John H. Conway
Über Zahlen und Spiele

John H. Conway

ÜBER
ZAHLEN
UND
SPIELE

Friedr. Vieweg & Sohn Braunschweig/Wiesbaden

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Conway, John H.:

Über Zahlen und Spiele / John H. Conway. [Übers.:
Brigitte Kunisch]. – Braunschweig; Wiesbaden:

Vieweg, 1983.

Einheitssacht.: On numbers and games (dt.)

ISBN-13: 978-3-528-08434-9

Titel der englischen Originalausgabe

On Numbers and Games

© Academic Press 1976

Übersetzung: Brigitte Kunisch, Graz

Alle Rechte vorbehalten

© Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig 1983

Die Vervielfältigung und Übertragung einzelner Textabschnitte, Zeichnungen oder Bilder, auch für Zwecke der Unterrichtsgestaltung, gestattet das Urheberrecht nur, wenn sie mit dem Verlag vorher vereinbart wurden. Im Einzelfall muß über die Zahlung einer Gebühr für die Nutzung fremden geistigen Eigentums entschieden werden. Das gilt für die Vervielfältigung durch alle Verfahren einschließlich Speicherung und jede Übertragung auf Papier, Transparente, Filme, Bänder, Platten und andere Medien. Dieser Vermerk umfaßt nicht die in den §§ 53 und 54 URG ausdrücklich erwähnten Ausnahmen.

Satz: Vieweg, Braunschweig

ISBN-13: 978-3-528-08434-9

DOI: 10.1007/ 978-3-322-88997-3

e-ISBN-13: 978-3-322-88997-3

Vorwort

Dieses Buch soll die Beziehung zwischen zwei Lieblingsgebieten des Autors beleuchten – nämlich der Theorie der transfiniten Zahlen und der Theorie der mathematischen Spiele. Einige wenige Zusammenhänge sind zwar schon seit geraumer Zeit bekannt, aber es dürfte bis jetzt nicht möglich gewesen sein, eine Theorie der reellen Zahlen zu erhalten, die sowohl einfacher als auch umfassender ist als jene Dedekinds, indem Zahlen einfach als die Stärke von Positionen in gewissen Spielen *definiert* werden. Dabei folgen die üblichen Ordnungseigenschaften und arithmetischen Operationen fast sofort aus Definitionen, die sich natürlich ergeben. Es war daher ein amüsantes Erlebnis, den nullten Teil dieses Buches so zu schreiben, als wären diese Definitionen aus einem Versuch entstanden, Dedekinds Konstruktion zu verallgemeinern!

Ich vermute jedoch, daß viele Leser sich lieber mit Spielen beschäftigen, als über Zahlen zu philosophieren. Diesen Lesern möchte ich folgenden Vorschlag machen. Beginnen Sie mit Kapitel 7, spielen sie sofort mehrere Spiele gleichzeitig und suchen Sie sich einen interessierten Partner, mit dem Sie einige der dort beschriebenen Dominospiele durchfüh-

ren. Dabei ist es leicht einzusehen, warum und Links einen bzw. zwei Züge Vorteil

verschaffen; wenn Sie glauben, eine Ahnung zu haben, warum er durch nur einen halben Zug Vorsprung erhält, sollten Sie vielleicht Kapitel 0 lesen, in dem der Ursprung der einfachsten Zahlen erklärt ist. Danach sollte man mit dem Rest des Buches keine Schwierigkeiten mehr haben. Man braucht nicht mehr zu wissen, als daß die „Ordnungszahlen“ eine bestimmte Art (meist unendlicher) ganzer Zahlen sind und daß der Autor auf Grund bestimmter Eigentümlichkeiten für bestimmte, sehr große unendliche Ansammlungen Großbuchstaben verwendet.

Bei der Arbeit an diesem Buch haben viele Freunde mitgeholfen, vielleicht oft, ohne sich dessen bewußt zu sein. Besonders zu Dank verpflichtet bin ich E. Berlekamp und R. Guy, mit denen ich gerade ein umfangreicheres Buch über mathematische Spiele vorbereite, das sich mit diesem in einigen Punkten überschneiden wird*). Dieses Buch wäre ohne den wiederholten, freundlichen Ansporn A. Watkinsons von Academic Press nie erschienen; ohne die sorgfältige Korrektur des Herausgebers Paul Cohn enthielte es viele Fehler. Beträchtlichen Einfluß übten Mike Christie, Avierzi Fraenkel, Mike Guy, Peter Johnstone, Donald Knuth und Simon Norton durch ihre Kommentare aus. Die verschiedenartige Natur ihrer Ratschläge wird wohl am besten von den folgenden Zeilen aus Bunyans *Apology for his Book* (Pilgrim's Progress) eingefangen:

*Some said 'John, print it'; others said, 'Not so'.
Some said 'It might do good'; others said, 'No'.*

Oktober 1975

J.H.C.

*) „Winning Ways“ erscheint in deutscher Übersetzung 1984 bei Vieweg.

Frontispiz. Der Baum der Zahlen und die Positionen einiger Spiele

Inhalt

Nullter Teil ... Über Zahlen	1
0 Alle Zahlen groß und klein	2
1 Die Klasse No ist ein KÖRPER	12
2 Die reellen Zahlen und die Ordnungszahlen	19
3 Die Struktur der allgemeinen Zahl	24
4 Algebra und Analysis der Zahlen	33
5 Zahlentheorie im Lande Oz	38
6 Der merkwürdige Körper On_2	42
 Erster Teil ... und Spiele	 55
7 Wie man mehrere Spiele gleichzeitig spielt	56
8 Einige Spiele sind bereits Zahlen	65
9 Über Spiele und Zahlen	80
10 Vereinfachen von Spielen	90
11 Objektive Spiele und das Nimm Spiel	101
12 Wie man verlieren soll, wenn man muß	113
13 Belebende Funktionen, Welters Spiel und ungemäßigtes Hackenbusk	129
14 Wie man mehrere Spiele gleichzeitig auf ein Dutzend verschiedene Arten spielt	147
15 Die Spiele Abwärts, Aufwärts und Bynumbers	159
16 Die langen und die kurzen und die kleinen Spiele	174
 Anhang zu Teil Null	 192
Notationen	196
Literaturverzeichnis	199
Namens- und Sachwortverzeichnis	200