Burg/Haf/Wille

Höhere Mathematik für Ingenieure

Band I Analysis

Von Prof. Dr. rer. nat. Friedrich Wille†

4., durchgesehene Auflage
Mit 230 Figuren, zahlreichen Beispielen
und 217 Übungen, zum Teil mit Lösungen

Bearbeitet von Prof. Dr. rer. nat. Herbert Haf
Universität Kassel, Gesamthochschule

B. G. Teubner Stuttgart 1997

Prof. Dr. rer. nat. Klemens Burg

Geboren 1934 in Bochum. Von 1954 bis 1956 Tätigkeit in der Industrie. Von 1956 bis 1961 Studium der Mathematik und Physik an der Technischen Hochschule Aachen und 1961 Diplomprüfung in Mathematik. 1964 Promotion, von 1961 bis 1973 Wiss. Assistent und Akad. Rat/Oberrat, 1970 Habilitation und von 1973 bis 1975 Wiss. Rat und Professor an der Universität Karlsruhe. Seit 1975 Professor für Ingenieurmathematik an der Universität Kassel, Gesamthochschule.

Arbeitsgebiete: Mathematische Physik, Ingenieurmathematik.

Prof. Dr. rer. nat. Herbert Haf

Geboren 1938 in Pfronten/Allgäu. Von 1956 bis 1960 Studium der Feinwerktechnik-Optik am Oskar-von-Miller-Polytechnikum München. Von 1960 bis 1966 Studium der Mathematik und Physik an der Technischen Hochschule Aachen und 1966 Diplomprüfung in Mathematik. Von 1966 bis 1970 Wiss. Assistent, 1968 Promotion und von 1970 bis 1974 Akad. Rat/Oberrat an der Universität Stuttgart. Von 1968 bis 1974 Lehraufträge an der Universität Stuttgart und seit 1974 Professor für Mathematik (Analysis) an der Universität Kassel. Seit 1985 Vorsitzender der Naturwissenschaftlich-Medizinischen Gesellschaft Kassel.

Arbeitsgebiete: Funktionalanalysis, Verzweigungs-Theorie, Approximationstheorie.

Prof. Dr. rer. nat. Friedrich Wille †

Geboren 1935 in Bremen. Von 1955 bis 1961 Studium der Mathematik und Physik an den Universitäten in Marburg, Berlin und Göttingen, 1961 Diplom und anschließend Industriepraxis. Von 1963 bis 1968 Wiss. Mitarbeiter der Aerodynamischen Versuchsanstalt (AVA) Göttingen, 1965 Promotion, Leiter des Rechenzentrums Göttingen. Von 1968 bis 1971 Wiss. Assistent an den Universitäten Freiburg und Düsseldorf und freier Wiss. Mitarbeiter der Deutschen Forschungs- u. Versuchsanstalt für Luft- u. Raumfahrt (DFVLR). 1970 Battelle-Institut Genf. 1971 Habilitation, 1972 Wiss. Rat und Professor in Düsseldorf. Seit 1973 Professor für Angewandte Mathematik an der Universität Kassel.

Arbeitsgebiete: Aeroelastik, Nichtlineare Analysis, math. Modellierung.

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Höhere Mathematik für Ingenieure / Burg/Haf/Wille. - Stuttgart : Teubner

Bd. 1. Analysis : mit zahlreichen Beispielen und 217 Übungen, zum Teil mit Lösungen / von Friedrich Wille. - 4., durchges. Aufl. / bearb. von Herbert Haf. - 1997

ISBN 978-3-519-32955-8

ISBN 978-3-322-94080-3 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-322-94080-3

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt besonders für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

© B. G. Teubner Stuttgart 1985

Satz: Schreibdienst Henning Heinze, Nürnberg

Vorwort

*Theorie ohne Praxis ist leer,
Praxis ohne Theorie ist blind.*

Die vorliegende „Höhere Mathematik für Ingenieure“ umfaßt den Inhalt einer Vorlesungsreihe, die sich über die ersten vier bis fünf Semester erstreckt. Das Werk wendet sich hauptsächlich an Studenten der Ingenieurwissenschaften, darüber hinaus aber allgemein an alle Studierenden technischer und physikalischer Richtungen, sowie an Studenten der Angewandten Mathematik (Technomathematik, Mathematikingenieur, mathematische Physik).

Lernende und Lehrende finden mehr in diesen Bänden, als in einem Vorlesungszyklus behandelt werden kann. Die Bücher sind so gedacht, daß der Dozent – dem Aufbau der Kapitel folgend – einen „roten Faden“ auswählt, der dem Studierenden den Weg in die Mathematik bahnt und ihm die Stofffülle strukturiert. Der Lehrende wird dabei seinen eigenen Vorstellungen folgen, etwa in der Auswahl der Beispiele, dem Weglassen gewisser „Seitenwege“, oder dem Betonen von Sachverhalten, die für die Fachrichtung der Hörer seiner Lehrveranstaltung wichtig sind.

Dem Studierenden sollen die Bände zur Nacharbeit und Vertiefung des Vorlesungsstoffes dienen, wie auch zum Selbststudium und zur Fortbildung. Die vielen Anwendungsbeispiele sollen ihm den Inhalt dabei lebendig machen, und zusätzliche Ausführungen sein Kernwissen abrunden. Später lassen sich die Bücher immer wieder als Nachschlagewerk verwenden. Insbesondere sind sie zur Examensvorbereitung nützlich, wie auch im Berufsleben als greifbares „Hintergrundwissen“.

Die Bände sind inhaltlich folgendermaßen gegliedert: Band I enthält die Differential- und Integralrechnung einer und mehrerer Veränderlicher, und damit den Stoff der Vorlesungen Analysis I und II. Es wurde dabei Wert auf eine sorgfältige Grundlegung, verbunden mit praktischen Anwendungen, gelegt. Band II hat die Lineare Algebra zum Thema, während Band III die Gewöhnlichen Differentialgleichungen enthält, sowie Distributionen und Integraltransformationen. Dabei wurde eine eher einfache, wenn auch genaue Darstellung gewählt, damit der Ingenieur schnell zu Anwendungen vorstoßen kann. Im Band IV folgen dann die Vektoranalysis und Funktionentheorie (komplexe Analysis) und in Band V Funktionalanalysis und partielle Differentialgleichungen.

Manche Mathematikurse für Ingenieure beginnen mit Analysis (z.B. bei Maschinenbauern), andere mit Linearer Algebra (etwa bei Elektrotechnikern). Aus diesem Grunde wurden die Bände I und II unabhängig voneinander gestaltet, so daß man den Kurs mit jedem dieser Bände beginnen kann.

An Vorkenntnissen wird wenig vorausgesetzt. Schulkenntnisse in elementarer Algebra (Bruchrechnung, Klammerausdrücke) und Geometrie (einfache ebene und räumliche Figuren, Koordinatensystem) genügen. Grundsätzlich beginnt der vorliegende Lehrgang ganz „von vorne“, d.h. mit der Erläuterung der Zahlen, und baut darauf systematisch auf. Auf diese Weise wird auch das meiste aus der Schulmathematik in geraffter Form wiederholt. Der Leser kann daher, je nach Vorkenntnis, die Inhalte erstmalig lernen oder sein Wissen in das vorliegende Gerüst einordnen.

IV Vorwort

Durch viele Beispiele aus Technik und Naturwissenschaft wird der Anwendungsbezug besonders herausgearbeitet. Dabei liegt weitgehend das folgende *Dreischrittschema* zu Grunde:

Einführungsbeispiel $\rightarrow$ Theorie $\rightarrow$ weitere Anwendungen

Hat man ein Einführungsbeispiel zur Motivation erläutert und dann eine Lösungstheorie dazu entwickelt, so stellt sich meistens heraus (sonst wäre der Name „Theorie“ fehl am Platze), daß die theoretischen Hilfsmittel auch zur Lösung weiterer Probleme, ja, auch manchmal ganzer Problemklassen, taugen. Diese brauchen mit dem Ausgangsproblem scheinbar überhaupt nicht verwandt zu sein (z.B. die Flächeninhaltsberechnung zur Motivation der Integralrechnung gegenüber der Berechnung der Leistung einer Dampfmaschine, der maximalen Höhe eines Weltraumsatelliten, dem Trägheitsmoment eines Rades oder der Wahrscheinlichkeit für die Lebensdauer eines Bauteiles. Alle genannten Probleme lassen sich mit Mitteln der Integralrechnung lösen).

Natürlich wird das obige Dreischrittschema nicht über das Knie gebrochen. Denn oft wird auch mathematisches Instrumentarium für spätere Anwendungen oder für den weiteren Ausbau der Mathematik bereitgestellt, wobei ein zu frühes Anheften an Anwendungen nicht möglich ist oder den Blick für die Gliederung der Systematik verschleiert. Denn obwohl die systematische Einführung der Mathematik nicht immer der historischen Entwicklung entspricht und ihre Abstraktion sich von der Praxis zu entfernen scheint, so hat sie doch unbestreitbare Vorteile: Sie verkürzt die Darstellung, da man Verwandtes unter einheitlichen Gesichtspunkten zusammenfassen kann, und bietet eine gute Übersicht, in der man sich beim Nachschlagen besser zurecht findet. Aus diesem Grunde wurde hier ein Mittelweg zwischen Abstraktion und Anwendung eingeschlagen: Systematisches Vorgehen, gekoppelt mit praktischen Beispielen zur Motivation und Vertiefung. Dabei wird durch viele Figuren der abstrakte Inhalt anschaulich gemacht.

Noch ein Wort zur „*mathematischen Sprache*“! Sie besteht zum größten Teil aus der Umgangssprache, ergänzt durch mathematisch klar definierte Fachausdrücke und Begriffe. Man kann sagen, die eigentliche mathematische Fachsprache „schwimmt“ auf der Umgangssprache. Denn ohne die Umgangssprache wäre jede Fachwissenschaft verloren und könnte sich nicht mitteilen. Es hat sich nämlich herausgestellt, daß ein konsequentes Benutzen der exakten fachlichen Ausdrucksformen zu sprachlichen Ungetümen führen kann, so daß auf diese Weise die Sachverhalte viel schwieriger zu begreifen sind, ja, mitunter gar unverständlich zu werden drohen. Hier helfen „unscharfe“ umgangssprachliche Formulierungen oft weiter und steigern die Verständlichkeit. Für das Lehren gilt nämlich der scheinbar widersprüchliche Satz: „Es ist nicht wichtig, ob sich der Lehrende stets richtig ausdrückt, sondern nur, daß im Kopf des Zuhörers das Richtige ankommt!“

Ein Beispiel soll dies stellvertretend erläutern, und zwar die Sprechweise bei Funktionen. Fachlich korrekt (und pedantisch) heißt es:

„Wir untersuchen die Funktion $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, definiert durch $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ für alle $x \in [-1, 1]$, auf Differenzierbarkeit.“

Eine einfachere Sprechweise (wenn auch etwas unschärfer) wäre:

„Wir untersuchen die Funktionen $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ auf Differenzierbarkeit.“

Wir können wohl davon ausgehen, daß der zweitgenannte Text vom Hörer genauso verstanden wird wie der erste, vielleicht sogar besser (insbesondere in einem Kapitel über reellwertige Funktionen einer reellen Variablen). Aus diesem Grunde werden wir uns in diesen Bänden einer einfachen Sprechweise bedienen, die der Umgangssprache nahe steht. Bei Funktionen nehmen wir uns die Freiheit heraus, Gleichungen als Ausdrücke für Funktionen zu verwenden, oder den Funktionswert $f(x)$ einfach als Funktion zu bezeichnen. Hierbei wird vorausgesetzt, daß der Leser (etwa nach Studium des Abschnittes 1.3 in Band I) mit dem abstrakten Funktionsbegriff vertraut ist. Die geschilderte Sprechweise („pars pro toto“) hilft, sprachliche Überladung zu vermeiden. Insbesondere bei der Behandlung von Gewöhnlichen Differentialgleichungen (Band III) würde man ohne vereinfachte Ausdrucksweise zu sprachlichen Komplikationen kommen, die das Verständnis stark erschweren. Aus diesem Grunde bedienen wir uns, soweit wie möglich, umgangssprachlicher Wendungen, ohne die Präzision aus den Augen zu verlieren.

Zum Schluß bedanken wir uns bei allen, die uns bei diesem Buchvorhaben unterstützt haben. Frau Karin Lange, Herr Wolfgang Homburg und Herr Uwe Brunst haben bei Band I wertvolle Korrekturarbeiten geleistet, wofür ihnen vielmals gedankt sei. Frau Marlies Gottschalk, Frau Erika Münstedt und Frau Karin Wettig danken wir für ihre sorgfältigen Schreibarbeiten wie auch Herrn Klaus Strube für die Herstellung vieler Zeichnungen in Band II und III. Dem Verlag B.G. Teubner danken wir für seine geduldige und kooperative Zusammenarbeit in allen Phasen.

Juli 1985

Die Verfasser

Vorwort zur vierten Auflage

Die vorliegende vierte Auflage des ersten Bandes unterscheidet sich kaum von der vorangehenden Auflage. Es wurden lediglich Druckfehler korrigiert, sowie die Inhaltsverzeichnisse der Bände II bis V und das Literaturverzeichnis aktualisiert.

Unser Mitautor Friedrich Wille, der Verfasser dieses Bandes, ist am 09. August 1992 verstorben.

September 1997

Herbert Haf

Inhalt

1 Grundlagen

1.1	Reelle Zahlen	1
1.1.1	Die Zahlengerade	1
1.1.2	Rechnen mit reellen Zahlen	5
1.1.3	Ordnung der reellen Zahlen und ihre Vollständigkeit	10
1.1.4	Mengenschreibweise	14
1.1.5	Vollständige Induktion	20
1.1.6	Potenzen, Wurzeln, Absolutbetrag	25
1.1.7	Summenformeln: geometrische, binomische, polynomische	28
1.2	Elementare Kombinatorik	35
1.2.1	Fragestellungen der Kombinatorik	35
1.2.2	Permutationen	36
1.2.3	Permutationen mit Identifikationen	37
1.2.4	Variationen ohne Wiederholungen	40
1.2.5	Variationen mit Wiederholungen	42
1.2.6	Kombinationen ohne Wiederholungen	43
1.2.7	Kombinationen mit Wiederholungen	44
1.2.8	Zusammenfassung	46
1.3	Funktionen	48
1.3.1	Beispiele	48
1.3.2	Reelle Funktionen einer reellen Variablen	50
1.3.3	Tabellen, graphische Darstellungen, Monotonie	52
1.3.4	Umkehrfunktion, Verkettungen	57
1.3.5	Allgemeiner Abbildungsbegriff	61
1.4	Unendliche Folgen reeller Zahlen	62
1.4.1	Definition und Beispiele	63
1.4.2	Nullfolgen	64
1.4.3	Konvergente Folgen	67
1.4.4	Ermittlung von Grenzwerten	69
1.4.5	Häufungspunkte, beschränkte Folgen	73
1.4.6	Konvergenzkriterien	76
1.4.7	Lösen von Gleichungen durch Iteration	79
1.5	Unendliche Reihen reeller Zahlen	83
1.5.1	Konvergenz unendlicher Reihen	83
1.5.2	Allgemeine Konvergenzkriterien	88
1.5.3	Absolut konvergente Reihen	91
1.5.4	Konvergenzkriterien für absolut konvergente Reihen	94

1.6 Stetige Funktionen	98
1.6.1 Problemstellung: Lösen von Gleichungen	98
1.6.2 Stetigkeit	99
1.6.3 Zwischenwertsatz	103
1.6.4 Regeln für stetige Funktionen	106
1.6.5 Maximum und Minimum stetiger Funktionen	109
1.6.6 Gleichmäßige Stetigkeit	112
1.6.7 Grenzwerte von Funktionen	115
1.6.8 Pole und Grenzwerte im Unendlichen	119
1.6.9 Einseitige Grenzwerte, Unstetigkeiten	122

2 Elementare Funktionen

2.1 Polynome	125
2.1.1 Allgemeines	125
2.1.2 Geraden	126
2.1.3 Quadratische Polynome, Parabeln	131
2.1.4 Quadratische Gleichungen	136
2.1.5 Berechnung von Polynomwerten, Horner-Schema	139
2.1.6 Division von Polynomen, Anzahl der Nullstellen	143
2.2 Rationale und algebraische Funktionen	145
2.2.1 Gebrochene rationale Funktionen	145
2.2.2 Algebraische Funktionen	150
2.2.3 Kegelschnitte	154
2.3 Trigonometrische Funktionen	158
2.3.1 Bogenlänge am Einheitskreis	158
2.3.2 Sinus und Cosinus	165
2.3.3 Tangens und Cotangens	170
2.3.4 Arcus-Funktionen	173
2.3.5 Anwendungen: Entfernungsbestimmung, Schwingungen	175
2.4 Exponentialfunktionen, Logarithmus, Hyperbelfunktionen	181
2.4.1 Allgemeine Exponentialfunktionen	181
2.4.2 Wachstumsvorgänge. Die Zahl e	184
2.4.3 Die Exponentialfunktion $\exp(x) = e^x$ und der natürliche Logarithmus	188
2.4.4 Logarithmen zu beliebigen Basen	191
2.4.5 Hyperbel- und Areafunktionen	194
2.5 Komplexe Zahlen	196
2.5.1 Einführung	196
2.5.2 Der Körper der komplexen Zahlen	198
2.5.3 Exponentialfunktion, Sinus und Cosinus im Komplexen	204
2.5.4 Polarkoordinaten, geometrische Deutung der komplexen Multiplikation, Zeigerdiagramm	207
2.5.5 Fundamentalsatz der Algebra, Folgen und Reihen, stetige Funktionen im Komplexen	210

3 Differentialrechnung einer reellen Variablen

3.1 Grundlagen der Differentialrechnung	212
3.1.1 Geschwindigkeit	212
3.1.2 Differenzierbarkeit, Tangenten	215
3.1.3 Differenzierbare Funktionen	220
3.1.4 Differentiationsregeln für Summen, Produkte und Quotienten reeller Funktionen	225
3.1.5 Kettenregel, Regel für Umkehrfunktionen, implizites Differenzieren	229
3.1.6 Mittelwertsatz der Differentialrechnung	235
3.1.7 Ableitungen der trigonometrischen Funktionen und der Arcusfunktionen	238
3.1.8 Ableitungen der Exponential- und Logarithmus-Funktionen	242
3.1.9 Ableitungen der Hyperbel- und Area-Funktionen	246
3.1.10 Zusammenstellung der wichtigsten Differentiationsregeln	247
3.2 Ausbau der Differentialrechnung	249
3.2.1 Die Regeln von de l'Hospital	249
3.2.2 Die Taylorsche Formel	253
3.2.3 Beispiele zur Taylorformel	257
3.2.4 Zusammenstellung der Taylorreihen elementarer Funktionen	264
3.2.5 Berechnung von π	267
3.2.6 Konvexität, geometrische Bedeutung der zweiten Ableitung	269
3.2.7 Das Newtonsche Verfahren	274
3.2.8 Bestimmung von Extremstellen	281
3.2.9 Kurvendiskussion	286
3.3 Anwendungen	294
3.3.1 Bewegung von Massenpunkten	294
3.3.2 Fehlerabschätzung	298
3.3.3 Zur binomischen Reihe: physikalische Näherungsformeln	299
3.3.4 Zur Exponentialfunktion: Wachsen und Abklingen	300
3.3.5 Zum Newtonschen Verfahren	304
3.3.6 Extremalprobleme	305

4 Integralrechnung einer reellen Variablen

4.1 Grundlagen der Integralrechnung	311
4.1.1 Flächeninhalt und Integral	311
4.1.2 Integrierbarkeit stetiger und monotoner Funktionen	315
4.1.3 Graphisches Integrieren, Riemannsche Summen, numerische Integration mit der Tangentenformel	317
4.1.4 Regeln für Integrale	322
4.1.5 Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	326

4.2	Berechnung von Integralen	329
4.2.1	Unbestimmte Integrale, Grundintegrale	329
4.2.2	Substitutionsmethode	331
4.2.3	Produktintegration	341
4.2.4	Integration rationaler Funktionen	348
4.2.5	Integration weiterer Funktionenklassen	354
4.2.6	Numerische Integration	357
4.3	Uneigentliche Integrale	362
4.3.1	Definition und Beispiele	362
4.3.2	Rechenregeln und Konvergenzkriterien	365
4.3.3	Integralkriterium für Reihen	373
4.3.4	Die Integralfunktionen Ei, Li, si, ci, das Fehlerintegral und die Gammafunktion	375
4.4	Anwendung: Wechselstromrechnung	379
4.4.1	Mittelwerte in der Wechselstromtechnik	379
4.4.2	Komplexe Funktionen einer reellen Variablen	382
4.4.3	Komplexe Wechselstromrechnung	385
4.4.4	Ortskurven bei Wechselstromschaltungen	391

5 Folgen und Reihen von Funktionen

5.1	Gleichmäßige Konvergenz von Funktionenfolgen und -reihen	397
5.1.1	Gleichmäßige und punktweise Konvergenz von Funktionenfolgen	397
5.1.2	Vertauschung von Grenzprozessen	402
5.1.3	Gleichmäßig konvergente Reihen	405
5.2	Potenzreihen	409
5.2.1	Konvergenzradius	409
5.2.2	Addieren und Multiplizieren von Potenzreihen sowie Differenzieren und Integrieren	412
5.2.3	Identitätssatz, Abelscher Grenzwertsatz	414
5.2.4	Bemerkung zur Polynomapproximation	417
5.3	Fourier-Reihen	418
5.3.1	Periodische Funktionen	419
5.3.2	Trigonometrische Reihen, Fourier-Koeffizienten	420
5.3.3	Beispiele für Fourier-Reihen	422
5.3.4	Konvergenz von Fourier-Reihen	430
5.3.5	Komplexe Schreibweise von Fourier-Reihen	436
5.3.6	Anwendung: Gedämpfte erzwungene Schwingung	439

X Inhalt

6 Differentialrechnung mehrerer reeller Variabler

6.1	Der n-dimensionale Raum $\mathbb{R}^n$	444
6.1.1	Spaltenvektoren	445
6.1.2	Arithmetik im $\mathbb{R}^n$	446
6.1.3	Folgen und Reihen von Vektoren	452
6.1.4	Topologische Begriffe	455
6.1.5	Matrizen	458
6.2	Abbildungen im $\mathbb{R}^n$	462
6.2.1	Abbildungen aus $\mathbb{R}^n$ in $\mathbb{R}^m$	462
6.2.2	Funktionen zweier reeller Variabler	464
6.2.3	Stetigkeit im $\mathbb{R}^n$	469
6.3	Differenzierbare Abbildungen von mehreren Variablen	472
6.3.1	Partielle Ableitungen	472
6.3.2	Ableitungsmatrix, Differenzierbarkeit, Tangentialebene	477
6.3.3	Regeln für differenzierbare Abbildungen. Richtungsableitung	483
6.3.4	Das vollständige Differential	487
6.3.5	Höhere partielle Ableitungen	493
6.3.6	Taylorformel und Mittelwertsatz	495
6.4	Gleichungssysteme, Extremalprobleme, Anwendungen	498
6.4.1	Newton-Verfahren im $\mathbb{R}^n$	498
6.4.2	Satz über implizite Funktionen, Invertierungssatz	504
6.4.3	Extremalprobleme ohne Nebenbedingungen	509
6.4.4	Extremalprobleme mit Nebenbedingungen	513

7 Integralrechnung mehrerer reeller Variabler

7.1	Integration bei zwei Variablen	521
7.1.1	Anschauliche Einführung des Integrals zweier reeller Variabler	521
7.1.2	Analytische Einführung des Integrals zweier reeller Variabler	532
7.1.3	Grundlegende Sätze	537
7.1.4	Riemannsche Summen	543
7.1.5	Anwendungen	545
7.1.6	Krummlinige Koordinaten, Transformationen, Funktionaldeterminanten	552
7.1.7	Transformationsformel für Bereichsintegrale	558
7.2	Allgemeinfall: Integration bei mehreren Variablen	564
7.2.1	Riemannsches Integral im $\mathbb{R}^n$	564
7.2.2	Grundlegende Sätze	567
7.2.3	Krummlinige Koordinaten, Funktionaldeterminante, Transformationsformel	569

	Inhalt	XI
7.2.4	Rauminhalte	576
7.2.5	Rotationskörper	579
7.2.6	Anwendungen: Schwerpunkte, Trägheitsmomente	583
7.3	Parameterabhängige Integrale	591
7.3.1	Stetigkeit und Integrierbarkeit parameterabhängiger Integrale	591
7.3.2	Differentiation eines parameterunabhängigen Integrals	592
7.3.3	Differentiation bei variablen Integrationsgrenzen	594
Lösungen zu den Übungen		596
Symbole		602
Literatur		604
Sachverzeichnis		607

Band II: Lineare Algebra (F. Wille[†], H. Haf, K. Burg)

1 Vektorrechnung in zwei und drei Dimensionen

- 1.1 Vektoren in der Ebene
- 1.2 Vektoren im dreidimensionalen Raum

2 Vektorräume beliebiger Dimensionen

- 2.1 Die Vektorräume $\mathbb{R}^n$ und $\mathbb{C}^n$
- 2.2 Lineare Gleichungssysteme, Gaußscher Algorithmus
- 2.3 Algebraische Strukturen: Gruppen und Körper
- 2.4 Vektorräume über beliebigen Körpern

3 Matrizen

- 3.1 Definition, Addition, s -Multiplikation
- 3.2 Matrizenmultiplikation
- 3.3 Reguläre und inverse Matrizen
- 3.4 Determinanten
- 3.5 Spezielle Matrizen
- 3.6 Lineare Gleichungssysteme und Matrizen
- 3.7 Eigenwerte und Eigenvektoren
- 3.8 Die Jordansche Normalform
- 3.9 Matrix-Funktionen
- 3.10 Drehungen, Spiegelungen, Koordinatentransformationen

4 Anwendungen

- 4.1 Technische Strukturen
- 4.2 Roboter-Bewegung

Band III: Gewöhnliche Differentialgleichungen, Distributionen, Integraltransformationen (H. Haf)

Gewöhnliche Differentialgleichungen

1 Einführung in die gewöhnlichen Differentialgleichungen

- 1.1 Was ist eine Differentialgleichung?
- 1.2 Differentialgleichungen 1-ter Ordnung
- 1.3 Differentialgleichungen höherer Ordnung und Systeme 1-ter Ordnung
- 1.4 Ebene autonome Systeme (Einführung)

2 Lineare Differentialgleichungen

- 2.1 Lösungsverhalten
- 2.2 Homogene lineare Systeme 1-ter Ordnung
- 2.3 Inhomogene lineare Systeme 1-ter Ordnung
- 2.4 Lineare Differentialgleichungen n -ter Ordnung

3 Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten

- 3.1 Lineare Differentialgleichungen höherer Ordnung
- 3.2 Lineare Systeme 1-ter Ordnung

4 Potenzreihenansätze und Anwendungen

- 4.1 Potenzreihenansätze
- 4.2 Verallgemeinerte Potenzreihenansätze

5 Rand- und Eigenwertprobleme. Anwendungen

- 5.1 Rand- und Eigenwertprobleme
- 5.2 Anwendung auf eine partielle Differentialgleichung
- 5.3 Anwendung auf ein nichtlineares Problem (Stabknickung)

Distributionen

6 Verallgemeinerung des klassischen Funktionsbegriffs

- 6.1 Motivierung und Definition
- 6.2 Distributionen als Erweiterung der klassischen Funktionen

7 Rechnen mit Distributionen. Anwendungen

- 7.1 Rechnen mit Distributionen
- 7.2 Anwendungen

Integraltransformationen

8 Fouriertransformation

- 8.1 Motivierung und Definition
- 8.2 Umkehrung der Fouriertransformation
- 8.3 Eigenschaften der Fouriertransformation
- 8.4 Anwendungen auf partielle Differentialgleichungsprobleme

9 Laplacetransformation

- 9.1 Motivierung und Definition

XIV

- 9.2 Umkehrung der Laplacetransformation
- 9.3 Eigenschaften der Laplacetransformation
- 9.4 Anwendungen auf gewöhnliche lineare Differentialgleichungen

10 3-Transformation

- 10.1 Motivierung und Definition
- 10.2 Eigenschaften der 3-Transformation
- 10.3 Anwendungen auf gewöhnliche lineare Differentialgleichungen

Band IV: Vektoranalysis und Funktionentheorie (H. Haf, F. Wille[†])

Vektoranalysis (F. Wille[†])

1 Kurven

- 1.1 Wege, Kurven, Bogenlänge
- 1.2 Theorie ebener Kurven
- 1.3 Beispiele ebener Kurven I: Kegelschnitte
- 1.4 Beispiele ebener Kurven II: Rollkurven, Blätter, Spiralen
- 1.5 Theorie räumlicher Kurven
- 1.6 Vektorfelder, Potentiale, Kurvenintegrale

2 Flächen und Flächenintegrale

- 2.1 Flächenstücke und Flächen
- 2.2 Flächenintegrale

3 Integralsätze

- 3.1 Der Gaußsche Integralsatz
- 3.2 Der Stokessche Integralsatz
- 3.3 Weitere Differential- und Integralformeln im $\mathbb{R}^3$
- 3.4 Wirbelfreiheit, Quellfreiheit, Potentiale

4 Alternierende Differentialformen

- 4.1 Alternierende Differentialformen im $\mathbb{R}^3$
- 4.2 Alternierende Differentialformen im $\mathbb{R}^n$

5 Kartesische Tensoren

- 5.1 Tensoralgebra
- 5.2 Tensoranalysis

Funktionentheorie (H. Haf)**6 Grundlagen**

- 6.1 Komplexe Zahlen
- 6.2 Funktionen einer komplexen Variablen

7 Holomorphe Funktionen

- 7.1 Differenzierbarkeit im Komplexen, Holomorphie
- 7.2 Komplexe Integration
- 7.3 Erzeugung holomorpher Funktionen durch Grenzprozesse
- 7.4 Asymptotische Abschätzungen

8 Isolierte Singularitäten, Laurent-Entwicklung

- 8.1 Laurentreihen
- 8.2 Residuensatz und Anwendungen

9 Konforme Abbildungen

- 9.1 Einführung in die Theorie konformer Abbildungen
- 9.2 Anwendungen auf die Potentialtheorie

10 Anwendung der Funktionentheorie auf die Besselsche Differentialgleichung

- 10.1 Die Besselsche Differentialgleichung
- 10.2 Die Besselschen und Neumannschen Funktionen
- 10.3 Anwendungen

Band V: Funktionalanalysis und Partielle Differentialgleichungen (H. Haf)**Funktionalanalysis****1 Grundlegende Räume**

- 1.1 Metrische Räume
- 1.2 Normierte Räume. Banachräume
- 1.3 Skalarprodukträume. Hilberträume

2 Lineare Operatoren in normierten Räumen

- 2.1 Beschränkte lineare Operatoren
- 2.2 Fredholmsche Theorie in Skalarprodukträumen
- 2.3 Symmetrische vollstetige Operatoren

3 Der Hilbertraum $L_2(\Omega)$ und zugehörige Sobolevräume

3.1 Der Hilbertraum $L_2(\Omega)$

3.2 Sobolevräume

Partielle Differentialgleichungen

4 Einführung

4.1 Was ist eine partielle Differentialgleichung?

4.2 Lineare partielle Differentialgleichungen 1-ter Ordnung

4.3 Lineare partielle Differentialgleichungen 2-ter Ordnung

5 Helmholtzsche Schwingungsgleichung und Potentialgleichung

5.1 Grundlagen

5.2 Ganzraumprobleme

5.3 Randwertprobleme

5.4 Ein Eigenwertproblem der Potentialtheorie

5.5 Einführung in die Finite-Elemente-Methode (F. Wille[†])

6 Die Wärmeleitungsgleichung

6.1 Rand- und Anfangswertprobleme

6.2 Ein Anfangswertproblem

7 Die Wellengleichung

7.1 Die homogene Wellengleichung

7.2 Die inhomogene Wellengleichung im $\mathbb{R}^3$

8 Hilbertraummethoden

8.1 Einführung

8.2 Das schwache Dirichletproblem für lineare elliptische Differentialgleichungen

8.3 Das schwache Neumannproblem für lineare elliptische Differentialgleichungen

8.4 Zur Regularitätstheorie beim Dirichletproblem