Uni-Taschenbücher

UTB

Eine Arbeitsgemeinschaft der Verlage

Birkhäuser Verlag Basel und Stuttgart
Wilhelm Fink Verlag München
Gustav Fischer Verlag Stuttgart
Francke Verlag München
Paul Haupt Verlag Bern und Stuttgart
Dr. Alfred Hüthig Verlag Heidelberg
Leske Verlag + Budrich GmbH Opladen
J. C. B. Mohr (Paul Siebeck) Tübingen
C. F. Müller Juristischer Verlag - R. v. Decker's Verlag Heidelberg
Quelle & Meyer Heidelberg
Ernst Reinhardt Verlag München und Basel
F. K. Schattauer Verlag Stuttgart-New York
Ferdinand Schöningh Verlag Paderborn
Dr. Dietrich Steinkopff Verlag Darmstadt
Eugen Ulmer Verlag Stuttgart
Vandenhoeck & Ruprecht in Göttingen und Zürich
Verlag Dokumentation München

Erich Lamprecht

Einführung in die Algebra

Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart

Prof. Dr. Erich Lamprecht, geboren in Mainz, Studium der Mathematik in Berlin, Promotion 1952 in Berlin, Habilitation für Mathematik 1955 in Würzburg, seit 1963 o. Professor für Mathematik an der Universität des Saarlandes in Saarbrücken.

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Lamprecht, Erich
Einführung in die Algebra.-1. Aufl.-Basel,
Stuttgart: Birkhäuser, 1978.
(Uni-Taschenbücher; 739)
ISBN 978-3-7643-0943-5 ISBN 978-3-0348-7636-0 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-0348-7636-0

Vorwort

Die vorliegende Schrift ist bis auf einige stoffliche Ergänzungen die Ausarbeitung des Manuskripts einer einsemestrigen vierstündigen Vorlesung gleichen Titels für Studienanfänger der Mathematik (einschließlich der Lehrämter), der Informatik, der Physik, der Elektrotechnik und der Werkstofftechnik, die ich an der Universität des Saarlandes gehalten habe. Dieser Vorlesung schloß sich dann insbesondere für Studierende der Mathematik eine mehr begriffliche Vorlesung über lineare Algebra an.

Die Lehrveranstaltung «Einführung in die Algebra» hatte zum Ziel, den Studienanfänger mit Grundbegriffen, Denkweisen und Methoden der Algebra bekannt zu machen, ihm ausreichendes Anschauungs- und Beispielmaterial zum Verständnis algebraischer Begriffsbildungen zu liefern und an anderer Stelle benötigte Ergebnisse der Algebra bereitzustellen. Darüber hinaus sollten den Studierenden der Physik, Elektrotechnik und Werkstofftechnik (für die hier nur eine einsemestrige algebraische Vorlesung obligatorisch ist) die Hilfsmittel und Rechentechniken der linearen Algebra in einem für die Anwendungen ausreichenden Umfang entwickelt werden.

Diese Konzeption unterscheidet sich also von der vielerorts üblichen zweisemestrigen Vorlesungen über lineare Algebra und den zugehörigen Lehrbuchdarstellungen insofern, als bei den Themen aus der linearen Algebra hier nicht die größtmögliche Allgemeinheit angestrebt wird; diese Allgemeinheit wird oft vom Studienanfänger (aus Mangel an Erfahrung) in ihrer Tragweite nicht durchschaut und kann zu diesem Zeitpunkt schwer verstanden werden. Dafür werden die hier angesprochenen Fragen der linearen Algebra in einem ausreichenden Umfang zu einem gewissen Abschluß gebracht; darüber hinaus sollen einige Techniken der linearen Algebra so eingeführt werden, daß sie auch in Fällen verwendbar sind, die sich nicht auf den Begriff des K-Vektorraumes stützen lassen, aber in den Anwendungen benötigt werden, wie z.B. Matrizen und Determinanten über kommutativen Ringen. Der Inhalt meiner erwähnten Vorlesung stimmt im wesentlichen mit den Paragraphen 1–10 und Teilen von §11 dieses Buches überein; von den den Paragraphen 1–10 beigefügten Ergänzungen wurden nur die inhaltlich später benötigten Fragen behandelt. Bei der Behandlung eines Themas wurden die abstrakten Begriffe der Algebra eingeführt, die zur präzisen Formulierung und zum Verständnis unbedingt erforderlich sind bzw. sich aus einem Spezialfall exemplarisch unmittelbar ergaben.

Zum Inhalt des Buches sei folgendes vermerkt: Die erforderlichen einfachsten Präliminarien über Mengen, algebraische Verknüpfungen, Gruppen und Körper sind in Kapitel I enthalten und werden durch Beispiele aus der Kombinatorik, über Permutationsgruppen und durch die Konstruktion der komplexen Zahlen veranschaulicht.

Am Beginn des Kapitels II steht die Diskussion eines Lösungs- und Entscheidungsverfahrens für lineare Gleichungssysteme über einem Körper, das als Gaußscher Algorithmus konzipiert ist und nur mit Zeilenoperationen arbeitet und folglich die für den Studienanfänger störenden Umbenennungen der gesuchten Größen vermeidet. Hieraus werden die Grundtatsachen über K-Vektorräume, insbesondere am Beispiel der arithmetischen Vektorräume K^n, deduziert und ein Abriß der Matrizenrechnung einschließlich wichtiger Matrizentypen gegeben; aus dem Spezialfall des Standardskalarprodukts in $\mathbf{R}^n$ werden die wichtigsten Eigenschaften und Anwendungen dieser Bildung hergeleitet und anschließend Determinanten quadratischer Matrizen diskutiert. Anwendungen und Illustrationen dieser Begriffe im dreidimensionalen Anschauungsraum runden diese Überlegungen ab.

Im Kapitel III, das die Grundtatsachen der Ringtheorie und zahlreiche Beispiele für Ringe enthält, steht wieder ein algorithmisches Verfahren im Vordergrund, nämlich der euklidische Algorithmus, mit dem zugleich die Hauptergebnisse der Teilbarkeit in $\mathbf{Z}$ (elementare Zahlentheorie) und im Polynomring $K[X]$ begründet werden. Aus dem Spezialfall der Kongruenzen in $\mathbf{Z}$ werden allgemeine Restklassen- und Quotientenstrukturen und ihre wichtigsten Eigenschaften (z.B. Partialbruchzerlegung) abgeleitet. Als Anwendung folgt in §11 eine elementare Herleitung der Hauptachsentransformation reellsymmetrischer Matrizen (und zugehöriger quadratischer Formen). Der §12 enthält weitere Ergebnisse zur Gruppentheorie, speziell für endliche Gruppen, die u.a. Ergebnisse der elementaren Zahlentheorie benutzen.

Den einzelnen Paragraphen ist jeweils eine Auswahl von Aufgaben beigefügt, die nicht nur nach dem Stoff, sondern auch nach dem Schwierigkeitsgrad (Anforderung in Lernzielen) geordnet sind; die Zahl der numerischen Aufgaben soll es gestatten, einige als Wiederholungsaufgaben zu bearbeiten.

Bei der Konzipierung der Vorlesung und auch dieser Buchniederschrift gingen Anregungen aus Gesprächen mit Kollegen und Mitarbeitern ein, denen ich hiermit vielmals dafür danke. Mein besonderer Dank gilt auch Frau U. Korst für die Hilfe bei der Erstellung des Manuskripts, Herrn Dipl.-Math. O. Becker für die Mitarbeit und Erfahrungsaustausch bei der Erstellung des Aufgaben- und Übungsprogramms, sowie meiner Frau für das Mitlesen der Korrekturen. Schließlich danke ich dem Birkhäuser-Verlag für die Aufnahme dieses Buches in die UTB-Reihe Mathematik und die gute Zusammenarbeit bei der drucktechnischen Gestaltung und Ausstattung.

Saarbrücken, Herbst 1977

E. Lamprecht

Inhaltsverzeichnis