Albrecht Beutelspacher

Luftschlösser und Hirngespinnste

Ich behandle das Kleine mit derselben Liebe wie das Große, weil ich den Unterschied zwischen klein und groß nicht recht gelten lasse.

Theodor Fontane in einem Brief
vom 8. August 1883 an seine Frau

Albrecht Beutelspacher

Luftschlösser und Hirngespinnste

Bekannte und unbekannte Schätze
der Mathematik, ans Licht befördert
und mit neuem Glanz versehen

Friedr. Vieweg & Sohn Braunschweig / Wiesbaden

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Beutelspacher, Albrecht:

Luftschlösser und Hirngespinnste: bekannte u.
unbekannte Schätze d. Mathematik, ans Licht
befördert u. mit neuem Glanz vers. / Albrecht
Beutelspacher. — Braunschweig; Wiesbaden:
Vieweg, 1986.

Professor Dr. *Albrecht Beutelspacher*
Fachbereich Mathematik der Universität Mainz
Siemens AG, München

1986

Alle Rechte vorbehalten

© Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig 1986

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Umschlaggestaltung: F. Balke, Mainz

Satz: Vieweg, Braunschweig

ISBN-13: 978-3-528-08957-3
DOI: 10.1007/978-3-322-87600-3

e-ISBN-13: 978-3-322-87600-3

Vorwort

„Kann man beweisen, daß zwei mal zwei vier ist?“, „Gibt es in der Mathematik überhaupt noch etwas zu beweisen?“, „Was macht ein Mathematiker eigentlich den ganzen Tag?“, ...

Mit solchen Fragen werde ich häufig konfrontiert, wenn im ‚täglichen Leben‘ die Sprache auf die Mathematik kommt. Sie verraten, daß das Bild in der Öffentlichkeit weit vom Selbstverständnis der Mathematik abweicht. Dies liegt vermutlich daran, daß die Mathematik diejenige Wissenschaft ist, die ihr Licht am meisten unter den Scheffel stellt – oder, ein bißchen böse formuliert, die das Licht der Öffentlichkeit am meisten scheut.

Nun lassen sich natürlich bequeme Gründe dafür finden, daß es besonders schwierig ist, Mathematik zu vermitteln, schwieriger als beispielsweise Physik oder Theologie. Dementsprechend groß ist dann die Versuchung, sich mit dieser Beobachtung zufrieden zu geben – und gar nichts zu tun. Das ist aber des Schlechten zuviel!

*

In den letzten Jahrzehnten konnte sich, insbesondere aufgrund von Schulerfahrungen, der Eindruck breit machen, Mathematik beschränke sich auf stumpfsinniges Ausuxen von Gleichungen und langweiliges Auswendiglernen formaler Gesetze. Aber das Gegenteil ist wahr: Mathematik lebt von Phantasie, Spaß am Problemlösen, Knobeln und Freude an schönen Lösungen.

Um diese These zu belegen, möchte ich Ihnen, liebe Leserin, lieber Leser, in diesem Büchlein einige Beispiele vorstellen, und lade Sie

ein, attraktive Probleme aus Kombinatorik, Geometrie, Codierungstheorie und Zahlentheorie kennenzulernen. Die folgende Auswahl aus den Themen zeigt Ihnen die Spannweite des behandelten Stoffs:

- Wie verliere ich im Toto möglichst wenig?
- Wie komme ich aus einem Labyrinth wieder heraus?
- Wie ist der „Strichcode“ auf den Lebensmittelpackungen aufgebaut?

Zur Lektüre brauchen Sie keine speziellen Vorkenntnisse zu haben, eine ganz normale Schulbildung reicht. Insbesondere werden so gefürchtete Begriffe wie ‚Wurzelziehen‘, ‚Differenzieren‘, ‚Integrieren‘ u. ä. (abgesehen von dieser Stelle) nirgends vorkommen. Der Stoff ist so organisiert, daß zu Beginn die leichteren Fragen behandelt werden, während gegen Ende Probleme studiert werden, zu deren Lösung man einen etwas längeren Atem braucht. Trotzdem sind sämtliche Abschnitte auch für interessierte Schüler gut geeignet. (Dies ist jedenfalls meine Hoffnung!)

*

Eines muß man allerdings sagen: Man kann Mathematik nicht verstehen, wenn man nur etwas über Mathematik erzählt bekommt. Erst wenn man sich selbst intensiv mit der Sache beschäftigt, bekommt man das richtige Gefühl dafür. (Das ist in allen Künsten*) so: In der Musik, in der Kochkunst, in der Liebe, etc.) Aus diesem Grunde habe ich solche Probleme ausgewählt, bei denen man ohne spezielle Vorkenntnisse die Problemstellung und (das ist das Entscheidende!) auch die Lösung verstehen kann.

Ein Tip zur Lektüre: Bedenken Sie, daß man sich auch an seiner Liebesspeise den Magen verderben kann. Mit anderen Worten: Schlingen Sie nicht alles auf ein Mal hinunter. Wenn Sie an einem Kapitel Spaß und Freude haben, so freuen Sie sich daran – und

*) und die Mathematik ist eine Kunst!

führen Sie sich das nächste Problem erst bei nächster Gelegenheit zu Gemüte.

Noch eins: Oft versucht man, die Beschäftigung mit Mathematik dadurch zu rechtfertigen, daß man auf ihre Anwendungen verweist. Das ist in einzelnen Fällen sicher zutreffend. Aber Sie werden merken: Wenn Sie einmal angefangen haben, Mathematik zu treiben, wenn Sie sich erst einmal an einem Problem festgebissen haben, dann ist für Sie die Frage, ob es Anwendungen gibt oder nicht, völlig belanglos. Diese Art von Mathematik ist also "l'art pour l'art", sie ist „nur“ ein Gedankenspiel, sie spielt sich im Kopf ab.

In der Tat, wir Mathematiker beschäftigen uns (um wenigstens eine der Eingangsfragen zu beantworten) den ganzen Tag mit Luftschlössern und Hirngespinnsten. Aber — daß auch solche Probleme manch überraschende Anwendung haben (Sie werden in diesem Buch einige Beispiele dafür finden), steht damit natürlich nicht im Widerspruch!

*

Ohne die Ermutigung vieler Freunde hätte ich nicht gewagt, dieses Buch zu schreiben; ihnen allen gilt mein Dank. Ganz besonders danke ich aber meinen Mitstreitern Inge, Klaus, Michael, Michael und Peter für ihre unbegrenzte Gesprächs-, Lese- und Kritikbereitschaft.

München, im Mai 1986

Albrecht Beutelispacher

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
1 Wie findet man aus einem Labyrinth wieder heraus? oder Mathematik ersetzt den Ariadnefaden	1
2 Simsalabim und Abrakadabra oder Hinter manchem Hokuspokus steckt nur simple Mathematik	9
3 Die Vermutung von SYLVESTER oder Wie „Unlösbares“ gelöst wurde	16
4 Weißt du, wieviel Geraden gehen ...?	23
5 Sieben Ritter freien um eine Prinzessin. Ein Märchen	30
6 Wir begeben uns aufs glatte Parkett oder Mathematik zu unseren Füßen	42
7 Toto spielen mit System oder Wie verliere ich beim Wetten möglichst wenig?	50
8 Irrtum ausgeschlossen oder Computer lesen nach der Ganzwortmethode	57
9 Induktion – ein Zauberstab zur Lösung vieler Probleme	76
10 Kariertes Papier	91
11 Noch mehr kariertes Papier	102
12 Ein revolutionäres Währungssystem	109
13 Wer zählt die Völker, nennt die Namen? oder Die EULERSche Polyederformel	120
14 Reguläre Körper – ein antikes Schönheitsideal	131
Literaturverzeichnis	141