

A Unità di misura

A.1 Sistema Internazionale (S.I.)

S.I.: Grandezze fondamentali

Il S.I. prevede 7 *grandezze fondamentali*. Qui sotto sono riportate le definizioni delle rispettive unità di misura, ciascuna con l'indicazione della Conferenza Generale dei Pesi e Misure (GCPM) che l'ha introdotta.

- **Intervallo di tempo.** Il *secondo* (s) è la durata di 9 192 631 770 periodi della radiazione emessa dall'atomo di Cesio 133 nella transizione tra i due livelli iperfini (F=4, M=0) e (F=3, M=0) dello stato fondamentale $^2S_{1/2}$. (13a GCPM, 1967)
- **Lunghezza.** Il *metro* (m) è la distanza percorsa dalla luce nel vuoto in un intervallo di tempo di 1/299 792 458 di secondo. (17a CGPM, 1983)
- **Massa.** Il *chilogrammo* (kg) è la massa del prototipo internazionale conservato al Pavillon de Breteuil (Sevres, Francia). (3a CGPM, 1901)
- **Intensità di corrente elettrica.** L'*ampere* (A) è la corrente che, se mantenuta in due conduttori paralleli indefinitamente lunghi e di sezione trascurabile posti a distanza di un metro nel vuoto, determina tra questi due conduttori una forza uguale a 2×10^{-7} newton per metro di lunghezza. (9a CGPM, 1948)
- **Temperatura.** Il *kelvin* (K) è la frazione 1/273.16 della temperatura termodinamica del punto triplo dell'acqua. (13a CGPM, 1967)
- **Intensità luminosa.** La *candela* (cd) è l'intensità luminosa, in una data direzione, di una sorgente che emette una radiazione monocromatica di frequenza 540×10^{12} Hz e la cui intensità energetica in tale direzione è $1/683$ W sr⁻¹. (16a GCPM, 1979)
- **Quantità di sostanza.** La *mole* (mol) è la quantità di sostanza che contiene tante entità elementari quanti sono gli atomi in 0.012 Kg di Carbonio 12. Quando si usa la mole, deve essere specificata la natura delle entità elementari, che possono essere atomi, molecole, ioni, elettroni, altre particelle o gruppi specificati di tali particelle. (14a CGPM, 1971)

S.I.: grandezze derivate

Nella Tabella seguente sono riportate le unità di misura delle grandezze derivate dotate di nome e simbolo propri.

Tabella A.1. Unità di misura derivate dotate di nome proprio

<i>Grandezza</i>	<i>Unità</i>	<i>Simbolo</i>	<i>Conversione</i>	<i>Note</i>
Angolo piano	radiante	rad	$1 \text{ rad} = 1 \text{ m m}^{-1}$	
Angolo solido	steradiane	sr	$1 \text{ sr} = 1 \text{ m}^2 \text{ m}^{-2}$	
Frequenza	hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$	
Forza	newton	N	$1 \text{ N} = 1 \text{ m kg s}^{-2}$	
Pressione	pascal	Pa	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N m}^{-2}$	
Lavoro, energia, calore	joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ N m}$	
Potenza	watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J s}^{-1}$	
Carica elettrica	coulomb	C	$1 \text{ C} = 1 \text{ A s}$	
Diff. di potenziale elettrico	volt	V	$1 \text{ V} = 1 \text{ W A}^{-1}$	
Capacità	farad	F	$1 \text{ F} = 1 \text{ C V}^{-1}$	
Resistenza elettrica	ohm	Ω	$1 \Omega = 1 \text{ V A}^{-1}$	
Conduttanza elettrica	siemens	S	$1 \text{ S} = 1 \Omega^{-1}$	
Flusso magnetico	weber	Wb	$1 \text{ Wb} = 1 \text{ V s}$	
Induzione magnetica	tesla	T	$1 \text{ T} = 1 \text{ Wb m}^{-2}$	
Induttanza elettrica	henry	H	$1 \text{ H} = 1 \text{ Wb A}^{-1}$	
Temperatura Celsius	grado Celsius	$^{\circ}\text{C}$	$T(^{\circ}\text{C})=T(\text{K})-273.15$	
Flusso luminoso	lumen	lm	$1 \text{ lm} = 1 \text{ cd sr}$	(1)
Illuminamento	lux	lx	$1 \text{ lx} = 1 \text{ lm m}^{-2}$	(1)
Attività (di radionuclidi)	becquerel	Bq	$1 \text{ Bq} = 1 \text{ s}^{-1}$	(2)
Dose assorbita	gray	Gy	$1 \text{ Gy} = 1 \text{ J kg}^{-1}$	(2)
Dose equivalente	sievert	Sv	$1 \text{ Sv} = 1 \text{ J kg}^{-1}$	(2)

1. *Flusso luminoso* e *illuminamento* sono grandezze derivate usate in *fotometria*. Grandezza e unità fondamentali della fotometria sono rispettivamente l'*intensità luminosa* e la *candela*. Il *flusso luminoso* è il flusso di energia irraggiata nell'unità di tempo, pesato dalla curva media di sensibilità dell'occhio. L'*illuminamento* è il flusso luminoso incidente sull'unità di superficie di un corpo illuminato.
2. *Attività*, *dose assorbita* e *dose equivalente* sono grandezze utilizzate in *dosimetria*. La dosimetria si occupa della misura dell'intensità e degli effetti delle radiazioni ionizzanti. L'*attività* è il numero di decadimenti radioattivi nell'unità di tempo. La *dose assorbita* è l'energia ceduta dalla radiazione ionizzante all'unità di massa di materia attraversata. La *dose equivalente* tiene conto anche dell'efficacia biologica, a parità di dose assorbita, dei differenti tipi di radiazione ionizzante.

Unità non S.I. ammesse all'uso

Nel 1996 il CIPM (Comitato Internazionale dei Pesi e Misure) ha elencato come *ammesse all'uso* alcune alcune unità di misura estranee al S.I., ma largamente utilizzate in campo scientifico, tecnico, commerciale e nella vita comune. Queste unità di misura sono state suddivise in tre categorie.

Tabella A.2. Unità di uso frequente

<i>Grandezza</i>	<i>Unità</i>	<i>Simbolo</i>	<i>Conversione</i>
Volume	litro	l,L	1 L = 10^{-3} m ³
Massa	tonnellata	t	1 t = 10 ³ kg
Tempo	minuto	min	1 min = 60 s
Tempo	ora	h	1 h = 3600 s
Tempo	giorno	d	1 d = 86400 s
Angolo piano	grado	°	1° = ($\pi/180$) rad
Angolo piano	minuto	'	1' = ($\pi/10800$) rad
Angolo piano	secondo	"	1" = ($\pi/648000$) rad
	neper	Np	1 Np = 1
	bell	Bp	1 B = (1/2) ln 10 (Np)

Tabella A.3. Unità il cui valore è ottenuto sperimentalmente

<i>Grandezza</i>	<i>Unità</i>	<i>Simbolo</i>	<i>Conversione approssimata</i>
Lunghezza	unità astronomica	ua	1.496×10^{11} m
Massa	unità di massa atomica	u	1.66×10^{-27} kg
Energia	elettronvolt	eV	1.602×10^{-19} J

Tabella A.4. Unità di ammesse all'uso in settori specifici

<i>Grandezza</i>	<i>Unità</i>	<i>Simbolo</i>	<i>Conversione</i>
Lunghezza	ångström	Å	1 Å = 10^{-10} m
Lunghezza	miglio marino		1852 m
Velocità	nodo		0.514 m/s
Superficie	ara	a	1 a = 10 ² m ²
Superficie	ettaro	ha	1 ha = 10 ⁴ m ²
Superficie	barn	b	1 b = 10 ⁻²⁸ m ²
Pressione	bar	bar	1 bar = 10 ⁵ Pa

S.I.: prefissi moltiplicativi

Il S.I. codifica l'uso dei prefissi moltiplicativi secondo le potenze di 1000. Sono previsti anche i prefissi per multipli e sottomultipli per fattori 10 e 100.

Tabella A.5. Prefissi moltiplicativi

<i>Fattore</i>	<i>Prefisso</i>	<i>Simbolo</i>	<i>Fattore</i>	<i>Prefisso</i>	<i>Simbolo</i>
10^{24}	yotta-	Y-	10^{-24}	yocto-	y-
10^{21}	zetta-	Z-	10^{-21}	zepto-	z-
10^{18}	exa-	E-	10^{-18}	atto-	a-
10^{15}	peta-	P-	10^{-15}	femto-	f-
10^{12}	tera-	T-	10^{-12}	pico-	p-
10^9	giga-	G-	10^{-9}	nano-	n-
10^6	mega-	M-	10^{-6}	micro-	μ -
10^3	chilo-	k-	10^{-3}	milli-	m-
10^2	etto-	h-	10^{-2}	centi-	c-
10	deca-	da-	10^{-1}	deci-	d-

I prefissi moltiplicativi precedono il nome dell'unità di misura, fondamentale o derivata. Ad esempio, $1 \text{ km} = 10^3 \text{ m}$; $1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$.

Come deroga alla regola generale, i multipli e sottomultipli dell'unità di massa (chilogrammo, kg) si formano aggiungendo i prefissi moltiplicativi alla parola *grammo* e i relativi simboli al simbolo *g*. Ad esempio, $1 \text{ mg} = 10^{-3} \text{ g} = 10^{-6} \text{ kg}$.

S.I.: regole di scrittura

1. I nomi delle unità di misura vanno sempre scritti in carattere minuscolo, privi di accenti o altri segni grafici (es.: ampere, non Ampère).
2. I nomi delle unità non hanno plurale (3 ampere, non 3 amperes).
3. I simboli delle unità di misura vanno scritti con l'iniziale minuscola, tranne quelli derivanti da nomi propri (es.: mol per la mole, K per il kelvin).
4. I simboli non devono essere seguiti dal punto (salvo che si trovino a fine periodo).
5. I simboli devono sempre seguire i valori numerici (1 kg, non kg 1).
6. Il prodotto di due o più unità va indicato con un punto a metà altezza o con un piccolo spazio tra i simboli (es.: N·m opp. N m).
7. Il quoziente tra due unità va indicato con una barra obliqua o con esponenti negativi (es.: J/s opp. J s⁻¹).

A.2 Unità di misura non ammesse dal S.I.

Nelle tabelle seguenti sono elencate alcune unità di misura spesso usate nella pratica, anche se non più ammesse legalmente.

<i>Grandezza</i>	<i>Unità</i>	<i>Simbolo</i>	<i>Conversione</i>
Superfici agrarie	ara	a	10^2 m^2
Densità lineare (fibre tessili)	tex	tex	$10^{-6} \text{ kg m}^{-1}$
Vergenza ottica	diottria	m^{-1}	
Massa (pietre preziose)	carato metrico		$2 \times 10^{-4} \text{ kg}$
Volume	stero	st	1 m^3
Forza	kilogrammo-forza	kgf	9.80665 N
Pressione	torr	torr	133.322 Pa
	atmosfera	atm	101325 Pa
Pressione (del sangue)	millimetro di mercurio	mm Hg	133.322 Pa
Energia	caloria internaz.	cal	4.1855 J
	frigoria	fg	-4.1868 J
Potenza	cavallo vapore	CV	735.499 W
Luminanza	stilb	sb	10^4 nt
Viscosità cinematica	stokes	St	$10^{-4} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
Viscosità dinamica	poise	P	10^{-1} Pa s
Attività	curie	Ci	$3.7 \times 10^{10} \text{ Bq}$
Dose assorbita	rad	rd	10^{-2} Gy
Dose equivalente	rem	rem	10^{-2} Sv
Esposizione	roentgen	R	$2.58 \times 10^{-4} \text{ C kg}^{-1}$

A.3 Sistemi anglosassoni

Nella tabella sono elencate alcune tra le più comuni unità di misura anglosassoni. Alcune unità, pur avendo nome uguale, hanno valore diverso in Gran Bretagna (UK) e negli Stati Uniti d'America (USA).

<i>Grandezza</i>	<i>Unità</i>	<i>Simbolo</i>	<i>Conversione</i>
Lunghezza	inch (<i>pollice</i>)	in	25.4 mm
	foot (<i>piede</i>)	ft	304.8 mm
	yard (<i>iarda</i>)	yd	0.9144 m
	statute mile (<i>miglio</i>)	mi	1609.344 m
	nautical mile (<i>miglio marino</i>)	naut mi	1853.184 m
Volume	cubic inch (<i>pollice cubo</i>)	in ³	16.387 cm ³
	fluid ounce UK (<i>oncia fluida</i>)	fl oz UK	28.413 cm ³
	fluid ounce USA (<i>oncia fluida</i>)	fl oz USA	29.574 cm ³
	pint UK (<i>pinta</i>)	pt	568.261 cm ³
	liquid pint USA (<i>pinta</i>)	liq pt	473.176 cm ³
	gallon UK (<i>gallone</i>)	gal UK	4.5461 dm ³
	gallon USA (<i>gallone</i>)	gal USA	3.7854 dm ³
Massa	oil barrel (<i>barile</i>)		158.987 dm ³
	ounce (<i>oncia</i>)	oz	28.349 g
	pound (<i>libbra</i>)	lb	0.4536 kg
Forza	pound-force	lbf	4.448 N
Pressione	pound-force/square-inch	psi	6894.76 Pa
Energia	pound-force foot	lbf ft	1.3557 J
	British thermal unit	Btu	1054.5 J
	therm	therm	105.506 MJ
Potenza	horse power	hp	745.7 W
Temperatura	degree Fahrenheit	°F	(5/9) K

A.4 Unità non S.I. di uso corrente in Fisica

Nella tabella seguente sono elencate per comodità alcune unità non S.I. utilizzate frequentemente in Fisica e Astronomia.

<i>Unità</i>	<i>Simbolo</i>	<i>Grandezza</i>	<i>Conversione</i>	<i>Note</i>
angström	Å	lunghezza (fis. atom.)	10^{-10} m	
fermi	fm	lunghezza (fis. nucl.)	10^{-15} m	
unità astronomica	ua	lunghezza (astron.)	1.496×10^{11} m	
anno luce	a.l.	lunghezza (astron.)	9.46×10^{15} m	(1)
parsec	pc	lunghezza (astron.)	3.08×10^{16} m	(2)
barn	b	sezione d'urto	10^{-28} m ²	
centimetri inversi	cm ⁻¹	numero d'onda	100 m ⁻¹	(3)
unità di massa atom.	u	massa	1.66×10^{-27} Kg	
hartree	Hartree	energia	27.2 eV	(4)
			4.36×10^{-18} J	
rydberg	Ry	energia	13.6 eV	(4)
			2.18×10^{-18} J	
millimetri di mercurio	mm Hg	pressione	133.322 Pa	
röntgen	R	esposizione	2.58×10^{-4} C kg ⁻¹	

1. L'*anno luce* è la distanza percorsa nel vuoto dalla radiazione elettromagnetica in un anno tropico (cioè nell'intervallo di tempo tra due passaggi consecutivi, nella stessa direzione, del Sole attraverso il piano equatoriale terrestre).
2. Il *parsec* (parallasse secondo), è la distanza alla quale la distanza di 1 unità astronomica sottende un angolo di 1'' ($1'' = 4.84814 \times 10^{-6}$ rad).
3. Il *numero d'onda* è l'inverso della lunghezza d'onda λ . Il numero d'onda è legato alla frequenza ν dalla relazione $\nu = v(1/\lambda)$, dove v è la velocità di propagazione dell'onda.
4. L'*hartree* e il *rydberg* sono unità di misura *naturali* dell'energia, definite con riferimento allo stato fondamentale dell'atomo di idrogeno. 1 Hartree corrisponde al valore assoluto dell'energia potenziale dell'elettrone nello stato fondamentale, cioè, in unità S.I., $U_0 = -(1/4\pi\epsilon_0)(e^2/a_0)$ dove a_0 è il raggio della prima orbita del modello di Bohr. 1 Ry = 0.5 Hartree corrisponde all'energia di ionizzazione dell'atomo di idrogeno.

A.5 Sistema c.g.s. di Gauss

<i>Grandezza</i>	<i>Unità</i>	<i>Simbolo</i>	<i>Conversione</i>
Forza	dina	dyn	$1 \text{ dyn} = 10^{-5} \text{ N}$
Lavoro, energia	erg	erg	$1 \text{ erg} = 10^{-7} \text{ J}$
Carica elettrica	statcoulomb	statC	$1 \text{ statC} = 3.3 \times 10^{-10} \text{ C}$
Corrente elettrica	statampere	statA	$1 \text{ statA} = 3.3 \times 10^{-10} \text{ A}$
Potenziale elettrico	statvolt	statV	$1 \text{ statV} = 300 \text{ V}$
Induzione magnetica	gauss	G	$1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$
Campo magnetico	oersted	Oe	$1 \text{ Oe} = (1/4\pi) \times 10^3 \text{ A m}^{-1}$

Soluzioni

Problemi del Capitolo 2

2.1 $F_A = F_B = mg/2\sqrt{3}$ (trazione); $F_C = \sqrt{3}mg/2$ (compressione).

2.3 a) $F = P \sin \alpha / (1 + \sin \alpha)$; b) $N = P \cos \alpha / (1 + \sin \alpha)$.

2.4 a) $T = \ell P / (d + r) = 62.5$ N; b) $R = rP / (d + r) = 62.5$ N.

2.5 a) $\phi = 0$; $\phi = \arccos[k\ell/2(kr - mg)]$; b) $k \geq 2mg/(2r - \ell)$.

2.6 $\operatorname{tg}\theta \leq \mu(1 + 2c/a + \mu h/a)$, ($\theta \leq 51.2^\circ$).

2.7 a) $\phi_1 + \phi_2 = \ell/r$; $\sin \phi_2 / \sin \phi_1 = m_1/m_2$; b) $N_1 = m_1g \cos \phi_1$; $N_2 = m_2g \cos \phi_2$.

2.8 $BC = \ell \cos \alpha$; $R = (P/2)\operatorname{tg}\alpha$; $T = \sqrt{P^2 + R^2}$.

2.9 a) $T = P(1 - r/R)/2 = 50$ N; b) $T = (P - p)(1 - r/R)/2 = 49$ N.

2.10 a) $T = P\ell/8f$; b) $R_A = R_B = \sqrt{(P\ell/8f)^2 + P^2/4}$.

2.11 $\operatorname{tg}\beta = 1/(2\operatorname{tg}\alpha + 1/\mu)$.

Problemi del Capitolo 3

3.1 a) $t = 2d/(v_0 + v_1)$; b) $|a| = (v_0^2 - v_1^2)/2d$.

3.2 a) $v = (1/v_0 + bt)^{-1}$; b) $x = (1/b) \ln(v_0bt + 1)$; c) $v = v_0 \exp(-bx)$.

3.3 $\theta = \pi/2$.

3.4 a) $h = R + (gR^2/2v_0^2) + (v_0^2/2g)$; b) $\theta_M = \arcsin(gR/v_0^2)$.

3.5 a) $\ell = 2v_0^2 \sin(\theta + \alpha) \cos \theta / (g \cos^2 \alpha)$; b) $\theta_M = \pi/4 - \alpha/2$; c) $\ell_M = v_0^2 (1 + \sin \alpha) / (g \cos \alpha)$.

3.6 a) $r = a e^\phi$ (spirale logaritmica); b) $v_r = v_\phi = rb$, $v = \sqrt{2} rb$; c) $a_r = 0$; $a_\phi = 2rb^2$; d) $\rho = v^2/a_N = \sqrt{2} r$ (si ricordi che $d\mathbf{u}_r/dt = (d\phi/dt) \mathbf{u}_\phi$; $d\mathbf{u}_\phi/dt = -(d\phi/dt) \mathbf{u}_r$).

3.7 a) $v = \omega x_0 \cos \phi = \pi\sqrt{2} \text{ m s}^{-1}$, $a = -\omega^2 x_0 \sin \phi = \pi^2 2\sqrt{2} \text{ m s}^{-2}$; b) $t_2 - t_1 = 4\pi/3\omega = (2/3) \text{ s}$.

3.8 a) $v_x = -A\omega \sin \omega t$, $v_y = A\omega \cos \omega t$, $v_z = B$, $v = \sqrt{A^2\omega^2 + B^2}$; b) $d = 2\pi B/\omega$; c) $s = 2\pi\sqrt{A^2 + B^2/\omega^2}$; d) $a_x = -A\omega^2 \cos \omega t$, $a_y = -A\omega^2 \sin \omega t$, $a_z = 0$, $a = A\omega^2$; e) $\rho = (A\omega^2 + B^2)/A\omega^2 = A + B^2/A\omega^2$.

3.9 $\theta = \arcsin[v_1/(v_0 + u)]$; direzione NE.

3.10 a) $x' = -v_0 t$; $y' = -gt^2/2 + v_1 t$; b) $a' = a = g$; c) $y' = -gx'^2/2v_0 - v_1 x'/v_0$.

3.11 $t = 50$ minuti.

3.12 a) $a' = (c+1)g$; $t = \sqrt{2d/(c+1)g}$; b) $a' = (c-1)g$; $t = \sqrt{2d/(c-1)g}$; c) $a' = g$; $t = \sqrt{2d/g}$.

3.13 a) $a_{A,t} = 0.2 \text{ m s}^{-2}$; b) $a_{A,n} = 4 \times 10^{-5} t^2$; c) $t = 643 \text{ s}$; d) $t = 628 \text{ s}$; e) $a'_B = v_B^2/R = 0.1 \text{ m s}^{-2}$.

Problemi del Capitolo 4

4.1 a) in B: $a_N = 0$, $a_T = g \sin \theta_0 = 8.48 \text{ m s}^{-2}$; in C: $a_N = v^2/R = 8.36 \text{ m s}^{-2}$, $a_T = 0$; b) $k = 57.7 \text{ N m}^{-1}$.

4.2 $T_1 = m_1 d_1 \omega^2 + m_2 (d_1 + d_2) \omega^2$; $T_2 = m_2 (d_1 + d_2) \omega^2$.

4.3 a) $T = m\omega^2 r_0$; b) $v_r = \sqrt{\omega^2 (d^2 - r_0^2)}$; $v_\theta = \omega d$; c) $t = (1/\omega) \ln[(d + \sqrt{d^2 - r_0^2})/r_0]$.

4.4 a) $a_1 = (m_1 - m_2/2)g/(m_1 + m_2/4)$; b) $v_1 = \sqrt{2gx(m_1 - m_2/2)/(m_1 + m_2/4)}$.

4.5 a) $t = \sqrt{d(m_1 + m_2)/g(m_1 - m_2)}$; b) $T = 2m_1 m_2 g/(m_1 + m_2)$.

4.6 $\cos \phi = (m + M)g/m\omega^2 d$; $\phi = 53.13^\circ$.

4.7 $v_B = \sqrt{2(F - mg)d/m}$; $h = (F - mg)d/mg$.

4.8 $\Delta E_k = -mgR (2 \sin \theta + \mu \pi \cos \theta) = -33 \text{ J}$.

4.9 $v = \sqrt{2g\Delta h}$, con $\Delta h = r(1 - \cos \theta) + (d - r\theta) \sin \theta$.

4.10 b) $F = -12x + 9x^2$; c) $E_T = 3.56 \text{ J}$; d) $t - t_0 = \int_{x_0}^x \sqrt{m/2[E_T - E_p(x)]} dx$.

4.11 a) $\Delta x_1 = \sqrt{2mgR/k} = 0.816 \times 10^{-2} \text{ m}$; b) $\Delta x_2 = \sqrt{2mgR/k + FR/k} = 10^{-2} \text{ m}$; c) $\Delta x_3 = \sqrt{2mg(R + \mu d)/k} = 10^{-2} \text{ m}$.

4.12 a) $T = M(v_0^2/2h + g)$; b) $T = Mg$; c) $R = m(g - v_0/\Delta t_0)$.

4.13 a) $a_t = (m_1 + m_2)F/4m_1 m_2$; b) $a'_1 = -a'_2 = (m_2 - m_1)F/4m_1 m_2$; c) $T = F/2$.

4.14 a) $P = 648 \text{ N}$; b) $P = 588 \text{ N}$; c) $P = 528 \text{ N}$; d) $P = 528 \text{ N}$; e) $P = 588 \text{ N}$; f) $P = 648 \text{ N}$; g) $a = 1.8 \text{ m s}^{-2}$; h) NO (l'ascensore sale decelerando oppure scende accelerando).

4.15 a) $M = m_1 + m_2$; b) $M' = 4m_1m_2/(m_1 + m_2)$; c) $M > M'$.

4.16 a) $t_1 = \mu_2(m_1 + m_2)g/k = 94.08 \text{ s}$; b) $a_s = k(t - t_1)/(m_1 + m_2)$; ($t > t_1$); c) $a'_s = \mu_1g = 78.4 \text{ m s}^{-2}$; d) $t_2 = (m_1 + m_2)\mu_1g/k + t_1 = 108.16 \text{ s}$; e) $a_b = \mu_1g = 78.4 \text{ m s}^{-2}$; f) $a_p = [k(t - t_1) - m_1\mu_1g]/m_2$.

Problemi del Capitolo 5

5.1 a) Sull'asta, a distanza $d = mL/(m + M) = 0.05 \text{ m}$ dall'asse O; b) $x_{CM}(t) = x_0 = \text{cost}$; $y_{CM}(t) = -d \cos(\omega t)$ con $\omega = 2\pi\nu = 4\pi \text{ rad s}^{-1}$; c) $x(t) = (L - d) \sin(\omega t)$; $X(t) = d \sin(\omega t + \pi)$; d) $\mu \geq Md\omega^2/(M + m)g = 0.73$.

5.2 a) Carrello: $V = 0.15 \text{ m s}^{-1}$, corpo: $v = -1.51 \text{ m s}^{-1}$; b) $t = d/(V - v) = 1.2 \text{ s}$; c) $s = (V - v)\sqrt{2h/g} = 0.53 \text{ m}$.

5.3 a) $x_{cm}(t) = \text{cost.}$; $y_{cm}(t) = v_{cm,0}t - gt^2/2 = 2t - 5t^2$; ($v_{cm,0} = 2v_{2,0}/3$). b) rotaz.: $\omega = (v_{2,0} - v_{cm,0})/d_2 = 1 \text{ rad s}^{-1}$; c) $T = m_2d_2\omega^2 = 2 \text{ N}$.

5.4 a) $\cos \alpha \leq 1 - 5(m_1 + m_2)^2/8m_2^2$; $\alpha \geq 75^\circ 54'$; b) $T_A - T_B = 6m_1g = 58.8 \times 10^{-3} \text{ N}$.

5.5 a) $v = \sqrt{gd}$; b) $T = 2mg$; c) $V = 2\sqrt{gd}/3$; d) $\cos \theta = 17/18$.

5.6 a) $\Delta x = 0.054 \text{ m}$; b) $h = 0.89 \text{ m}$.

5.7 $d = (a - b)/4$.

5.8 a) $m_2/m_1 = 3$; b) $v_{CM} = v_1/4$; c) $E_{1,CM} = 9m_1v_1^2/32$; $E_{2,CM} = m_2v_2^2/32$; d) $E'_1 = m_1v_1^2/8$.

5.9 a) $v_{cm} = mv_0/(m + M)$; b) $v_{A,cm} = Mv_0/(m + M)$; $v_{B,cm} = -mv_0/(m + M)$; $P_{A,cm} = mMv_0/(m + M)$; $P_{B,cm} = -P_{A,cm}$; c) $v'_{A,cm} = -v_{A,cm}$; $v'_{B,cm} = -v_{B,cm}$; $v'_A = (m - M)v_0/(m + M)$; $v'_B = 2mv_0/(m + M)$. d) $E'_{A,cm} = m \left(\frac{M}{m + M} \right)^2 v_0^2/2$; $E'_{B,cm} = M \left(\frac{M}{m + M} \right)^2 v_0^2/2$; $E'_A = m \left(\frac{m - M}{m + M} \right)^2 v_0^2/2$; $E'_B = M \left(\frac{2m}{m + M} \right)^2 v_0^2/2$.

5.10 a) $v'_B = v_0\sqrt{(5 - \sqrt{2})/16}$; $\theta = \arctan[1/(2\sqrt{2} - 1)]$; b) no, l'urto è anelastico.

5.11 a) Si quadrino e sommino le equazioni scalari della conservazione della quantità di moto e si confronti con l'equazione della conservazione dell'energia; b) $v'_B = v_A m_A \sqrt{2 - 2 \cos \phi} / (m_A + m_B)$; c) $\text{tg} \theta = \frac{\sin \phi}{\cos \phi + m_A/m_B}$.

5.12 a) $v_1 = 3v_0/4$; $v_2 = v_0/4$. b) $\Delta E_k = -mv_0^2/8$.

$$5.13 \quad v_0 = [(m + M)/m] \sqrt{[kx^2/(m + M)] + 2g\mu x}.$$

Problemi del Capitolo 6

$$6.1 \quad \text{a) } I = [(m_B - m_A)g - 2h(m_B/t_B^2 - m_A/t_A^2)]/[2h(1/t_B^2 - 1/t_A^2)]; \text{ b) } \tau = [2h(m_A - m_B) + (m_B t_B^2 - m_A t_A^2)g] [R/(t_A^2 - t_B^2)]$$

$$6.2 \quad \alpha_A = \tau[r_B I_A/r_A + r_A r_B I_C/r_C^2 + r_A I_B/r_B]^{-1}.$$

$$6.3 \quad \text{a) } a = (R\tau - \mu MR^2 g)/(I + MR^2); \text{ b) } W = 20\pi\tau; \text{ c) } P(t) = \tau at/R$$

$$6.4 \quad t = (MhR\omega_0)/(2\mu Fd)$$

$$6.5 \quad \text{a) } W=245 \text{ J}; \text{ b) } J=72.5 \text{ N s}; \text{ c) } F_m = 72500 \text{ N}; \text{ d) } N_i = 1725N, N_f = 1112.5N$$

$$6.6 \quad \text{a) } \omega = \sqrt{3g/d}; \text{ b) } v = 2\omega Md/(M + 3m); \text{ c) } M/m = 3.$$

$$6.7 \quad \text{a) } \omega = 6mv/d(3m + 4M); \text{ b) } \Delta E = -2mMv^2/(3m + 4M)$$

$$6.8 \quad \text{a) } a_1 = (3M - m)g/(3M + m); \text{ b) } a_2 = (M + m)g/(3M + m); \text{ c) } T = 2mMg/(3M + m)$$

$$6.9 \quad \text{a) } a = 2g/5 = 3.92 \text{ m s}^{-2}; \text{ b) } E_1 = 12.25 \text{ J}, E_2 = 85.75 \text{ J}; \text{ c) } v = 30.5 \text{ m s}^{-1}, \omega = 35 \text{ rad s}^{-1}.$$

$$6.10 \quad x = d/6$$

$$6.11 \quad v = (L - y)\sqrt{6g(L + y)/(4L^2 - 3y^2)}$$

$$6.12 \quad \text{a) } v_{CM} = 10 \text{ m s}^{-1}, \omega = 25 \text{ rad s}^{-1}; \text{ b) } \Delta E = -227.3 \text{ J}$$

$$6.13 \quad h = [\pi^2 g(d + L)^2]/[8v_0^2] + d + L$$

$$6.14 \quad \text{a) } \omega = \sqrt{16g/3R} = 7.23 \text{ rad s}^{-1}; \text{ b) } h = 5R/12 = 0.417 \text{ m}$$

$$6.15 \quad \alpha = [2F(1 - \mu)]/3MR$$

$$6.16 \quad \text{a) } a = (4g/7) \sin \theta; \text{ b) } T = (Mg/7) \sin \theta$$

$$6.17 \quad \text{a) } t = \omega_0 r(1 - \mu \tan \theta)/2\mu g, \tan \theta = R/\sqrt{L^2 - R^2}; \text{ b) } t = \omega_0 r(\mu + \tan \theta)/2\mu g; \text{ c) } t = \omega_0 r(\cot \theta - \mu)/2\mu g.$$

Problemi del Capitolo 7

$$7.1 \quad \text{a) } I_a = mR^2/2 + m(d + R)^2 = 0.38 \text{ kg m}^2; T_a = 2\pi\sqrt{I_a/Mg(d + R)} = 1.596 \text{ s. b) } I_b = mR^2/4 + m(d + R)^2 = 0.37 \text{ kg m}^2; T_b = 2\pi\sqrt{I_b/Mg(d + R)} = 1.575 \text{ s.}$$

7.2 a) $E_p = mg\ell(1 - \cos\theta) = mg\ell(\theta^2/2! - \theta^4/4! + \theta^6/6! - \dots) \rightarrow mg\ell\theta^2/2$ per piccole oscillazioni; b) Il periodo aumenta con l'ampiezza delle oscillazioni; c) $E_k = E_{tot} - E_p = mg\ell(\cos\theta - \cos\theta_0)$; d) $T = 4\sqrt{\ell/2g} \int_0^{\theta_0} d\theta/\sqrt{\cos\theta - \cos\theta_0}$.

7.3 $T'_m = T_m$; $T'_p = 2.46 T_p$.

7.4 a) $x_A = 2mg/k$; $x_B = mg/2k$; b) $\omega_A/\omega_B = 0.5$; c) $E_A/E_B = 0.25$.

7.5 a) $\omega^2 = (k + \rho g \pi R^2)/m$; b) $x(t) = (h/6) \sin(\omega t + \pi/2)$.

7.6 a) $\omega_0 = 10 \text{ rad s}^{-1}$; b) $b = 1.21 \text{ N m s}^{-1}$; $\omega_s = 9.98 \text{ rad s}^{-1}$.

7.7 a) $F_1(t) = +kx_0 \cos \omega t$; b) $F_2(t) = -m\omega^2 x_0 \cos \omega t$; c) $F_3(t) = (k - m\omega^2)x_0 \cos \omega t$; d) $\omega \ll \omega_0$: $F_3 \approx F_1$; $\omega = \omega_0$: $F_3 = 0$; $\omega \gg \omega_0$: $F_3 \approx F_2$.

7.8 a) $ma_A = -2kx_A + kx_B$; $ma_B = +kx_A - 2kx_B$. b) $x_1 = x_A + x_B$; $x_2 = x_A - x_B$; $\omega_1^2 = k/m$; $\omega_2^2 = 3k/m$. c) $x_1 = x_A + x_B$; $x_2 = 0$; $x_A = (x_0/2) \cos \omega_1 t$; $x_B = (x_0/2) \cos \omega_1 t$. d) $x_1 = 0$; $x_2 = x_A - x_B$; $x_A = (x_0/2) \cos \omega_2 t$; $x_B = -(x_0/2) \cos \omega_2 t$.

Problemi del Capitolo 8

8.1 a) $V_2 = 3.98$ litri; $\theta_2 = 119.74 \text{ K}$. b) $W = 903 \text{ J}$.

8.2 a) $n = 0.04 \text{ mol}$. b) Relaz. lineare: $dp = (k/S^2) dV$. c) $p_2 = 1.4 \times 10^5 \text{ Pa}$, $\theta_2 = 505 \text{ K}$. d) $Q = 126 \text{ J}$; $W = 24 \text{ J}$; $\Delta U = 102 \text{ J}$.

8.3 a) $\eta = 0.22$ b) $\omega = 3.54$

8.4 a) $\theta_1 = 310$, $\theta_2 = 713$, $\theta_3 = 2250$, $\theta_4 = 981 \text{ K}$. $p_1 = 1$, $p_2 = 18.4$, $p_3 = 58$, $p_4 = 3.16 \text{ bar}$. b) $Q_{12} = 0$, $Q_{23} = +31.9 \text{ KJ}$ $Q_{34} = 0$, $Q_{41} = -13.9 \text{ KJ}$. c) $W = 17.99 \text{ KJ}$. d) $\eta = 0.56$

8.5 a) $W_{12} = 0$, $Q_{12} = \Delta U_{12} = -p_0 V_0/2$ $W_{23} = p_0 V_0/2$, $Q_{23} = 5p_0 V_0/4$, $\Delta U_{23} = 3p_0 V_0/4$. b) $\Delta S_{13} = nR \ln 2$.

8.6 a) $V_1 = 8.31 \times 10^{-3} \text{ m}^3$. b) $V_2 = 24.93 \times 10^{-3} \text{ m}^3$. c) $W = 1662 \text{ J}$. d) $\Delta S_s = +9.13 \text{ J K}^{-1}$; $\Delta S_a = -5.54 \text{ J K}^{-1}$; $\Delta S_u = +3.59 \text{ J K}^{-1}$. e) $W_{rev} = 2739 \text{ J}$.

8.7 a) $\Delta U_{12} = -150 \text{ J}$; $\Delta U_{23} = +450 \text{ J}$; $\Delta U_{31} = -300 \text{ J}$. b) $\Delta S_{12} = -1.44 \text{ J K}^{-1}$; $\Delta S_{23} = +2.30 \text{ J K}^{-1}$; $\Delta S_{31} = -0.86 \text{ J K}^{-1}$. c) $\eta = 0.28$ d) $\Delta S_s = -0.86 \text{ J K}^{-1}$; $\Delta S_a = +1.25 \text{ J K}^{-1}$; $\Delta S_u = +0.39 \text{ J K}^{-1}$.

8.8 a) $\Delta S_u = \Delta S_s = 6.80 \text{ J K}^{-1}$. b) $\Delta S_u = \Delta S_a = 6.83 \text{ J K}^{-1}$.

8.9 a) $T_f = 305 \text{ K}$. b) $\Delta S = 33 \text{ J K}^{-1}$.