

# Teubner Studienbücher

## Mathematik

Ahlswede/Wegener: **Suchprobleme**  
328 Seiten. DM 28,80

Ansorge: **Differenzenapproximationen partieller Anfangswertaufgaben**  
298 Seiten. DM 29,80 (LAMM)

Böhmer: **Spilne-Funktionen**  
Theorie und Anwendungen. 340 Seiten. DM 28,80

Bröcker: **Analysis in mehreren Variablen**  
einschließlich gewöhnlicher Differentialgleichungen und des Satzes von Stokes  
VI, 361 Seiten. DM 29,80

Clegg: **Variationsrechnung**  
138 Seiten. DM 17,80

Collatz: **Differentialgleichungen**  
Eine Einführung unter besonderer Berücksichtigung der Anwendungen  
5. Aufl. 226 Seiten. DM 24,80 (LAMM)

Collatz/Krabs: **Approximationstheorie**  
Tschebyscheffsche Approximation mit Anwendungen. 208 Seiten. DM 28,—

Constantinescu: **Distributionen und ihre Anwendung in der Physik**  
144 Seiten. DM 19,80

Fischer/Sacher: **Einführung in die Algebra**  
2. Aufl. 240 Seiten. DM 18,80

Grigorieff: **Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen**  
Band 1: Einschrittverfahren. 202 Seiten. DM 18,80  
Band 2: Mehrschrittverfahren. 411 Seiten. DM 29,80

Hainzl: **Mathematik für Naturwissenschaftler**  
2. Aufl. 311 Seiten. DM 29,— (LAMM)

Hässig: **Graphentheoretische Methoden des Operations Research**  
160 Seiten. DM 26,80 (LAMM)

Hilbert: **Grundlagen der Geometrie**  
12. Aufl. VII, 271 Seiten. DM 25,80

Jaeger/Wenke: **Lineare Wirtschafts algebra**  
Eine Einführung  
Band 1: vergriffen  
Band 2: IV, 160 Seiten. DM 19,80 (LAMM)

Jeggle: **Nichtlineare Funktionalanalysis**  
Existenz von Lösungen nichtlinearer Gleichungen. 255 Seiten. DM 24,80

Kall: **Mathematische Methoden des Operations Research**  
Eine Einführung. 176 Seiten. DM 24,80 (LAMM)

Kochendörffer: **Determination und Matrizen**  
IV, 148 Seiten. DM 17,80

Kohlas: **Stochastische Methoden des Operations Research**  
192 Seiten. DM 24,80 (LAMM)

Fortsetzung auf der 3. Umschlagseite

# **Darstellungstheorie von endlichen Gruppen**

Von Dr. rer. nat. Wolfgang Müller  
o. Professor an der Universität Bayreuth



Springer Fachmedien  
Wiesbaden GmbH 1980

Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang Müller

Geboren 1942 in Huttendorf (CSSR). Von 1963 bis 1969 Studium der Mathematik und Physik. 1969 Promotion an der Universität München. 1970/71 Stipendiat der Deutschen Forschungsgemeinschaft. Von 1971 bis 1974 wissenschaftlicher Assistent. 1974 Habilitation. 1975 Wissenschaftlicher Rat und Professor an der Universität München. Seit 1976 o. Professor an der Universität Bayreuth.

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Müller, Wolfgang:

Darstellungstheorie von endlichen Gruppen / von Wolfgang Müller. - Stuttgart : Teubner, 1980.

(Teubner-Studienbücher : Mathematik)

ISBN 978-3-519-02060-8

ISBN 978-3-322-93107-8 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-322-93107-8

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, besonders die der Übersetzung, des Nachdrucks, der Bildentnahme, der Funksendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege, der Speicherung und Auswertung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei Verwertung von Teilen des Werkes, dem Verlag vorbehalten.

Bei gewerblichen Zwecken dienender Vervielfältigung ist an den Verlag gemäß § 54 UrhG eine Vergütung zu zahlen, deren Höhe mit dem Verlag zu vereinbaren ist.

© Springer Fachmedien Wiesbaden 1980

Ursprünglich erschienen bei B. G. Teubner, Stuttgart 1980

Gesamtherstellung: Beltz Offsetdruck, Hemsbach/Bergstraße

Umschlaggestaltung: W. Koch, Sindelfingen

## Vorwort

Dieses Skriptum ist aus Vorlesungen hervorgegangen, die ich an den Universitäten München und Bayreuth gehalten habe, und gibt eine Einführung in die Darstellungstheorie endlicher Gruppen, die etwa dem Umfang einer zweisemestrigen Vorlesung entspricht. Das Skriptum ist insbesondere für Studenten der Mathematik nach den Vorprüfungen gedacht, wenn auch an algebraischem Grundwissen nur elementare Kenntnisse der Körper-, Gruppen- und Modultheorie vorausgesetzt werden.

Der Inhalt besteht aus zwei Teilen. Der erste Teil befaßt sich mit der gewöhnlichen Darstellungstheorie, bei der man Gruppen in halbeinfache Algebren über einem Körper einbettet und die Darstellungen der Gruppen aus den Moduln über diesen Algebren erhält.

Der zweite Teil behandelt die modulare Darstellungstheorie. Dabei werden zunächst die Grundlagen aus der Ring- und Modultheorie dargelegt. Dann wird auf die Theorie der nicht-halbeinfachen Gruppenalgebren eingegangen, wie sie vor allem von D.G. Higman, J.A. Green und G.O. Michler aufgebaut worden ist. Schließlich wird die klassische Methode der modularen Darstellungstheorie entwickelt, bei der man von einem bewerteten Körper mit der Charakteristik  $O$  zu dem Radikalfaktoring des zugehörigen Bewertungsrings übergeht.

Einen genaueren Überblick gewinnt der Leser durch das Inhaltsverzeichnis sowie den schematischen Leitfaden, der die logische Abhängigkeit der einzelnen Abschnitte anzeigt. Insbesondere ist zum Verständnis des zweiten Teils, wenn man von den Abschnitten 10.4 und 10.5 absieht, vom ersten Teil nur die Kenntnis der Abschnitte 1.1 bis 1.3 und die Definition 2.11 der Gruppenalgebra notwendig.

Schließlich danke ich den Herren F. Dischinger und W. Zimmermann für kritische Bemerkungen und dem Verlag für die gute Zusammenarbeit.

## Inhalt

I.	<u>Gewöhnliche Darstellungstheorie.</u>	
§ 1.	<u>Halbeinfache Moduln und Ringe.</u>	
1.1	Halbeinfache Moduln .....	1
1.2	Idempotente .....	5
1.3	Endomorphismenringe .....	9
1.4	Dualität halbeinfacher Ringe .....	11
1.5	Zerfällungskörper .....	14
§ 2.	<u>Darstellungen.</u>	
2.1	Darstellungen von Algebren .....	16
2.2	Darstellungen von Gruppen .....	18
§ 3.	<u>Halbeinfache Gruppenalgebren.</u>	
3.1	Der Satz von Maschke .....	21
3.2	Das Zentrum .....	22
3.3	Zerfällungskörper .....	23
3.4	Eindimensionale Moduln .....	24
3.5	Diedergruppen und Quaternionengruppen .....	27
§ 4.	<u>Charaktere.</u>	
4.1	Charaktere und zentral-primitive Idempotente .....	30
4.2	Orthogonalitätsrelationen .....	33
4.3	Rationale und reelle Charaktere .....	36
4.4	Die Dimension der einfachen Moduln .....	38
4.5	Der Satz von Burnside .....	41
4.6	Das Tensorprodukt .....	43
4.7	Zerfällungskörper mit Charakteristik $p > 0$ .....	46

§ 5.	<u>Induzierte Moduln und Charaktere.</u>	
5.1	Induzierte Moduln .....	50
5.2	Der Satz von Mackey .....	52
5.3	Der Satz von Clifford .....	53
5.4	M-Gruppen .....	55
5.5	Induzierte Charaktere .....	58
5.6	Der Satz von Artin .....	59
5.7	Der Satz von Brauer .....	61
5.8	Zerfällungskörper mit Charakteristik 0 .....	67
§ 6.	<u>Die symmetrische Gruppe <math>\mathcal{T}_n</math>.</u>	
6.1	Die Konjugationsklassen von $\mathcal{T}_n$ .....	69
6.2	Die einfachen $K\mathcal{T}_n$ -Moduln .....	71
6.3	Der Tensorraum $V^{\otimes n}$ .....	75
6.4	Die Formel von Frobenius und die Charaktere $\psi_\lambda$ von $\text{Aut}_K(V)$ .....	81
6.5	Die Dimensionen der einfachen $K\mathcal{T}_n$ -Moduln .....	86
6.6	Die Charaktere von $\mathcal{T}_n$ .....	88
II.	<u>Modulare Darstellungstheorie.</u>	
§ 7.	<u>Grundlagen.</u>	
7.1	Noethersche und artinsche Moduln .....	92
7.2	Das Radikal und der Sockel eines Moduls .....	95
7.3	Das Radikal eines Rings .....	97
7.4	Gruppenalgebren über p-Gruppen .....	101
7.5	Der Satz von Krull-Remak-Schmidt .....	104
7.6	Projektive und injektive Moduln .....	107
7.7	Semiperfekte Ringe .....	112
7.8	Einreihige Moduln .....	119
7.9	Frobenius-Algebren .....	122
7.10	Symmetrische Algebren .....	129

§ 8.	<u>Relativ-projektive Moduln.</u>	
8.1	Der Spurhomomorphismus .....	138
8.2	Das Transfer-Theorem von Green .....	141
8.3	Defektgruppen .....	144
8.4	Der Satz von Higman .....	148
8.5	Die Green-Korrespondenz .....	153
§ 9.	<u>Blockdefektgruppen.</u>	
9.1	Charakterisierung der Blockdefektgruppen .....	159
9.2	Blöcke mit normaler zyklischer Defektgruppe .....	161
9.3	Der Brauerhomomorphismus .....	163
9.4	Der Satz von Osima .....	168
9.5	Brauers 1. Hauptsatz über Blöcke .....	169
9.6	Green-Korrespondenz und Brauerhomomorphismus .....	171
§ 10.	<u>Beziehungen zwischen der gewöhnlichen und der modularen Darstellungstheorie.</u>	
10.1	Diskrete Bewertungen .....	173
10.2	Vollständige diskrete Bewertungen .....	177
10.3	Das Reziprozitätsgesetz von Brauer .....	185
10.4	Die Blockzugehörigkeit einfacher KG-Moduln .....	188
10.5	Der Satz von Brauer-Robinson .....	198
Literatur	.....	207
Symbole	.....	209
Index	.....	210

## Schematischer Leitfaden

