Jürgen Tietze

**Übungsbuch zur
angewandten
Wirtschaftsmathematik**

Aus dem Programm

Mathematik

Analysis 1 und 2

von O. Forster

Einführung in die Analysis

von Th. Sonar

Lineare Algebra

von A. Beutelspacher

Lineare Algebra

von G. Fischer

Numerische Mathematik für Anfänger

von G. Opfer

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler 1 und 2

von F. Pfuff

Einführung in die angewandte Wirtschaftsmathematik

von J. Tietze

Übungsbuch zur angewandten Wirtschaftsmathematik

von J. Tietze

Einführung in die Finanzmathematik

von J. Tietze

Übungsbuch zur Finanzmathematik

von J. Tietze

Ingenieurmathematik kompakt

von W. Richter

Mathematik zum Studienbeginn

von A. Kemnitz

Jürgen Tietze

Übungsbuch zur angewandten Wirtschafts- mathematik

Aufgaben, Testklausuren und Lösungen

2., erweiterte Auflage

Prof. Dr. Jürgen Tietze
Fachbereich Wirtschaft der
Fachhochschule Aachen
Eupener Str. 70
52066 Aachen
tietze@fh-aachen.de

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme
Ein Titeldatensatz für diese Publikation ist bei
Der Deutschen Bibliothek erhältlich.

1. Auflage April 2000
- 2., erweiterte Auflage Juni 2001

Alle Rechte vorbehalten
© Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/Wiesbaden, 2001

Der Verlag Vieweg ist ein Unternehmen der Fachverlagsgruppe BertelsmannSpringer.
www.vieweg.de
vieweg@bertelsmann.de

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Konzeption und Layout des Umschlags: Ulrike Weigel, www.CorporateDesignGroup.de

ISBN 978-3-528-13146-3 ISBN 978-3-322-93921-0 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-322-93921-0

Vorwort zur 2. Auflage

Das vorliegende wirtschaftsmathematische Übungsbuch dient zweierlei Zielsetzung: Zum einen soll es (*als eigenständiges Übungsbuch*) zur Festigung und Vertiefung des wirtschaftsmathematischen Basiswissens und -könnens beitragen, zum anderen aber auch (*als Ergänzung meines Lehrbuches¹ zur angewandten Wirtschaftsmathematik*) die Examensvorbereitungen für Hörer und Hörerinnen der Grundvorlesungen in Wirtschaftsmathematik unterstützen.

Die Aufgaben (*erster Teil der Übungssammlung*) stammen im wesentlichen aus dem Lehrbuch Einführung in die angewandte Wirtschaftsmathematik. Der zweite Teil des Übungsbuches (*Lösungen*) dient daher gleichzeitig als Lösungsbuch für die Aufgaben des Lehrbuches.

Die nunmehr in 2. Auflage vorliegende Übungssammlung enthält erstmals zusätzlich zu den thematisch angeordneten Übungen eine Reihe von Testklausuren. Sämtliche Testklausuren sind aus zweistündigen Original-Klausuren entstanden und sollen dem Studierenden neben Informationen über Umfang und Schwierigkeitsgrad eine Möglichkeit bieten, im Selbsttest innerhalb begrenzter Zeit seine Kenntnisse und Fertigkeiten in Wirtschaftsmathematik zu überprüfen (*etwa durch Simulation der Klausursituation zu Hause oder in einer Lerngruppe*). Bemerkungen zu den Anforderungen bei der Bearbeitung der Klausuraufgaben finden sich vor dem Klausurenteil und vor den Lösungshinweisen zu den Testklausuren.

Die Aufgaben sind kapitelweise durchnummeriert. Zusätzlich zu jeder Aufgabennummer ist kursiv die entsprechende Aufgabennummer aus dem Lehrbuch (*sofern dort vorhanden*) angegeben. So handelt es sich etwa bei „Aufgabe 6.44 (6.3.70 ii)“ um die laufende Aufgabe 44 aus Kapitel 6 dieses Übungsbuches und zugleich um die entsprechende Aufgabe 6.3.70 ii) des Lehrbuches. Da die Reihenfolgen der Aufgaben von Übungs- und Lehrbuch übereinstimmen, dürfte das Auffinden der Aufgaben/Lösungen des Lehrbuches wenig problematisch sein. Ein * an einer Aufgabe weist auf einen etwas erhöhten Schwierigkeitsgrad hin.

Alle im Übungsbuch auftretenden Verweise (z.B. *Kap. 10.7.1, Beispiel 10.1.11 usw.*) beziehen sich auf das genannte Lehrbuch, gelegentlich einfach mit *Lehrbuch* oder abgekürzt mit *LB* bezeichnet.

¹ Lehrbuch: Einführung in die angewandte Wirtschaftsmathematik, Vieweg Verlag, Braunschweig, Wiesbaden, 9. Auflage 2000

Die hohe Zahl von mehr als 1300 Teil-Aufgaben in über 300 Übungsteilen deutet darauf hin, dass es zu jedem (wirtschafts-) mathematischen Sachverhalt meist mehrere unterschiedliche Übungsangebote gibt, so dass die Lernenden reichlich Gelegenheit erhalten, die gleiche Sache mehrfach ügend zu wiederholen, aus verschiedenen Blickwinkeln zu betrachten und somit zunehmend Sicherheit zu gewinnen.

Die Lösungshinweise (*insbesondere für die Testklausuren*) sind zumeist recht knapp gehalten, damit der erst durch intensive Beschäftigung mit den Problemstellungen erreichbare Lern- und Übungseffekt ermöglicht wird. Bei komplexeren Problemstellungen oder ökonomischen Interpretationen werden Hinweise und Erklärungen auch ausführlicher gestaltet. Einleitend zu den Testklausur-Lösungshinweisen finden sich einige Ausführungen zum erwarteten Lösungs-Standard für den „Ernstfall“.

Sollten trotz intensiver eigener Anstrengung Fragen zur Problemlösung übrigbleiben (*oder sollten Sie meine – trotz aller Sorgfalt kaum zu vermeidenden – Böcke, Fehler oder Ungereimtheiten aufspüren*), bitte ich um kurze Rückmeldung, z.B. per E-Mail: tietze@fh-aachen.de – ich werde jeder/jedem von Ihnen antworten und in allen Fällen um schnelle Antwort bemüht sein.

Zum Schluss gebührt mein Dank dem Vieweg-Verlag und hier besonders Frau Ulrike Schmickler-Hirzebruch für ihre hilfreiche Unterstützung, der es mit zu verdanken ist, dass zwölf Jahre nach dem erstmaligen Erscheinen des Lehrbuches auch die dazugehörigen Übungen/Lösungen im gleichen Hause erscheinen konnten.

Aachen, im Juni 2001

Jürgen Tietze

Inhalt

Vorwort	V
Abkürzungen	VIII
I Aufgaben	1
1 Grundlagen und Hilfsmittel	3
2 Funktionen einer unabhängigen Variablen	19
3 Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen	41
4 Grenzwerte und Stetigkeit von Funktionen	43
5 Differentialrechnung für Funktionen mit einer unabhängigen Variablen (<i>Grundlagen und Technik</i>)	47
6 Anwendungen der Differentialrechnung bei Funktionen mit einer unabhängigen Variablen	53
7 Differentialrechnung bei Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen	75
8 Einführung in die Integralrechnung	93
9 Einführung in die lineare Algebra	103
10 Lineare Optimierung	109
11 Testklausuren 1-10	119
II Lösungen	151
1 Grundlagen und Hilfsmittel	153
2 Funktionen einer unabhängigen Variablen	171
3 Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen	195
4 Grenzwerte und Stetigkeit von Funktionen	197
5 Differentialrechnung für Funktionen mit einer unabhängigen Variablen (<i>Grundlagen und Technik</i>)	203
6 Anwendungen der Differentialrechnung bei Funktionen mit einer unabhängigen Variablen	211
7 Differentialrechnung bei Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen	239
8 Einführung in die Integralrechnung	263
9 Einführung in die lineare Algebra	271
10 Lineare Optimierung	279
11 Testklausuren 1-10	309
Literaturhinweise	323

Abkürzungen

BL	Basislösung	ME	Mengeneinheit
BV	Basisvariable	Mio.	Millionen (10^6)
bzgl.	bezüglich	Mrd.	Milliarden (10^9)
c.p.	ceteris paribus	NB	Nebenbedingung
DB	Deckungsbeitrag	NBV	Nichtbasisvariable
DM	Deutsche Mark	NNB	Nichtnegativitätsbe- dingung
€	Euro	p. a.	pro Jahr
f	falsch	q. e. d.	quod erat demon- strandum ($\triangleq$ w. z. b. w.)
EE	Energieeinheit	s.	siehe
FE	Faktoreinkommen	TDM	tausend DM
GE	Geldeinheit	T€	Tausend Euro
LE	Leistungseinheit	w	wahr
LGS	Lineares Gleichungs- system	w. z. b. w.	was zu beweisen war
LO	Lineare Optimierung	ZE	Zeiteinheit
LB	Lehrbuch, siehe Vorwort		

Häufig verwendete Variablennamen

$a_t, a(t)$	Auszahlung d. Periode t	K_0	Barwert (eines Kapitals)
$A, A(t)$	Annuität; Arbeitsinput (<i>in t</i>)	K_t	Zeitwert (eines Kapitals im Zeitpunkt t)
B	Bestand; (zulässiger) Bereich	k_v	stückvariable Kosten
C	Konsum, Konsumsumme	K_v	variable Kosten
C_0	Kapitalwert	L	Lösungsmenge; Lagrange- Funktion; Liquidationserlös
e	Eulersche Zahl	λ	Lagrange-Multiplikator
$e_t, e(t)$	Einzahlung d. Periode t	p	Preis; Zinsfuß
E	Erlös, Umsatz, Ausgaben; Einheitsmatrix	q	Zinsfaktor ($= 1+i$)
ε	Elastizität	r	Input; Homogenitätsgrad; (<i>ste- tiger</i>) Zinssatz; Matrix-Rang
g	Stückgewinn	R	Rate; Zahlungsstrom
g_D	Stückdeckungsbeitrag	R_n	Renten-Endwert
G	Gewinn	S	Sparen, Sparsumme
G_D	Deckungsbeitrag	t	Zeit
h	Stunde(n)	T	Laufzeit
i	Zinssatz ($= p/100$)	U	Nutzen(index); Umsatz
$I, I(t)$	Investition (im Zeitpunkt t)	x	Nachfrage; Angebot; Output; Menge
k	Stückkosten	Y	Einkommen; Sozialprodukt
K	Kosten; Kapital(input)	Z	Zielfunktion
k_f	stückfixe Kosten		
K_f	Fixkosten		
K_n	Endwert (eines Kapitals)		