

# Teubner Studienskripten (TSS)

Mit der preiswerten Reihe **Teubner Studienskripten** werden dem Studenten ausgereifte Vorlesungsskripten zur Unterstützung des Studiums zur Verfügung gestellt. Die sorgfältigen Darstellungen, in Vorlesungen erprobt und bewährt, dienen der Einführung in das jeweilige Fachgebiet. Sie fassen das für das Fachstudium notwendige Präsenzwissen zusammen und ermöglichen es dem Studenten, die in den Vorlesungen erworbenen Kenntnisse zu festigen, zu vertiefen und weiterführende Literatur heranzuziehen. Für das fortschreitende Studium können **Teubner Studienskripten** als Repetitorien eingesetzt werden. Die auch zum Selbststudium geeigneten Veröffentlichungen dieser Reihe sollen darüber hinaus den in der Praxis Stehenden über neue Strömungen der einzelnen Fachrichtungen orientieren.

# **Einführung in die digitale Signalverarbeitung**

Von Dr.-Ing. Hermann Götz  
Professor an der  
Fachhochschule München

Mit 144 Abbildungen und  
25 durchgerechneten Beispielen



B. G. Teubner Stuttgart 1990

Professor Dr.-Ing. Hermann Götz

1936 in München geboren. 1956 - 1961 Studium der elektrischen Nachrichtentechnik an der Technischen Hochschule München.

1961 - 1965 wissenschaftlicher Assistent am dortigen Institut für Hochfrequenztechnik. 1963 Promotion an der Technischen Hochschule München.

1965 - 1969 Entwicklungsingenieur und Laborleiter im Zentrallaboratorium für Nachrichtentechnik der Siemens AG in München. Seit 1969 Mitglied des Fachbereichs Elektrotechnik der Fachhochschule München, Leiter des Laboratoriums für Signalverarbeitung.

CIP-Titelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Götz, Hermann:

Einführung in die digitale Signalverarbeitung /  
von Hermann Götz. -

Stuttgart : Teubner, 1990

(Teubner Studienskripten ; 117 : Elektrotechnik)

ISBN 978-3-519-00117-1      ISBN 978-3-322-91129-2 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-322-91129-2

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt besonders für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

© B. G. Teubner Stuttgart 1990

Gesamtherstellung: Druckhaus Beltz, Hemsbach/Bergstraße

Umschlaggestaltung: M. Koch, Ostfildern

# Vorwort

Das vorliegende Buch geht aus einer Wahlvorlesung hervor, die ich seit 1986 an der Fachhochschule München halte. Es wendet sich an Studierende der Fachrichtungen Nachrichtentechnik, Meßtechnik und Informatik, und an bereits in der Industrie tätige Ingenieure, die einen Einblick in das moderne Gebiet der digitalen Signalverarbeitung gewinnen wollen.

Als Voraussetzung für das Verständnis des Textes genügt die Kenntnis der Integral- und Differentialrechnung und der komplexen Wechselstromrechnung.

Bei der digitalen Signalverarbeitung werden analoge Signale abgetastet und im Analog-Digital-Wandler in eine binäre Zahlenfolge umgesetzt. Durch numerische Verarbeitung dieser Zahlenfolge lassen sich lineare und nichtlineare Prozesse, wie z. B. Filterung, Fourieranalyse, Modulation, Demodulation und Gleichrichtung realisieren. Im Digital-Analog-Wandler kann die veränderte Zahlenfolge schließlich wieder in ein analoges Signal umgewandelt werden.

Auf Grund der digitalen Verarbeitung sind diese Systeme unempfindlich gegen Änderungen der Bauelementewerte, der Temperatur und Versorgungsspannung und gegen Störungen und Alterung. Ein individueller Abgleich erübrigt sich. Die erreichbare Genauigkeit hängt von der Anzahl der zur Zahlendarstellung verwendeten Binärstellen ab. Im Gegensatz zu analogen Systemen besteht die Möglichkeit, Filter zu realisieren, die keinerlei Gruppenlaufzeitverzerrung besitzen. Die Eigenschaften eines Systems

können in kurzen Zeitabständen verändert werden. Bei der Sprachsynthese wird beispielsweise der Vokaltrakt des Menschen durch ein Filter nachgebildet, dessen Koeffizienten etwa alle 20 ms verändert werden. Auch adaptive Systeme, die sich schnell an neue Situationen anpassen müssen, sind nur digital zu realisieren.

In diesem Buch werden einführend die Verfahren zur Beschreibung analoger (zeitkontinuierlicher) Signale und Systeme im Zeit- und Frequenzbereich, die vielen Lesern sicher bereits bekannt sind, zusammengefaßt und erläutert: Fourieranalyse, Fourier- und Laplace-Transformation, Faltung, Korrelation.

Davon ausgehend wird in die Darstellung digitaler (zeitdiskreter) Signale und Systeme eingeführt:

Abtastung und Quantisierung, diskrete Faltung und Korrelation, Differenzgleichung, z-Transformation, diskrete Fourier-Transformation (DFT), schnelle Fourier-Transformation (FFT), schnelle Faltung.

Der Entwurf und die Analyse rekursiver und nichtrekursiver digitaler Filter werden dargestellt. Dabei werden Direkt-, Kaskaden-, und Parallelstruktur, Kreuzglieder und Wellendigitalfilter untersucht.

Effekte begrenzter Wortlänge werden diskutiert und an Hand von Simulationsergebnissen demonstriert.

Allen, die zur Entstehung dieses Buches beigetragen haben, möchte ich an dieser Stelle herzlich danken, insbesondere Herrn Dr. J. Schlembach vom Verlag für wertvolle Anregungen, meinen Kollegen Prof. Dr. E. Müller und Prof. E. Schlagheck für die Durchsicht des Manuskripts und meinem Sohn Benedikt für die Anfertigung der Zeichnungen.

München, im Oktober 1989

H. Götz

# Inhaltsverzeichnis

<b>Formelzeichen und Symbole</b>	<b>7</b>
<b>1. Analoge Signale und Systeme</b>	<b>9</b>
1.1 Fourierreihe	9
1.2 Fouriertransformation	19
1.3 Laplacetransformation	32
1.4 Faltung	46
1.5 Korrelation	51
<b>2. Beschreibung digitaler Signale und Systeme im Zeitbereich</b>	<b>54</b>
2.1 Blockschaltbild einer digitalen Signalverarbeitung	54
2.2 Abtastung und Quantisierung	56
2.3 Diskrete Faltung	69
2.4 Diskrete Korrelation	72
2.5 Differenzgleichung	73
<b>3. Beschreibung digitaler Signale und Systeme im Frequenzbereich</b>	<b>81</b>
3.1 z-Transformation zeitdiskreter Signale	81
3.2 Übertragungsfunktion und Frequenzgang linea- rer, zeitinvarianter, zeitdiskreter Systeme	93
3.3 Diskrete Fouriertransformation	103
3.4 Schnelle Fouriertransformation	125
3.5 Schnelle Faltung und schnelle Korrelation	138
<b>4. Rekursive digitale Filter</b>	<b>150</b>
4.1 Direktstruktur	150
4.2 Kaskadenstruktur	158
4.3 Parallelstruktur	162
4.4 Überblick über den Entwurf rekursiver digitaler Filter	165

4.5	Impulsinvariante Transformation	166
4.6	Grundlagen der Bilineartransformation	173
4.7	Frequenztransformation analoger Filter	178
4.8	Blöcke 1. und 2.Grades	184
4.9	Frequenztransformation digitaler Filter	210
4.10	Skalierung	216
4.11	Allpässe	232
<b>5.</b>	<b>Nichtrekursive digitale Filter</b>	<b>237</b>
5.1	Überblick	237
5.2	Eigenschaften nichtrekursiver digitaler Filter mit linearem Phasengang	242
5.3	Entwurf von nichtrekursiven digitalen Filtern mit linearem Phasengang mittels Fourierapproximation (Fensterverfahren)	256
5.4	Numerische Fourierapproximation (Fensterverfahren) mittels schneller Fouriertransformation	274
5.5	Frequenztransformation von FIR-Filtern	279
<b>6.</b>	<b>Kreuzgliedstrukturen und Wellendigitalfilter</b>	<b>286</b>
6.1	Kreuzgliedstrukturen	286
6.2	Grundlagen der Wellendigitalfilter	297
6.3	Brücken-Wellendigitalfilter	317
<b>7.</b>	<b>Effekte begrenzter Wortlänge</b>	<b>338</b>
7.1	Binäre Zahlendarstellung und Arithmetik	338
7.2	Koeffizientenquantisierung	345
7.3	Rundungsrauschen und Grenzyklus-schwingungen	354
	<b>Literatur</b>	<b>361</b>
	<b>Sachverzeichnis</b>	<b>364</b>

# Formelzeichen und Symbole

\* Faltung

O—• Fourier-Transformation, Laplace-Transformation

int[...] Abschneiden der Nachkommastellen einer Zahl

$i = a(1) b$  heißt  $i$  läuft mit Schrittweite 1 von  $a$  bis  $b$ .

Re[A] Realteil von  $A$

Im[A] Imaginärteil von  $A$

$a$  Zahl

$a'$  durch begrenzte Wortlänge veränderte Zahl

$a(f)$  Dämpfung

$a_d$  Durchlaßdämpfung

$a_s$  Sperrdämpfung

$a(t)$  analoges (zeitkontinuierliches) Signal

$a(nT), a(n)$  digitales (zeitdiskretes) Signal

$A$  komplexe Größe

$A^*$  konjugiert komplexe Größe

$A(f)$  Fourier-Transformierte (Spektrum)

$|A(f)|$  Amplitudenspektrum

$A_k$  Fourierkoeffizient

$A(k)$  Diskrete Fourier-Transformierte

$A(p)$  Laplace-Transformierte

$A(z)$   $z$ -Transformierte

$A(\psi)$  einlaufende Spannungswelle

$B(\psi)$  auslaufende Spannungswelle

$\delta(t)$  Diracimpuls

$\delta(n)$  Einheitsimpuls

$D$  Dehnungsfaktor

DFT[...] Diskrete Fourier-Transformierte

$f$  Frequenz

$f_a$  Abtastfrequenz

$f_d$  Durchlaßgrenze

$f_g$  Grenzfrequenz

$f_s$  Sperrgrenze

$\varphi(f)$  Phasenspektrum, Phasengang

$F[\dots]$  Fourier-Transformierte

$F^{-1}[\dots]$  Fourier-Rücktransformierte

$\gamma, \alpha$  Adaptorkoeffizienten

$G(f)$  Wunschfunktion

$h(n)$  digitale (zeitdiskrete) Impulsantwort

$h(t)$  analoge (zeitkontinuierliche) Impulsantwort

$h_{nk}(n)$  nichtkausale Impulsantwort

$H(f)$  Frequenzgang

$|H(f)|$  Amplitudengang



$\underline{H}_{nk}(f)$	Frequenzgang eines nichtkausalen Systems
$\underline{H}(p), \underline{H}(z)$	Übertragungsfunktion
IDFT[...]	Diskrete Fourier-Rücktransformierte
$j = \sqrt{-1}$	
$k$	Filtergrad
$k_{12}(\tau)$	Kreuzkorrelationsfunktion
$k_i$	Skalierungsfaktor
$L[\dots]$	Laplace-Transformierte
$L^{-1}[\dots]$	Laplace-Rücktransformierte
$\mu$	Anzahl der Koeffizienten eines Filters
$M = k + 1$	Impulsantwort-Länge (FIR-Filter)
$N$	DFT- (FFT-) Länge
$N_{\bar{u}}$	inverses Übertrager-Übersetzungsverhältnis
$\underline{N} = N_R + jN_I$	Nennerpolynom
$p = \sigma + j\omega$	komplexe Kreisfrequenz
$q$	Quantisierungsstufe
$\rho$	binäre Wortlänge inclusive Vorzeichen (Bit)
$\sin \nu = (\sin \nu)/\nu$	
$\underline{S}(\psi)$	Reflexionsfaktor, Übertragungsfaktor
S/Q	Signal-Quantisierungsgeräusch-Abstand (dB)
$t, \tau$	Zeit
$\tau_g$	Gruppenlaufzeit
$T$	Abtastperiodendauer
$w = u + jv$	Kreisfrequenz im Referenzbereich der Bilineartransformation
$w' = u' + jv'$	normierte Kreisfrequenz im Referenzbereich der Bilineartransformation
$w(n)$	zeitdiskrete Fensterfunktion
$\omega$	Kreisfrequenz
$\Omega$	Kreisfrequenz, auf Abtastfrequenz normiert
$\Omega_p$	Polwinkel in der z-Ebene
$\underline{W}_N$	Drehfaktor
$x(n)$	Eingangssignal
$y(n)$	Ausgangssignal
$\psi = \alpha + j\eta$	Kreisfrequenz im normierten Referenzbereich eines Wellendigitalfilters
$z$	komplexe Variable der z-Transformation
$z_0$	Nullstelle
$z_p$	Polstelle
$Z[\dots]$	z-Transformierte
$Z^{-1}[\dots]$	z-Rücktransformierte
$Z = Z_R + jZ_I$	Zählerpolynom