Winfried Scharlau

**Schulwissen Mathematik:
Ein Überblick**

Was ein Studienanfänger
von der Mathematik wissen sollte

Winfried Scharlau

Schulwissen Mathematik: Ein Überblick

Was ein Studienanfänger
von der Mathematik wissen sollte

Mit 100 Abbildungen

Prof. Dr. Winfried Scharlau
Westfälische Wilhelms-Universität Münster
Mathematisches Institut
Einsteinstraße 62
48149 Münster
scharla@math.uni-muenster.de

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Scharlau, Winfried:

Schulwissen Mathematik: ein Überblick; was ein
Studienanfänger von der Mathematik wissen sollte. –

Braunschweig; Wiesbaden: Vieweg, 1994

ISBN-13: 978-3-528-06541-6 e-ISBN-13: 978-3-322-87604-1

DOI: 10.1007/978-3-322-87604-1

Alle Rechte vorbehalten

© Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH,
Braunschweig/Wiesbaden, 1994

Der Verlag Vieweg ist ein Unternehmen der Verlagsgruppe Bertelsmann
International.

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Gedruckt auf säurefreiem Papier

ISBN-13: 978-3-528-06541-6

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	viii
1 Zahlen und Rechnen mit Zahlen	1
1.1 Natürliche Zahlen	1
1.2 Ganze Zahlen	2
1.3 Rationale Zahlen	3
1.4 Endliche Dezimalzahlen	4
1.5 Reelle Zahlen	5
2 Rechnen mit Buchstaben	7
2.1 Grundlegende Rechenregeln	7
2.2 Bruchrechnung	8
2.3 Potenzrechnung	9
2.4 Formeln für das Potenzrechnen	11
2.5 Physikalische Gesetze	12
3 Die quadratische Gleichung	14
4 Grundbegriffe der Mengenlehre	17
4.1 Mengen	17
4.2 Abbildungen	21
5 Geometrische Grundbegriffe	24
5.1 Geraden und Strecken	24
5.2 Winkel	24
5.3 Vierecke	27
5.4 Dreiecke	27
5.5 Der Kreis	29
5.6 Symmetrie	32
6 Kongruenz, Ähnlichkeit, Strahlensatz	34
7 Geometrie des Dreiecks	36
8 Das rechtwinklige Dreieck	39
8.1 Der Satz von Pythagoras	39
8.2 Trigonometrische Funktionen	41
9 Geometrische Figuren im Raum	43

10	Analytische Geometrie der Ebene	46
10.1	Kartesishe Koordinaten	46
10.2	Der $\mathbb{R}^2$	47
10.3	Vektoren	48
11	Geraden in der Ebene	51
11.1	Die Geraden-Gleichung	51
11.2	Beschreibung von Geraden	52
11.3	Die Hessesche Normalform	53
12	Kegelschnitte. Kurven zweiten Grades	56
12.1	Kegelschnitte	56
12.2	Der Kreis	56
12.3	Die Ellipse	58
12.4	Die Hyperbel	59
12.5	Die Parabel	60
13	Analytische Geometrie des Raumes	63
14	Lineare Gleichungen	66
14.1	Lösungsmenge und Lösungsverfahren	66
14.2	Geometrische Interpretation	67
15	Grundbegriffe der Kombinatorik	70
16	Funktionen	75
16.1	Beispiele	75
16.2	Rechnen mit Funktionen	77
16.3	Eigenschaften von Funktionen	78
16.4	Nullstellen	79
16.5	Extremwerte von Funktionen	79
17	Grundbegriffe der Differentialrechnung	81
17.1	Folgen und Grenzwerte	81
17.2	Differenzieren und Ableitungen	83
17.3	Beispiele	84
17.4	Rechenregeln für Ableitungen	85
17.5	Höhere Ableitungen	87
17.6	Extremwerte	88
17.7	Kurvendiskussion	89
18	Grundbegriffe der Integralrechnung	93
18.1	Berechnung von Flächeninhalten	93

18.2	Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung . . .	95
18.3	Flächeninhalt	96
19	Die elementaren Funktionen	99
19.1	Die Exponential-Funktion	99
19.2	Die Logarithmus-Funktion	101
19.3	Trigonometrische Funktionen	105
20	Was ist ein mathematischer Satz und ein mathematischer Beweis?	109
21	Überblick: Geschichte der Mathematik	113
	Stichwortverzeichnis	116

Vorwort

Dieses Büchlein enthält, was meines Erachtens jeder zum Abschluß der höheren Schule und Beginn des Studiums von der Mathematik wissen sollte. Zweifellos läßt sich darüber streiten, was zum unverzichtbaren Basiswissen gehört oder gehören sollte. Die von mir getroffene - eher konservative - Stoffauswahl ist sicher subjektiv und wird vermutlich auf Zustimmung ebenso stoßen wie auch auf Kritik. Ich denke jedoch, daß der Text ungefähr das enthält, was von Studienanfängern in natur-, ingenieur- und wirtschaftswissenschaftlichen Fächern erwartet wird. Es ist also primär nicht für (zukünftige) Studierende der Mathematik geschrieben, kann aber vielleicht auch für diese als „Vorkurs“ dienen.

Das Buch wird sich kaum als Lehrbuch eignen. Es ist zum Wiederholen gedacht oder zum Nachschlagen eines Begriffes, Satzes oder mathematischen Zusammenhanges, an den man sich erinnert, den man aber im Laufe der Zeit vergessen hat. Es könnte auch als Leitfaden und Wegweiser für einen gründlicheren Wiederholungs-, Brücken- oder Ergänzungskurs dienen, sei es im Selbststudium, sei es unter Anleitung.

Vermutlich (und hoffentlich) wird mancher überrascht sein, wie *wenig* das Buch enthält, obwohl es im Prinzip den gesamten Schulstoff umfaßt. Es beschränkt sich wirklich auf die Grundbegriffe. Es gibt weder komplizierte Formeln, noch längere Rechnungen in dem Buch, keinen logischen oder mengentheoretischen Ballast, nicht einmal das Summenzeichen wird benötigt. Ich hoffe, daß schon vom Schriftbild der Text einfacher und zugänglicher aussieht als jedes Schulbuch. Tatsächlich ist dies die Botschaft, die ich vermitteln möchte: *Die Grundbegriffe und -tatsachen der Mathematik sind einfach*. Was in diesem Buch steht, ist nicht so kompliziert wie die deutsche Grammatik, reicht nicht an die Stofffülle etwa eines Leistungskurses Biologie heran, ist nicht abstrakter als eine Einführung in die Informatik und erfordert weniger explizite Rechnungen als der Physikstoff der Oberstufe.

Ich danke Frau M. Ahrens, Frau E. Becker und Herrn F. Mausz sehr herzlich für die Erstellung der Druckvorlage und die Anfertigung der Abbildungen.

Münster, den 12.8.1993

Winfried Scharlau