

# ISNM

INTERNATIONAL SERIES OF NUMERICAL MATHEMATICS  
INTERNATIONALE SCHRIFTENREIHE ZUR NUMERISCHEN MATHEMATIK  
SÉRIE INTERNATIONALE D'ANALYSE NUMÉRIQUE

*Editors:*

*Ch. Blanc, Lausanne; A. Ghizzetti, Roma; P. Henrici, Zürich;  
A. Ostrowski, Montagnola; J. Todd, Pasadena*

VOL. 51

# Multivariate Approximation Theory

Proceedings of the Conference held at the  
Mathematical Research Institute at Oberwolfach  
Black Forest, February 4–10, 1979

Edited by Walter Schempp and Karl Zeller

1979

Springer Basel AG

**CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek**  
**Multivariate approximation theory: proceedings**  
of the conference held at the Math.

Research Inst. at Oberwolfach, Black Forest,  
February 4–10, 1979 / ed. by Walter Schempp and  
Karl Zeller. – Basel, Boston, Stuttgart · Birk-  
häuser, 1979.

(International series of numerical mathematics;  
Vol. 51)

NE: Schempp, Walter [Hrsg.]; Mathematisches  
Forschungsinstitut <Oberwolfach>

All Rights Reserved. No part of this publication may be  
reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted,  
in any form or by any means, electronic, mechanical,  
photocopying, recording or otherwise, without the prior  
permission of the Copyright owner.

© Springer Basel AG 1979

Originally published by Birkhäuser Verlag Basel in 1979.

Library of Congress Catalog Card Number 79–21131

ISBN 978-3-7643-1102-5      ISBN 978-3-0348-6289-9 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-0348-6289-9

## Preface

An International Symposium on Multivariate Approximation Theory was held at the Oberwolfach Mathematical Research Institute, Black Forest, February 4–10, 1979. This was the second conference on this topic; the first one was held in 1976, its proceedings were published in 1977\*.

The conference brought together about 50 mathematicians from 9 countries. This volume contains most of the papers presented at the symposium.

The topics treated cover different problems on multivariate approximation theory such as new results concerning multivariate spline functions, approximation and interpolation by polynomials of several variables, cubature formulas, error estimates.

The editor's warm thanks are due to the participants and to the contributors, who helped to make the conference a success; to Prof. Dr. G. Meinardus (Siegen) for his interest in this conference and his advice; to Dr. F. J. Delvos (Siegen) for his support during the preparations of the conference and for his competent handling of the editorial work; to Dipl.-Math. G. Neumann (Siegen) and Dr. H. Posdorf (Bochum) for their organizational work; to the Oberwolfach Mathematical Research Institute for financial assistance and for the facilities provided; and to C. Einsele of Birkhäuser Publishers for his valuable cooperation in making these proceedings available.

May 1979

Walter Schempp  
Siegen

Karl Zeller  
Tübingen

Editors

---

\* »Constructive Theory of Functions of Several Variables«. Edited by W. Schempp and K. Zeller. Lecture Notes in Mathematics, Vol. 571. Berlin-Heidelberg-New York: Springer 1977.

## Contents

G. Baszenski, F. J. Delvos, H. Posdorf	
Boolean Methods in Bivariate Reduced Hermite Interpolation . .	11
K. Böhmer	
Asymptotic Expansions for the Discretization Error in Poisson's Equation on General Domains . . . . .	30
B. Brosowski	
Die Anwendung eines verallgemeinerten Korovkin-Satzes auf die Konvergenz gewisser Differenzen-Verfahren . . . . .	46
P. Chenin	
Integral Representation of Interpolation Error . . . . .	57
W. Dahmen	
Multivariate B-Splines-Recurrence Relations and Linear Com- binations of Truncated Powers . . . . .	64
F. Deutsch	
The Alternating Method of von Neumann . . . . .	83
B. Dreseler	
Symmetrization Formulas and Norm Estimates of Projections in Multivariate Polynomial Approximation . . . . .	97
H. Engels	
Über Kubaturformeln bei unregelmäßig berandetem Gebiet . . .	111
D. C. Handscomb	
Optimal Cubature over a Bounded Plane Region . . . . .	129
W. Haussmann	
On a Multivariate Rolle Type Theorem and the Interpolation Remainder Formula . . . . .	137
G. Heindl	
Interpolation and Approximation by Piecewise Quadratic $C^1$ -Functions of Two Variables . . . . .	146
A. Jakimovski, D. C. Russel	
On an Interpolation Problem for Functions of Several Variables and Spline Functions . . . . .	162
J. Meinguet	
A Convolution Approach to Multivariate Representation Formulas . . . . .	198
C. A. Micchelli	
On a Numerically Efficient Method for Computing Multivariate B-Splines . . . . .	211
H. M. Möller	
The Construction of Cubature Formulae and Ideals of Principal Classes . . . . .	249

G. Opfer	
On Certain Approximations of Vector-Valued Functions . . . . .	265
F. Pittnauer	
On the Solution of Linear Integrodifferential Equations with Degenerate Kernels . . . . .	272
M. Reimer	
Best Approximations to Polynomials in the Mean and Norms of Coefficient-Functionals . . . . .	289
A. Sard	
Multivariate Splines . . . . .	305
W. Schempp	
Interpolation zonaler harmonischer Funktionen . . . . .	326
R. Scherer, K. Zeller	
Infinite Equations in Constructive Analysis . . . . .	340
R. Scherer, K. Zeller	
Two-Dimensional Grids for Polynomials . . . . .	346
W. Schlöglmann	
Spline Functions and Gaussian Processes (Multidimensional Case)	353
H. J. Schmid	
Construction of Cubature Formulae Using Real Ideals . . . . .	359
R. Schnabl	
Die Algebra der Bernsteinoperatoren und symmetrische Funktionen . . . . .	378
L. L. Schumaker	
On the Dimension of Spaces of Piecewise Polynomials in Two Variables . . . . .	396
F. Schurer, F. W. Steutel	
On the Exact Degree of Approximation of Bernstein Operators on $C([0,1]^2)$ . . . . .	413
U. Tippenhauer	
Eine Projektionsmethode für das biharmonische Problem . . . . .	436

## List of Participants

- Baszenski, G.*, Rechenzentrum der Ruhr-Universität Bochum, Universitätsstraße 150-NA, D-4630 Bochum 1 (Western Germany)
- Bernutat, U.*, Rechenzentrum der Ruhr-Universität Bochum, Universitätsstraße 150-NA, D-4630 Bochum 1 (Western Germany)
- Böhmer, K.*, Institut für Praktische Mathematik der Universität Karlsruhe, Englerstraße 2, D-7500 Karlsruhe 1 (Western Germany)
- Brakhage, H.*, Fachbereich Mathematik der Universität Kaiserslautern, Pfaffenbergstraße 95, D-6750 Kaiserslautern (Western Germany)
- Brass, H.*, Lehrstuhl E für Mathematik der Technischen Universität Braunschweig, Pockelsstraße 14, D-3300 Braunschweig (Western Germany)
- Brosowski, B.*, Fachbereich Mathematik der Johann-Wolfgang-Goethe-Universität, Robert-Mayer-Straße 6-10, D-6000 Frankfurt a. M. 1 (Western Germany)
- Chenin, P.*, Laboratoire IMAG, Université de Grenoble, B. P. 53 X, F-38041 Grenoble Cédex (France)
- Dahmen, W.*, Institut für Angewandte Mathematik der Universität Bonn, Wegelerstraße 6, D-5300 Bonn (Western Germany)
- Delvos, F. J.*, Lehrstuhl für Mathematik I der Universität Siegen, Hölderlinstraße 3, D-5900 Siegen 21 (Western Germany)
- Deutsch, F.*, Fachbereich Mathematik der Johann-Wolfgang-Goethe-Universität, Robert-Mayer-Straße 6-10, D-6000 Frankfurt a. M. 1 (Western Germany)
- Dreseler, B.*, Lehrstuhl für Mathematik I der Universität Siegen, Hölderlinstraße 3, D-5900 Siegen 21 (Western Germany)
- Duchon, J.*, Mathématiques appliquées Université scientifique et médicale, B. P. 53, F-38041 Grenoble Cédex (France)
- Engels, H.*, Lehrstuhl für Mathematik und Institut für Geometrie und Praktische Mathematik der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, Templergraben 55, D-5100 Aachen (Western Germany)
- Freko, A.*, Lehrstuhl für Mathematik IV der Universität Siegen, Hölderlinstraße 3, D-5900 Siegen 21 (Western Germany)
- Handscamb, D. C.*, Oxford University Computing Laboratory, 19 Parks Road, Oxford OX1 3PL (England)
- Haussmann, W.*, Fachbereich Mathematik der Universität Duisburg, Lotharstraße 65, D-4100 Duisburg 1 (Western Germany)
- Heindl, G.*, Institut für Mathematik der Technischen Universität München, Arcisstraße 21, D-8000 München 2 (Western Germany)
- Jakimovski, A.*, Department of Mathematical Sciences, Tel-Aviv University, Ramat-Aviv, Tel-Aviv (Israel)
- Jetter, K.*, Fachbereich Mathematik der Fernuniversität Hagen, Lützwowstraße 125, D-5800 Hagen (Western Germany)
- Laurent, P. J.*, École nationale supérieure d'informatique et mathématiques appliquées, B. P. 53, F-38041 Grenoble Cédex (France)
- Locher, F.*, Fachbereich Mathematik der Fernuniversität Hagen, Lützwowstraße 125, D-5800 Hagen (Western Germany)
- Meinardus, G.*, Lehrstuhl für Mathematik IV der Universität Siegen, Hölderlinstraße 3, D-5900 Siegen 21 (Western Germany)
- Meinguet, J.*, Institut de Mathématique Pure et Appliquée, Université de Louvain, Chemin du Cyclotron 2, B-1348 Louvain-la-Neuve (Belgium)
- Micchelli, C. A.*, IBM International Business Machines Corporation, Research Division, Mathematical Sciences Department, Box 218, Yorktown Heights, N. Y. 10598 (USA)

- Möller, H.*, Fachbereich Mathematik der Fernuniversität Hagen, Lützowstraße 125, D-5800 Hagen (Western Germany)
- Neumann, G.*, Lehrstuhl für Mathematik I der Universität Siegen, Hölderlinstraße 3, D-5900 Siegen 21 (Western Germany)
- Niethammer, W.*, Institut für Praktische Mathematik der Universität Karlsruhe, Englerstraße 2, D-7500 Karlsruhe 1 (Western Germany)
- Opfer, G.*, Institut für Angewandte Mathematik der Universität Hamburg, Bundesstraße 55, D-2000 Hamburg 13 (Western Germany)
- Pittnauer, F.*, Fachbereich Mathematik der Universität Duisburg, Lotharstraße 65, D-4100 Duisburg 1 (Western Germany)
- Posdorf, H.*, Rechenzentrum der Ruhr-Universität Bochum, Universitätsstraße 150-NA, D-4630 Bochum 1 (Western Germany)
- Pottinger, P.*, Fachbereich Mathematik der Universität Duisburg, Lotharstraße 65, D-4100 Duisburg 1 (Western Germany)
- Reimer, M.*, Lehrstuhl Mathematik III der Universität Dortmund, Postfach 50 05 00, D-4600 Dortmund 50 (Western Germany)
- Russell, D. C.*, Department of Mathematics, York University Downsview, Ontario, Canada M 3S 1 P 3
- Sard, A.*, Ob dem Hügliacker 16, CH-4102 Binningen, (Switzerland)
- Schäfer, W.*, Poststraße 13, D-5900 Siegen 21 (Western Germany)
- Schempp, W.*, Lehrstuhl für Mathematik I der Universität Siegen, Hölderlinstraße 3, D-5900 Siegen 21 (Western Germany)
- Scherer, K.*, Institut für Angewandte Mathematik der Universität Bonn, Wegelerstraße 6, D-5300 Bonn (Western Germany)
- Scherer, R.*, Mathematisches Institut der Universität Tübingen, Auf der Morgenstelle 10, D-7400 Tübingen 1 (Western Germany)
- Schlöglmann, W.*, Institut für Mathematik der Johannes Kepler Universität, Altenberger Straße 69, A-4045 Linz (Austria)
- Schmidt, H. J.*, Mathematisches Institut der Universität Erlangen-Nürnberg, Bismarckstraße 1 1/2, D-8520 Erlangen (Western Germany)
- Schnabl, R.*, Institut für Technische Mathematik der Technischen Universität Wien, Gußhausstraße 27-29, A-1040 Wien (Austria)
- Schönhage, A.*, Mathematisches Institut der Universität Tübingen, Auf der Morgenstelle 10, D-7400 Tübingen 1 (Western Germany)
- Schumaker, L.*, Institut für Mathematik III der Freien Universität Berlin, Arnimallee 2-6, D-1000 Berlin 33 (Western Germany)
- Schurer, F.*, Department of Mathematics, Technische Hogeschool Eindhoven, P.O. Box 513, Eindhoven (The Netherlands)
- Steutel, F. W.*, Department of Mathematics, Technische Hogeschool Eindhoven, P.O. Box 531, Eindhoven (The Netherlands)
- Stieglitz, M.*, Mathematisches Institut I der Universität Karlsruhe, Englerstraße 2, D-7500 Karlsruhe 1 (Western Germany)
- Strauss, H.*, Institut für Angewandte Mathematik der Universität Erlangen-Nürnberg, Martenstraße 3, D-8520 Erlangen (Western Germany)
- Tippenhauer, U.*, Fachbereich Mathematik der Universität Kaiserslautern, Pfaffenbergstraße 95, D-6750 Kaiserslautern (Western Germany)
- Zeller, K.*, Mathematisches Institut der Universität Tübingen, Auf der Morgenstelle 10, D-7400 Tübingen 1 (Western Germany)