

Walter Strampp

**Analysis
mit Mathematica und Maple**

Aus dem Programm

Mathematik/Computeralgebra

Mathematica griffbereit

von N. Blachman

Maple griffbereit

von N. Blachman und M. J. Mossinghoff

Das Mathematica Arbeitsbuch

von E. Heinrich und H.-D. Janetzko

Das Maple Arbeitsbuch

von E. Heinrich und H.-D. Janetzko

Mathematica: Vom Problem zum Programm

von E. Heinrich und H.-D. Janetzko

Lineare Algebra

von A. Beutelspacher

Lineare Algebra

von G. Fischer

Übungsbuch zur Linearen Algebra

von H. Stoppel und B. Griese

Analysis 1 und 2

von O. Forster

Übungsbuch zur Analysis 1

von O. Forster und R. Wessoly

Übungsbuch zur Analysis 2

von O. Forster und Th. Szymczak

Analysis mit Maple

von R. Braun und R. Meise

Differentialgleichungen mit Mathematica

von W. Strampp und V. Ganzha

Höhere Mathematik mit Mathematica, 4 Bände

von W. Strampp, V. Ganzha und E. Vorozhtsov

Band 1: Grundlagen, Lineare Algebra

Band 2: Analysis

Band 3: Differentialgleichungen und Numerik

Band 4: Funktionentheorie, Fourier- und Laplacetransformationen

vieweg

Walter Strampp

Analysis mit Mathematica und Maple

Repetitorium und Aufgaben
mit Lösungen



Prof. Dr. Walter Strampp
Gh-Universität Kassel
FB 17 Mathematik/Informatik
Heinrich-Plett-Str. 40
34109 Kassel
strampp@hrz.uni-kassel.de

Alle Rechte vorbehalten

© Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/Wiesbaden, 1999

Der Verlag Vieweg ist ein Unternehmen der Bertelsmann Fachinformation GmbH.



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

<http://www.vieweg.de>

Konzeption und Layout des Umschlags: Ulrike Weigel, www.CorporateDesignGroup.de

Gedruckt auf säurefreiem Papier

ISBN-13: 978-3-528-06977-3 e-ISBN-13: 978-3-322-80305-4

DOI: 10.1007/978-3-322-80305-4

Vorwort

Der vorliegende Übungsband besteht aus den beiden Hauptteilen Analysis im \mathbb{R}^1 und Analysis im \mathbb{R}^n und beschäftigt sich mit der Differential- und Integralrechnung für Funktionen von einer und von mehreren Veränderlichen. In der Integralrechnung wird der Riemannsche Integralbegriff zugrunde gelegt. Der erste Teil des Buches dient dem Auf- und Ausbau der Grundlagen der Analysis. Computeralgebrasysteme erleichtern Routinerechnungen, dienen aber auch wesentlich dem begrifflichen und inhaltlichen Verständnis. Mathematica und Maple sind die Computeralgebrasysteme mit der größten Verbreitung. Man hätte die Rechnungen natürlich auch mit einem anderen geeigneten System machen können.

Das Buch besteht aus drei Komponenten.



- Repetitorium:

Jeder Abschnitt beginnt mit einem kurzen Abriss der Theorie. Hierbei werden Definitionen und Sätze nicht besonders gekennzeichnet. Es soll ein Leitfaden für die Wiederholung gegeben werden und Werkzeuge für konkrete Aufgaben bereitgestellt werden. Die eingeführten Begriffe werden zur Erleichterung der Orientierung auf der Randspalte hervorgehoben. (ca. 20% des Buchumfangs).

- Aufgaben mit Lösungen:

Die Aufgaben reichen in drei Stufen von der Einübung über die Festigung eines Begriffs bis zu anwendungsorientierten Problemstellungen. Sie wurden in Lehrveranstaltungen und Klausuren erprobt. Die angegebenen Lösungen sollten als Vorschläge und Hinweise verstanden werden, die oft ergänzt, optimiert und abgekürzt werden können. Mit der Aufgabenstellung wird stets ein Übungsziel (operative Festigung eines Begriffs) oder ein Lernziel (Umgang mit einem Begriff im Kontext) verbunden. Diese Ziele werden jeweils auf der Randspalte komprimiert. (ca. 60% des Buchumfangs).

- **Mathematica und Maple-Notebooks:**

Der Einsatz von Mathematica und Maple ist als Unterstützung für das interaktive Selbststudium gedacht und soll Anregungen und Vorschläge für eigene Experimente geben. Durch den Umgang am Rechner werden die Begriffe der konkreten Anwendung zugänglich gemacht. Mathematica- und Maple-Rechnungen werden jeweils durch die Symbole  und  auf der Randspalte gekennzeichnet. Die verwendeten Mathematica- und Maple-Befehle werden ebenfalls hervorgehoben. Im Text werden typische Anwendungssituationen der Befehle kurz erläutert. Bei völlig identischen Befehlen wird nur die Erläuterung des Mathematica-Befehles gegeben. Der Einsatz von Mathematica und Maple wurde so einfach wie nur möglich gestaltet, damit diese Softwarepakete den Charakter von Hilfsmitteln behalten und nicht ein Buch über Mathematica und Maple entsteht. Die durchgeführten Rechnungen wurden insbesondere bei umfangreichen Standardanwendungen nicht in den Text aufgenommen, können aber in den Materialien im Netz eingesehen werden. (ca. 20% des Buchumfangs).

Für die mathematischen Begriffe, sowie für die Mathematica- und Maple-Befehle wird jeweils ein eigenes Verzeichnis am Ende des Buches angelegt.

Der theoretische Hintergrund wird durch die Bücher:

W. Strampp: Höhere Mathematik mit Mathematica, Band I und II,

vermittelt, an die sich der Theorieteil stark anlehnt.

Die Aufgabenstellungen sowie die Mathematica- und Maple-Rechnungen werden ins Netz gestellt, so daß der Benutzer leicht zu jeder Aufgabe die entsprechenden Computerrechnungen auffinden und ergänzen kann:

<http://www.db.informatik.uni-kassel.de/~strampp/>

<http://vieweg.de/welcome/downloads/supplements.htm>

In der Kombination aus Buch und Netz entsteht somit ein flexibles, modernes Lernmittel zur Wiederholung und Einübung des Stoffs von zentralen Gebieten der Analysis.

Man kann auch so mit dem Material arbeiten, daß man zuerst die Aufgabenstellung im Netz anschaut. Wenn man damit nichts anzufangen weiß, können als nächstes die theoretischen Werkzeuge aus den entsprechenden Abschnitten herangezogen werden. Dann kann nachgesehen werden, ob Mathematica- bzw. Maple-Rechnungen hilfreich sind. Zum Schluß können die selbst gefundenen mit den angelegten Lösungen verglichen werden.

Mein Dank gilt den Herren Daniel Bock und Stefan Schüler für viele wertvolle Hilfen bei der inhaltlichen Ausrichtung und äußeren Gestaltung des Buches. Meiner Tochter Pia danke für die Unterstützung bei den Schreib- und Rechenarbeiten. Herrn Schwarz vom Verlag Vieweg gebührt mein Dank für die Förderung dieses Buches während seiner ganzen Entstehung.

Inhaltsverzeichnis

I	Grundlagen der Analysis	1
1	Reelle Zahlen	3
1.1	Rechnen mit reellen Zahlen	3
1.2	Das Summenzeichen	9
1.3	Die Anordnung der reellen Zahlen	16
1.4	Vollständige Induktion	25
2	Folgen	31
2.1	Begriff der Folge	31
2.2	Konvergente Folgen	37
2.3	Sätze über konvergente Folgen	40
2.4	Reihen als Folgen	46
3	Funktionen	51
3.1	Der Funktionsbegriff	51
3.2	Eigenschaften von Funktionen	57
3.3	Rationale Funktionen	63
3.4	Winkelfunktionen	71
3.5	Logarithmus- und Exponentialfunktion	80
II	Analysis im \mathbb{R}^1	87
4	Stetige Funktionen	89
4.1	Begriff der Stetigkeit	89
4.2	Sätze über stetige Funktionen	93
4.3	Grenzwerte von Funktionen	98
5	Differenzierbare Funktionen	112
5.1	Begriff der Ableitung	112
5.2	Ableitungsregeln	121
5.3	Mittelwertsatz und Folgerungen	128
6	Integration	137
6.1	Riemannsches Integral	137

6.2	Der Hauptsatz	145
6.3	Unbestimmte Integration	154
6.4	Uneigentliche Integrale	165
7	Taylorentwicklung und Potenzreihen	175
7.1	Konvergenzbegriff und Konvergenzkriterien	175
7.2	Taylorreihen	184
7.3	Extremalstellen und Differenzierbarkeit	199
7.4	Potenzreihen	208
III	Analysis im \mathbb{R}^n	217
8	Grundbegriffe	219
8.1	Punkt Mengen, Folgen und Funktionen	219
8.2	Stetigkeit und Grenzwerte	230
8.3	Partielle Ableitung	239
9	Differenzierbare Funktionen im \mathbb{R}^n	250
9.1	Der Differenzierbarkeitsbegriff im \mathbb{R}^n	250
9.2	Der Satz von Taylor im \mathbb{R}^n	262
9.3	Implizite Funktionen	276
10	Integration im \mathbb{R}^n	294
10.1	Riemann-Integrale über Intervalle	294
10.2	Riemann-Integrale über beschränkte Mengen	307
	Sachwortverzeichnis	332
	Mathematica-Befehle	335
	Maple-Befehle	336