114
10 Soziologie	121
10.1 Dominanzmatrix	121
10.2 Erkennung von Cliquen	123
11 Codierungstheorie	126
11.1 Erzeugung von Codewörtern	126
11.2 Decodierung von Codewörtern	128
12 Kryptologie	132
12.1 Verschlüsselung nach Hill	132
13 Wirtschaft-Operations Research	135
13.1 Leontief-Modell	135
13.2 Gozinto-Matrix	138
14 Biologie – Ökologie	143
14.1 Altersverteilung einer Population	143
14.2 Ökosystem mehrerer Spezies	147
15 Chemie	151
15.1 Chemische Reaktion	151
16 Technische Mechanik	154
16.1 Allgemeines symmetrisches Eigenwertproblem	154
17 Elektrotechnik	158
17.1 Elektrisches Netzwerk	158
18 Astronomie	161
18.1 Umrechnung von Sternkoordinaten	161

19 Numerische Beispiele	165
19.1 Lösung eines homogenen Gleichungssystems	165
19.2 Lösung eines inhomogenen Gleichungssystems	166
19.3 Cramersche Regel	167
19.4 Lösung von simultanen Gleichungssystemen	168
19.5 Normalform einer symmetrischen Matrix	169
19.6 Normalform einer normalisierbaren Matrix	172
19.7 Normalform einer nichtdiagonalähnlichen Matrix	174
19.8 Lösung eines linearen Differentialgleichungssystems	176
19.9 Lösung einer nichtlinearen Matrixgleichung	177
19.10 Hauptachsentransformation eines Trägheitstensors	178
19.11 Klassifikation von Flächen 2. Ordnung	180
19.12 Aufstellen einer Schaltermatrix	182
20 Literaturverzeichnis	184
21 Stichwortverzeichnis	186