

ISNM

INTERNATIONAL SERIES OF NUMERICAL MATHEMATICS
INTERNATIONALE SCHRIFTENREIHE ZUR NUMERISCHEN MATHEMATIK
SÉRIE INTERNATIONALE D'ANALYSE NUMÉRIQUE

Editors:

*Ch. Blanc, Lausanne; A. Ghizzetti, Roma; P. Henrici, Zürich;
A. Ostrowski, Montagnola; J. Todd, Pasadena*

VOL. 44

Spiele auf Graphen

Bernd Kummer

Humboldt-Universität Berlin

1980

Springer Basel AG

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Kummer, Bernd:

Spiele auf Graphen / Bernd Kummer. — Basel, Boston,

Stuttgart: Birkhäuser, 1980.

(International series of numerical mathematics;

Vol. 44)

ISBN 978-3-0348-5482-5 ISBN 978-3-0348-5481-8 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-0348-5481-8

Nachdruck verboten.

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in fremde Sprachen
und der Reproduktion auf photostatischem Wege oder durch Mikrofilm,
vorbehalten.

© Springer Basel AG 1980

Ursprünglich erschienen bei Birkhäuser Verlag Basel, 1980

Lizenzausgabe für nichtsozialistische Länder:

Vorwort

Die vorliegende Broschüre wendet sich an spieltheoretisch interessierte Leser, die mit den grundlegenden Begriffen der Mengenlehre und mit mathematischen Schlußweisen vertraut sind. Sie hat eine besondere Klasse strategischer Spiele mit vollständiger Information zum Gegenstand, die — spieltheoretisch nicht ganz exakt — häufig als „Spiele auf Graphen“ bezeichnet werden und unter denen die sogenannten Nimmspiele die bekanntesten darstellen.

Mit diesem Büchlein werden zwei Ziele verfolgt. Erstens und hauptsächlich sollen verschiedene Lösungsbegriffe, und zwar vor allem Gleichgewichtssituationen, für diese Spiele untersucht werden. Zweitens soll der Leser anhand einer speziellen Spielklasse mit einigen Fragestellungen der Spieltheorie vertraut gemacht werden. Abgesehen von der Lösung mehrerer konkreter Spiele werden die Ergebnisse theoretischer Art sein und sich von klassischen Aussagen zum selben Gegenstand vorwiegend darin unterscheiden, daß in den Spielen Partien unendlicher Länge auftreten dürfen und Eigenschaften der verschiedenen Lösungen — über die Frage nach der Existenz hinaus — im Mittelpunkt stehen.

An mehreren entscheidenden Stellen wird an Überlegungen von C. BERGE [1] angeknüpft, und einige neue Aspekte werden hinzugefügt. Die hier dargelegten Resultate stammen teils aus meiner Dissertation A [1] — bei dieser Gelegenheit möchte ich Herrn Prof. Dr. N. N. VOROB'EV und Herrn Dr. K. LOMMATZSCH für die dabei geleistete Betreuung meinen herzlichen Dank aussprechen —, teils aus späteren Untersuchungen, für die auch die Arbeit von J. SKOLE [1] interessante Impulse gab.

Ich danke weiterhin Frau A. BEHRENDT für das Schreiben des Manuskripts, Frau Dipl.-Math. G. REIHER für die stets wohlwollende Unterstützung seitens des Verlages und ferner der Druckerei für den sorgfältigen Satz.

Schließlich möchte ich betonen, daß mir kritische Bemerkungen zu diesem Büchlein jederzeit willkommen sind.

Inhalt

Einleitung	9
1. Terminalsiele; Begriffe und Symbole	15
1.1. Definition eines Terminalsiels	16
1.2. Beispiele	17
1.3. Strategie, Situation, Gewinnfunktionen	18
1.4. Lösungsbegriffe	20
1.5. Spezielle Klassen von Terminalsielen und Graphen	21
1.6. Lokale Endlichkeit und Ordnung eines Graphen	22
1.7. Aufgaben	23
2. Nimmsiele	25
2.1. Globale Gleichgewichtssituationen und Gewinn-Verlust-Zerlegung	26
2.2. Die Grundy-Funktion und Summen der Ordnung p	30
2.2.1. Motivierung und Ergebnisse im endlichen Fall	30
2.2.2. Der transfinite Fall	34
2.2.3. Grenzen der Grundy-Funktion	37
2.3. Die Spielfunktion und das Produkt von Nimmsielen	41
2.3.1. Definition der Spielfunktion	41
2.3.2. Spielfunktion und optimale Strategien eines Nimmsiels	43
2.3.3. Das Produkt von Nimmsielen	46
2.4. Aufgaben	47
3. Antagonistische Terminalsiele	49
3.1. Wertfunktionen und Lösungen	50
3.2. Existenz und Eigenschaften von Lösungen	58
3.3. Aufgaben	64
4. Terminalsiele	66
4.1. Lösungsfunktionen und Gleichgewichtssituationen	67
4.2. Besonderheiten von Gleichgewichtssituationen	72
4.2.1. Spiele ohne Lösungsfunktionen	72
4.2.2. Fehlende Gleichwertigkeit und Rechteckigkeit von Gleichgewichtssituationen	76

4.3.	Bemerkungen zur Existenz von Gleichgewichtssituationen	79
4.3.1.	Offene Fragen	79
4.3.2.	Zwei Ergebnisse.	80
4.4.	Aufgaben	83

Anhang. Algebraische Grundlagen

A.1.	Wohlordnungen	85
A.2.	Ordinalzahlen und ihre Summe	87
A.3.	Zur Anwendung des Induktionsprinzips	88

Literatur	90
------------------	-----------	-----------

Verzeichnis der Beispiele	93
----------------------------------	-----------	-----------

Sachverzeichnis	94
------------------------	-----------	-----------