

Bernd Luderer, Conny Paape, Uwe Würker

**Arbeits- und Übungsbuch
Wirtschaftsmathematik**

Bernd Luderer, Conny Paape, Uwe Würker

Arbeits- und Übungsbuch Wirtschaftsmathematik

Beispiele – Aufgaben – Formeln

3., durchgesehene Auflage



B. G. Teubner Stuttgart · Leipzig · Wiesbaden

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme
Ein Titeldatensatz für diese Publikation ist bei
der Deutschen Bibliothek erhältlich.

Prof. Dr. rer. nat. habil. Bernd Luderer

Geboren 1949 in Chemnitz. Von 1967 bis 1972 Studium der Mathematik, 1972 Diplom an der TH Karl-Marx-Stadt. Von 1972 bis 1975 Aspirantur, 1976 Promotion an der Lomonossow-Universität Moskau. 1975 wiss. Assistent, 1979 Oberassistent TH Karl-Marx-Stadt. Studienaufenthalte 1980 Banachzentrum Warschau, 1983 Lomonossow-Universität Moskau. 1988 Habilitation, 1989 Dozent, 1992 Professor TU Chemnitz.

Dr. rer. nat. Conny Paape

Geboren 1967 in Kaufbeuren. Von 1986 bis 1994 Studium der Mathematik, 1994 Diplom an der Universität Augsburg. Von 1995 bis 2000 wiss. Mitarbeiterin an der TU Chemnitz, 2000 Promotion. Seit 2000 wiss. Assistentin an der TU Chemnitz. Von Dezember 2001 bis September 2002 Studienaufenthalt an der New York University, New York, USA.

PD Dr. rer. nat. habil. Uwe Würker

Geboren 1963 in Glauchau/Sa. Von 1982 bis 1987 Studium der Mathematik, 1987 Diplom an der TU Karl-Marx-Stadt. Von 1987 bis 1990 Forschungsstudium, 1991 Promotion, von 1990 bis 1999 wiss. Assistent an der TU Chemnitz, 2000 Habilitation. Seit 1999 Mitarbeiter an der Sächsischen Landesanstalt für Landwirtschaft.

1. Auflage 1996
2. Auflage 2001
- 3., durchgesehene Auflage November 2002

Alle Rechte vorbehalten

© B. G. Teubner GmbH, Stuttgart/Leipzig/Wiesbaden, 2002

Der Verlag Teubner ist ein Unternehmen der Fachverlagsgruppe BertelsmannSpringer.
www.teubner.de



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Umschlaggestaltung: Ulrike Weigel, www.CorporateDesignGroup.de

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

ISBN 978-3-519-22573-7

ISBN 978-3-322-91852-9 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-322-91852-9

Vorwort zur 3. Auflage

Sich mathematisches Wissen anzueignen, kann nur in aktiver Weise erfolgen, indem man selbst viel modelliert und rechnet. Um diese Aktivität zu unterstützen, wurde das vorliegende Arbeits- und Übungsbuch geschrieben. Es eignet sich besonders zum vorlesungsbegleitenden Studium, zum Selbststudium oder auch rein zur intensiven Prüfungsvorbereitung auf das Fach Mathematik innerhalb eines wirtschaftswissenschaftlichen Studiums. Vom Aufbau und der Fülle des Materials her sind aber auch durchaus andere Personenkreise angesprochen, gleich, ob noch die Schulbank drückend, mit Lehrtätigkeit beschäftigt oder in der Praxis tätig. Darüber hinaus werden alle an wirtschaftsmathematischen Problemen Interessierte für sich Nützliches entdecken können.

Wir haben mit diesem Buch versucht, zu möglichst vielen Gebieten der Mathematik, für die sich Anwendungen in Wirtschaftstheorie und -praxis ergeben, notwendige Grundlagen zu liefern. Die in neun Kapiteln und 33 Abschnitten vorgestellten Teilgebiete Finanzmathematik, Matrizenrechnung, Lineare Gleichungssysteme, Lineare Optimierung, Funktionen einer und mehrerer Variablen (Darstellung, Eigenschaften, Differenzierbarkeit), Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen lehnen sich dabei inhaltlich an das Lehrbuch

Luderer B., Würker U.: *Einstieg in die Wirtschaftsmathematik* (4. Auflage), B. G. Teubner, Stuttgart · Leipzig · Wiesbaden 2001, ISBN 3-519-32098-3

an, sind aber so aufgebaut, daß sie auch mit jedem anderen — individuell bevorzugten — Lehrbuch kombiniert werden können. Als Ergänzung und zum Nachschlagen von Formeln und Fakten bestens geeignet ist das Buch

Luderer B., Nollau V., Veters K.: *Mathematische Formeln für Wirtschaftswissenschaftler* (4. Auflage), B. G. Teubner, Stuttgart · Leipzig · Wiesbaden 2002, ISBN 3-519-20247-6

Jeder Abschnitt ist nach folgendem Schema aufgebaut:

In einer kurzen **Motivation** werden zentrale Punkte hervorgehoben. Ferner wird aufgezeigt, in welchen Teilen des Buches und der Mathematik generell diese benötigt werden.

Die innerhalb eines Abschnitts wichtigsten **Begriffe** werden am Anfang aufgelistet, um einen ersten Überblick zu erlangen. Auf Definitionen wird hierbei bewußt verzichtet.

Eine Liste der verwendeten **Symbole** soll den Einstieg in jeden Abschnitt erleichtern, zudem der Übersichtlichkeit dienen und beim eventuellen Nachschlagen helfen.

Die im jeweiligen Abschnitt hauptsächlich benutzten **Formeln** sowie einige Übersichtstabellen geben in kompakter Form das benötigte Wissen wieder; auf sie wird in Beispielen und Lösungen zu den Aufgaben Bezug genommen.

Voll durchgerechnete und ausführlich kommentierte typische **Beispiele** der für den entsprechenden Abschnitt relevanten Probleme sollen die Leser und Leserinnen mit den Arbeitstechniken der Wirtschaftsmathematik vertraut machen; vielfach sind sie angewandter Natur. Bei der Lösung derselben werden verschiedene Ansätze diskutiert und praktisch nutzbare Hinweise gegeben.

Die **Aufgabensammlung** bildet den wesentlichsten Bestandteil des Buches. Neben einfachen und formalen Aufgaben zum Hineinschnuppern in ein Gebiet findet sich hier auch eine Reihe anspruchsvoller, z. T. recht komplexer Aufgabenstellungen, die zum Großteil anwendungsbezogen und praxisnah ausgewählt wurden. Dem Prüfungscharakter wirtschaftswissenschaftlicher Klausuren entsprechend, haben wir hier auch einige Multiple-choice-Fragen mit aufgenommen. Sämtliche Lösungen zu den Aufgaben befinden sich im umfangreichen Anhang des Buches.

Eine teils kurze, teils umfangreichere **Zusammenfassung** beschließt jeden Abschnitt. Neben der nochmaligen Nennung von Schwerpunkten enthält sie Hinweise auf weitere Lösungsansätze und häufige Fehlerquellen.

Wir bedanken uns bei allen Lesern, die uns auf Fehler und Ungenauigkeiten aufmerksam gemacht haben. Dies war uns Anlaß, das gesamte Buch erneut einer kritischen Durchsicht zu unterziehen und das Sachverzeichnis zu erweitern. Wir hoffen, daß auch die nunmehr 3. Auflage des vorliegenden Arbeits- und Übungsbuches positiv aufgenommen wird und sind für alle Hinweise, die zu seiner Verbesserung beitragen, dankbar.

Zum guten Schluß noch ein Ratschlag an Sie, liebe Leserin bzw. lieber Leser: Die Versuchung, die richtige Lösung im Anhang nachzuschlagen, ist sicherlich genauso groß wie der Wunsch, den Namen des Täters auf den letzten Seiten eines Krimis zu finden. Aber tun Sie es bitte wirklich nur dann, wenn Sie beim Lösen einer Aufgabe partout nicht weiterkommen. Der Nutzen des vorliegenden Buches würde sonst geschmälert, und die Spannung (ja, ein mathematisches Problem zu lösen, kann sehr spannend sein!) wäre auch weg — genau wie bei einem Krimi.

Bernd Luderer, Uwe Würker, Conny Paape

Chemnitz, August 2002

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	3
1 Grundlagen	7
1.1 Zahlbereiche. Rechnen mit Zahlen	7
1.2 Intervalle, Ungleichungen und Beträge	18
1.3 Geraden- und Ebenengleichungen	22
1.4 Zahlenfolgen und -reihen	27
2 Logik und Mengenlehre	32
2.1 Aussagenlogik	32
2.2 Mengenlehre	37
3 Finanzmathematik	43
3.1 Zins- und Zinseszinsrechnung	43
3.2 Rentenrechnung	54
3.3 Tilgungsrechnung	62
3.4 Renditerechnung	69
3.5 Investitionsrechnung	74
4 Lineare Algebra	78
4.1 Matrizen und Vektoren	78
4.2 Matrizenmultiplikation	82
4.3 Lineare Gleichungssysteme	92
4.4 Lineare Unabhängigkeit. Basis. Rang	104
4.5 Matrizeninversion	109
4.6 Determinanten	115
5 Lineare Optimierung	122
5.1 Modellierung von Optimierungsaufgaben	122
5.2 Transformation von LOA	131
5.3 Graphische Lösung von LOA	135
5.4 Simplexmethode	145
5.5 Dualität in der Linearen Optimierung	154

6 Funktionen einer Variablen	159
6.1 Darstellung und Eigenschaften. Spezielle Funktionen	159
6.2 Differentiation von Funktionen einer Variablen	168
6.3 Charakterisierung von Funktionen mittels Ableitungen	175
6.4 Numerische Methoden der Nullstellenberechnung	184
7 Funktionen mehrerer Veränderlicher	190
7.1 Begriffe und Eigenschaften	190
7.2 Differentiation von Funktionen mehrerer Veränderlicher	197
8 Extremwerte von Funktionen mehrerer Veränderlicher	208
8.1 Extremwerte ohne Nebenbedingungen	208
8.2 Extremwerte unter Nebenbedingungen	214
8.3 Methode der kleinsten Quadrate	222
9 Integralrechnung	230
9.1 Das unbestimmte Integral	230
9.2 Das bestimmte Integral	235
A Lösungen zu den Aufgaben	243
Kapitel 1	243
Kapitel 2	257
Kapitel 3	262
Kapitel 4	277
Kapitel 5	291
Kapitel 6	301
Kapitel 7	320
Kapitel 8	327
Kapitel 9	336
Literaturverzeichnis	342
Sachverzeichnis	343