

LITERATUR

- (1) G. ANGER *Funktionalanalytische Betrachtungen bei Differentialgleichungen unter Verwendung von Methoden der Potentialtheorie, I.*
Deutsche Akad.d.Wiss., Berlin (1965). (Manuskript.)
- (2) H. BAUER *Šilovscher Rand und Dirichletsches Problem.*
Ann.Inst.Fourier 11 (1961), 89-136.
- (3) - *Axiomatische Behandlung des Dirichletschen Problems für elliptische und parabolische Differentialgleichungen.* Math.Annalen 146 (1962), 1-59.
- (4) - *Weiterführung einer axiomatischen Potentialtheorie ohne Kern (Existenz von Potentialen).*
Z.Wahrscheinlichkeitstheorie 1(1963), 197-229.
- (5) - *Propriétés fines des fonctions hyperharmoniques dans une théorie axiomatique du potentiel.*
Ann.Inst.Fourier 15/1 (1965), 189-206.
- (6) - *Zum Cauchyschen und Dirichletschen Problem bei elliptischen und parabolischen Differentialgleichungen.* Math.Annalen 164 (1966), 142-153.
- (7) N. BOBOC, C. CONSTANTINESCU and A. CORNEA
Axiomatic theory of harmonic functions. - Non-negative superharmonic functions. Ann.Inst.Fourier 15/1 (1965), 283-312.
- (8) - *Axiomatic theory of harmonic functions. - Balayage.* Ann.Inst.Fourier 15/2 (1965), 37-70.
- (9) - *Semigroups of transitions on harmonic spaces.*
Erscheint demnächst.
- (10) N. BOBOC et A. CORNEA
Cônes des fonctions continues sur un espace compact. C.r.Acad.Sci.Paris 261(1965), 2564-2567.
- (11) N. BOURBAKI *Intégration, Chap.I-IV (2^e édition).* Act.Sci. et Ind. 1175 (1965), Paris.
- (12) M. BRELOT *Sur la mesure harmonique et le problème de Dirichlet.* Bull.Sci.Math. 69 (1945), 153-156.
- (13) - *Minorantes sousharmoniques, extrémales et capacités.* Journal de Math. 24 (1945), 1-32.
- (14) - *La théorie moderne du potentiel.* Ann.Inst.Fourier 4 (1954), 113-140.
- (15) - *Lectures on potential theory.* Tata Inst. of Fund.Research, Bombay (1960).

- [16] M.BRELOT *Étude comparée de quelques axiomatiques des fonctions harmoniques et surharmoniques.*
Séminaire de Théorie du Potentiel, 6^e année,
fasc.1, no.16, 14p (1962).
- [17] - *Éléments de la théorie classique du potentiel*
(3^e édition). Les cours de Sorbonne, Paris (1965)
- [18] M.BRELOT et G.CHOQUET
Espaces et lignes de Green. Ann.Inst.Fourier 3
(1952), 199-263.
- [19] J.L.DOOB *A probability approach to the heat equation.*
Trans.Amer.Math.Soc.80(1955), 216-280.
- [20] - *Probability methods applied to the first*
boundary value problem. Proc.3rd Berkeley
Symp.on Math.Stat.and Prob.1954-1955(1956),
49-80.
- [21] R.M.HERVÉ *Recherches axiomatiques sur la théorie des*
fonctions surharmoniques et du potentiel.
Ann.Inst.Fourier 12 (1962), 415-571.
- [22] - *Un principe du maximum pour les sous-solutions*
locales d'une équation uniformément elliptique
de la forme
$$Lu = - \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\sum_j a_{ij} \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) = 0.$$

Ann.Inst.Fourier 14/2 (1964), 493-507.
- [23] L.HÖRMANDER
Linear partial differential operators, Berlin-
Göttingen-Heidelberg-New York (1963).
- [24] E.KAMKE *Über die erste Randwertaufgabe bei der Laplace-*
und der Wärmeleitungs-Differentialgleichung.
Jahresber.deutsche Math.Ver.62(1959), 1-33.
- [25] P.A.MEYER *Brelots axiomatic theory of the Dirichlet*
problem and Hunt's theory. Ann.Inst.Fourier
13/2 (1963), 357-372.
- [26] I.PETROWSKY
Zur ersten Randwertaufgabe der Wärmeleitung.
Math.Ann.101 (1929), 394-398.
- [27] A.PIETSCH *Nukleare lokalkonvexe Räume.* Berlin (1965).
- [28] W.I.SMIRNOW
Lehrgang der höheren Mathematik, IV. Berlin (1958).
- [29] G.TAUTZ *Zur Theorie der ersten Randwertaufgabe.* Math.
Nachr.2 (1949), 279-303.
- [30] - *Zum Umkehrungsproblem bei elliptischen*
Differentialgleichungen I, II. Archiv d.Math.3
(1952), 232-238, 239-250, 361-365.
- M.BRELOT *Axiomatique des fonctions harmoniques.*
Les presses de l'Université de Montreal
(1966).

Sachverzeichnis

	Seite
Absorptionsmenge	30
Approximationssatz	75
Balayage-Theorie	88
Barriere	136
Barriere, universelle	136
Basisaxiom	11
Bouligandsche Funktion	136
Brelotscher Raum	71
Brelotsches Konvergenzaxiom	40
Cauchysches Problem	146
Dirichletsches Problem	10
dünn	88, 107
elliptisch	37
elliptischer Differentialoperator	85
extremale Strahlen	164
extrem-regulär	142
Fegen	88
fein	91, 92
Fortsetzungssatz	159
Fréchet-Raum	149
Garbendatum numerischer Funktionen	3
gefegte Funktion	50
gefegtes Maß	115
gesättigt	53
Greenscher Raum	86

	Seite
Haarsches Maß	19
harmonische Funktion	9
h_0 -harmonische Funktion	23
harmonischer Raum	11
harmonischer Teil	57
harmonisches Maß	12, 120
harmonisches Maß bzgl. eines Punktes	77
Harnackscher Konvergenzsatz	19
Harnacksche Ungleichung	34, 40
hyperbolische Riemannsche Fläche	86
hyperharmonisch	10
hypoharmonisch	11
Integrierbarkeit	6
Kapazität (starke Choquetsche, äußere)	100
Konvergenzaxiom	11
Konvergenzsatz	110
Kürzungsregel	152
Laplacesche Differentialgleichung	9
Laplacescher Operator	9
lokal-dünn	160
lokal-polar	161
lokal-semipolar	161
Lösung, verallgemeinerte	122
Minimum-Prinzip	7
Montelscher Raum	150
nahezu gleich	48
nahezu hyperharmonisch	45
nahezu überall	48
Newtonscher Kern	29
nuklearer Raum	148

	Seite
Oberfunktion	123
Oberintegral	5
parabolische Differentialgleichung	84
Poissonsche Integralformel	19
Poissonscher Kern	19
polar	79
polar, von innen her	101
Potential	55
Potentialteil	57
punktetrennend	4
Radonsches Maß	5
Randminimum-Prinzip	25, 143
Reduzierte	50
reflexiv	150
reguläre Menge	10
regulärer Randpunkt	128
Regularisierte	8
resolutiv	124
Resolutivitätssatz	127
Rieszscher Zerlegungssatz	57
semipolar	108
spezifisch, spezifische Ordnung	152
spezifische Restriktion	157
Standard-Beispiele	9
strenges Potential	72
streng harmonischer Raum	61
streng superharmonisch	72
strikt positiv	4
subharmonisch	52
superharmonisch	52

	Seite
total-dünn	108
Träger einer superharmonischen Funktion	163
Träger eines Maßes	5
Trennungsaxiom	11
U - Majorante	153
Unterfunktion	123
Unterintegral	6
verallgemeinerte Lösung	122
vernachlässigbar	48
verschränkt punktettrennend	4
\mathcal{H} - hyperharmonisch	22
\mathcal{H} - nahezu hyperharmonisch	45
Wahrscheinlichkeitsmaß	7
Wärmeleitungsgleichung	9
Zerlegungssatz	155

Verzeichnis der verwendeten Symbole

	Seite
$\overline{A} , A^{\circ} , A^{\star}$	3
$A_{\mathfrak{C}}$	32
A_u	33
$\psi(E)$	3
$\psi_o(E)$	75
Δ	9
Δ_r^a	20
\hat{f}	8
\mathfrak{S}_U	3
$h_o \mathfrak{S}_U$	4
\mathfrak{X}_U	9
$\mathfrak{X}_U , + \mathfrak{X}_U^{\star}$	11
H_f^V	10
$\overline{H}_f = \overline{H}_f^U , \underline{H}_f = \underline{H}_f^U$	123
$H_f = H_f^U$	124
$\mathfrak{K}(X)$	75
$K_r(x_o)$	19
k_1, k_2, K_1, K_2	29
$\mathcal{M}_+(X)$	5
μ_x^V	12
μ^E	113

	Seite
σ_f	91
$\mathcal{P} = \mathcal{P}_X$	59
\mathcal{P}^A	72
\mathcal{P}^c	75
$P(x, y)$	19
\overline{R}	3
$R_f = R_f^X$	67
$R_\varphi^E, \hat{R}_\varphi^E$	50
\mathcal{J}_U	50
\int^*	5
\int_*	6
σ	19
T_μ	5
T_s	163
$\mathcal{U} = \mathcal{U}_{(E)}, \mathcal{U}_c = \mathcal{U}_c(E), \mathcal{U}_{(x)}, \mathcal{U}_c(x)$	3
u_V	51
$\mathfrak{b}_f(x)$	92
γ, γ^x	152

Anhang :

=====

Ausblick auf neuere Entwicklungen.

=====

1. Beziehungen zur Theorie der Markoffschen Prozesse. - Dieser hier absichtlich beiseite gelassene Fragenkomplex wird hauptsächlich durch einen Satz von J. L. DOOB [Semi-martingales and subharmonic functions. Trans. Amer. Math. Soc. 77(1954), 86-121] motiviert, wonach die auf dem \mathbb{R}^n , $n \geq 3$, bezüglich der Laplaceschen Differentialgleichung hyperharmonischen Funktionen ≥ 0 mit den exzessiven Funktionen des Brownschen Prozesses übereinstimmen. Für jeden Brelotschen harmonischen Raum X , auf dem die konstanten Funktionen $\in \mathcal{H}_X$ sind, zeigte P. -A. MEYER [Brelot's axiomatic theory of the Dirichlet problem and Hunt's theory. Ann. Inst. Fourier 13/2(1963), 357-372] die Existenz eines Huntschen Prozesses auf X , dessen exzessive Funktionen mit den auf X hyperharmonischen Funktionen ≥ 0 übereinstimmen. Eine leichte Modifikation der Überlegungen von Meyer liefert dasselbe Resultat lokal in einem beliebigen harmonischen Raum; an die Stelle von X tritt dabei genauer eine reguläre Menge eines harmonischen Raumes. Der Übergang vom Lokalen zum Globalen bereitet vor allem wegen des Fehlens beliebig großer regulärer Mengen in allgemeinen streng harmonischen Räumen Schwierigkeiten. In der bei der Revue Roum. Math. Pures Appl. eingereichten Arbeit [9] zeigen nun aber BOBOC, CONSTANTINESCU und CORNEA ein globales Analogon zum Satz von Meyer: Auf jedem streng harmonischen Raum X mit $1 \in \mathcal{H}_X^*$ existiert eine sub-Markoffsche Halbgruppe $(P_t)_{t \geq 0}$ von

Kernen, die so regulär sind, daß (P_t) als Halbgruppe der Übergangsoperatoren eines Hunt'schen Prozesses mit stetigen Pfaden interpretiert werden kann. Die bezüglich (P_t) (und damit bezüglich des Prozesses) exzessiven Funktionen stimmen mit den auf X hyperharmonischen Funktionen ≥ 0 überein.

2. Integraldarstellung superharmonischer Funktionen ≥ 0 . - Für Brelot'sche harmonische Räume X hat R. -M. HERVÉ [21] die Integraldarstellung der Funktionen aus \mathcal{S}_X^+ mittels des Choquet'schen Existenz- und Eindeigkeitssatzes entwickelt. Wesentliche Vereinfachungen hat 1964 G. MOKOBODZKI in unveröffentlichten Vorträgen im Seminar von G. Choquet und im Seminar über Potentialtheorie von M. Brelot, G. Choquet und J. Deny dargestellt. Neuerdings hat Mokobodzki auch Integraldarstellungen der superharmonischen Funktionen ≥ 0 auf einem beliebigen streng harmonischen Raum X gewonnen. Dabei werden die Sätze von G. Choquet über Integraldarstellungen in konvexen Kegeln ohne kompakte Basis (Theorie der Hüte) herangezogen. Vgl. den von G. Mokobodzki beim NATO Advanced Study Institute on Probabilistic Methods in Analysis (Loutraki, Griechenland, 1966) gehaltenen Vortrag. (Erscheint in den Proceedings des Kongresses.)

3. Harnack'sche Ungleichungen. - G. MOKOBODZKI hat neuerdings eine neue Form der Harnack'schen Ungleichung bewiesen. Sei F eine Teilmenge eines harmonischen Raumes X und sei K eine kompakte Teilmenge des Inneren $\overset{\circ}{A}_F$ der kleinsten, F enthaltenden Absorptionsmenge. Dann existieren endlich viele Punkte $x_1, \dots, x_n \in F$ und ein $\alpha \in \mathbb{R}_+$ derart, daß

$$\sup h(K) \leq \alpha \sup(h(x_1), \dots, h(x_n))$$

für alle $h \in {}_+ \mathcal{H}_X$ gilt.

4. Nuklearität der Räume \mathcal{H}_X . - Nach Fertigstellung dieser Vorlesungsausarbeitung erhielt ich Kenntnis von einer demnächst in Bull. Amer. Math. Soc. erscheinenden Note "Nuclearity in axiomatic potential theory" von B. WALSH und P.A. LOEB. Dort wird die Nuklearität von \mathcal{H}_X für Brelotsche harmonische Räume und gewisse Verallgemeinerungen dieser angekündigt.

5. Cauchy-Dirichletsches Problem. - J.KÖHN und M.SIEVEKING bemerkten kürzlich, daß die in [6] konstruierten p-harmonischen Maße unabhängig von der speziellen Wahl des Potentials p sind. Dies folgt sehr einfach bei Beachtung der in [6] gegebenen Definition verallgemeinerter Lösungen H_f für $f \geq 0$ und dann im allgemeinen Fall. Insbesondere wird hierdurch der Bereich der resolutiven stetigen Randfunktionen wesentlich erweitert. (Vgl. hierzu Proceedings des unter 2. genannten Kongresses.) Ferner ergibt sich dann die Interpretation der harmonischen Maße als gefegte Einheitsmassen in völliger Analogie zu dem in IV, § 1 behandelten Spezialfall.

Lecture Notes in Mathematics

Bisher erschienen/Already published

Vol. 1: J. Wermer, Seminar über Funktionen-Algebren, IV, 30 Seiten. 1964. DM 3,80

Vol. 2: A. Borel, Cohomologie des espaces localement compacts d'après J. Leray. IV, 93 pages. 1964. DM 9,-

Vol. 3: J. F. Adams, Stable Homotopy Theory. 2nd. revised edition. IV, 78 pages. 1966. DM 7,80

Vol. 4: M. Arkowitz and C. R. Curjel, Groups of Homotopy Classes. IV, 36 pages. 1964. DM 4,80

Vol. 5: J.-P. Serre, Cohomologie Galoisienne. Troisième édition. VIII, 214 pages. 1965. DM 18,-

Vol. 6: H. Hermes, Eine Termlogik mit Auswahloperator. IV, 42 Seiten. 1965. DM 5,80

Vol. 7: Ph. Tondeur, Introduction to Lie Groups and Transformation Groups. VIII, 176 pages. 1965. DM 13,50

Vol. 8: G. Fichera, Linear Elliptic Differential Systems and Eigenvalue Problems. IV, 176 pages. 1965. DM 13,50

Vol. 9: P. L. Ivănescu, Pseudo-Boolean Programming and Applications. IV, 50 pages. 1965. DM 4,80

Vol. 10: H. Lüneburg, Die Suzukigruppen und ihre Geometrien. VI, 111 Seiten. 1965. DM 8,-

Vol. 11: J.-P. Serre, Algèbre Locale Multiplicités. Rédigé par P. Gabriel. Seconde édition. VIII, 192 pages. 1965. DM 12,-

Vol. 12: A. Dold, Halbexakte Homotopiefunktor. II, 157 Seiten. 1966. DM 12,-

Vol. 13: E. Thomas, Seminar on Fiber Spaces. VI, 45 pages. 1966. DM 4,80

Vol. 14: H. Werner, Vorlesung über Approximationstheorie. IV, 184 Seiten und 10 Seiten Anhang. 1966. DM 14,-

Vol. 15: F. Oort, Commutative Group Schemes. VI, 133 pages. 1966. DM 9,80

Vol. 16: J. Pfanztagl and W. Pierlo, Compact Systems of Sets. IV, 48 pages. 1966. DM 5,80

Vol. 17: C. Müller, Spherical Harmonics. IV, 46 pages. 1966. DM 5,-

Vol. 18: H.-B. Brinkmann, Kategorien und Funktoren. Nach einer Vorlesung von D. Puppe. XII, 107 Seiten. 1966. DM 8,-

Vol. 19: G. Stolzenberg, Volumes, Limits and Extensions of Analytic Varieties. IV, 47 pages. 1966. DM 5,40

Vol. 20: R. Hartshorne, Residues and Duality. VIII, 423 pages. 1966. DM 20,-

Vol. 21: Seminar on Complex Multiplication. By A. Borel, S. Chowla, C. S. Herz, K. Iwasawa, J.-P. Serre. IV, 102 pages. 1966. DM 8,-

Vol. 23: P. L. Ivănescu and S. Rudeanu, Pseudo-Boolean Methods for Bivalent Programming. VI, 113 pages. 1966. DM 10,-