

Literaturverzeichnis

Lehrbücher der linearen Algebra

- [Bo] S. Bosch: *Lineare Algebra*. Springer 2014⁵
- [Br] E. Brieskorn: *Lineare Algebra und Analytische Geometrie I und II*. Vieweg 1983 und 1985
- [Brö] Th. Bröcker: *Lineare Algebra und Analytische Geometrie*. Birkhäuser 2004²
- [Fi1] G. Fischer: *Lernbuch Lineare Algebra und Analytische Geometrie*. Springer 2019⁴
- [Fi2] G. Fischer: *Analytische Geometrie*. Vieweg 2001⁷
- [G1] W. Graeub: *Lineare Algebra*. Springer 1958¹, korr. Nachdruck 1976
- [G2] W. Greub: *Linear Algebra*. Springer 1975⁴
- [Koe] M. Koecher: *Lineare Algebra und analytische Geometrie*. Springer 1997⁴.
- [Kow1] G. Kowalewski: *Einführung in die Analytische Geometrie*. Veit & Co 1909
- [L] S. Lang: *Linear Algebra*. Springer 1987³
- [L-M] J. Liesen und V. Mehrmann: *Lineare Algebra*. Springer 2015²
- [S-S] O. Schreier und E. Sperner: *Einführung in die Analytische Geometrie und Algebra*. Teubner 1931
- [St1] G. Strang: *Lineare Algebra*. Springer 2003

Ergänzende Literatur

- [A-B] M. Aigner und E. Behrends (Hrsg.): *Alles Mathematik*. Springer 2016⁴
- [A-Z] M. Aigner und G. M. Ziegler: *Das Buch der Beweise*. Springer 2018⁵
- [Bl] C. Blatter: *Analysis III*. Springer 1981²
- [DIN] DIN-Taschenbuch 202: *Formelzeichen, Formelsatz, Mathematische Zeichen und Begriffe*. Beuth 2009³
- [E] R. Ehrlich: *Why toast lands jelly-side down*. Princeton University Press 1997
- [Fi3] G. Fischer: *Lehrbuch der Algebra*. Springer 2017⁴
- [F-L] W. Fischer und I. Lieb: *Funktionentheorie I*. Springer 2005⁹
- [Fo1] O. Forster: *Analysis 1*. Springer 2016¹²
- [Fo2] O. Forster: *Analysis 2*. Springer 2017¹¹
- [Fo3] O. Forster: *Analysis 3*. Springer 2017⁸
- [F-P] U. Friedrichsdorf und A. Prestel: *Mengenlehre für den Mathematiker*. Vieweg 1985.
- [Fr] F.G. Frobenius: *Zur Theorie der linearen Gleichungen*. Journal für die reine und angewandte Mathematik **129**, 175–180 (1905)

- [Kow2] G. Kowalewski: *Einführung in die Determinantentheorie*. Veit & Co 1909 und W. de Gruyter 1954⁴
- [La-M] A. N. Langville and C. D. Meyer: *Google's Page Rank and Beyond, The Science of Search Engine Rankings*. Princeton 2006
- [Le] *Lexikon bedeutender Mathematiker*. Bibliographisches Institut Leipzig 1990
- [M-V] R. Meise und D. Vogt: *Funktionalanalysis*. Vieweg 2011²
- [P] J.-P. Petit: *Das Geometrikon*. Vieweg 1995.
- [Sch] W. Scharlau: *Schulwissen Mathematik: Ein Überblick*. Vieweg 2001³
- [St2] G. Strang: *Linear Algebra: A Happy Chance to Apply Mathematics*. Proc. Int. Congress on Math. Education (ICME 10). Denmark 2004
- [Wa] B. L. van der Waerden: *Moderne Algebra*. Springer 1931¹
- [We] H. Weber: *Lehrbuch der Algebra, Band I*. Vieweg 1895
- [Wi] F. A. Willers: *Methoden der praktischen Analysis*. W. de Gruyter 1957³.
- [Z] H. D. Ebbinghaus et al: *Zahlen*. Springer 1992³

Der „Exponent“ an der Jahreszahl gibt die Nummer der Auflage an.

Namensverzeichnis

- ABEL, NIELS HENRIK (1802–1829), 89
BESSEL, FRIEDRICH WILHELM (1784–1846), 348
BOURBAKI, NICOLAS (1935–), VII
CAUCHY, AUGUSTIN (1789–1857), 308
CAVALIERI, BONAVENTURA (1598–1647), 194
CAYLEY, ARTHUR (1821–1895), VIII, 30
COURANT, RICHARD (1888–1972), V
CRAMER, GABRIEL (1704–1752), 194, 224
DESCARTES, RENÉ (1596–1650), 13, 91
DIRICHLET, PETER (1805–1859), 49
FONTENÉ, GEORGES (1848–1923), 149
FROBENIUS, FERDINAND GEORG (1849–1917), 149
GAUSS, CARL FRIEDRICH (1777–1855), 30, 86
GOETHE, JOHANN WOLFGANG VON (1749–1832), 66
GRAM, JØRGEN (1850–1916), 228
GRASSMANN, HERMANN (1809–1877), 316
HADAMARD, JAQUES (1865–1963), 346
HAMILTON, SIR WILLIAM (1805–1865), 289
HILBERT, DAVID (1862–1943), VII
JACOBI, CARL GUSTAV (1804–1851), 163
KOWALEWSKI, GERHARD (1876–1950), VII
KRONECKER, LEOPOLD (1823–1891), 112
LANG, SERGE (1927–2005), 289
LAPLACE, PIERRE SIMON (1749–1827), 222
LEIBNIZ, GOTTFRIED WILHELM (1646–1716), VIII, 193, 196, 212
MÖBIUS, AUGUST FERDINAND (1790–1868), 239
NOETHER, EMMY (1882–1935), VII
PEANO, GUISEPPE (1858–1939), 45
PFAFF, JOHANN FRIEDRICH (1765–1825), 202
PYTHAGORAS (etwa 580–500 v. Chr.), 385
ROUCHÉ, EUGENE (1832–1910), 149
SARRUS, PIERRE (1798–1861), 215
SCHMIDT, ERHARD (1876–1959), 342
SCHREIER, OTTO (1901–1929), VII
SCHWARZ, HERMANN AMANDUS (1843–1921), 308
STEINITZ, ERNST (1871–1928), 108
SYLVESTER, JAMES (1814–1897), 332

- VANDERMONDE, ALEXANDRE (1735–1796), 216
VIETA, FRANÇOIS (1540–1603), 90
WEBER, HEINRICH (1842–1913), VIII
WEIERSTRASS, KARL (1815–1897), 193, 197, 212, 213
WEYL, HERMANN (1885–1955), 53
ZORN, MAX (1906–1993), 107

Einzelheiten zu Leben und Werk findet man zum Beispiel in [Le].

Index

- Abbildung, 47
 - adjungierte, 360, 382 f.
 - alternierende, 199, 396, 405
 - bijektive, 48
 - bilineare, 388
 - duale, 374
 - identische, 50
 - injektive, 48
 - kanonische, 54
 - lineare, 126
 - negative, 129
 - sesquilineare, 337
 - surjektive, 48
 - symmetrische, 396, 405
- Abschluss, algebraischer, 86
- Absolutbetrag, 72
- Abstand, 308
- Addition
 - in Ringen, 68
 - von Polynomen, 77
 - von Vektoren, 14, 95
- Additionstheoreme, 164
- Äquivalenzrelation, 53
- Algebra
 - assoziative, 282
 - über K , 402
- Algorithmus
 - erweiterter euklidischer, 82
 - euklidischer, 81
- Annullator, 373
- Argument einer komplexe Zahl, 73
- Assoziativgesetz, 56
- Assoziativität bei Abbildungen, 50
- Aufhängepunkt, 133
- Ausartungsraum, 324
- Austauschlemma, 108
- Austauschsatz, 109
- Auswahlaxiom, 52
- Auswahlfunktion, 51
- Automorphismus
 - orientierungstreuer, 233
 - von Vektorräumen, 126
- Basis, 105
 - duale, 372
 - gleichorientierte, 233
 - kanonische, 105
 - kanonische duale, 372
- Basisauswahlsatz, 107
- Basisergänzungssatz, 110
- Beschränkung, 48
- Bidualraum, 376
- Bild, 48, 131 f.
- Bilinearform, 321
 - alternierende, 321
 - nicht entartete, 324, 380
 - positiv definite, 338
 - schiefsymmetrische, 321
 - symmetrische, 321
- Charakteristik, 75
- CRAMERSche Regel, 194, 224
- Definitheit
 - einer Matrix, 333
 - einer quadratischen Form, 333
- Determinante, 193, 197
- Determinanten-Multiplikationssatz, 226
- Diagonalisierung, 243 f., 255
 - simultane, 259
 - von Bilinearformen, 326
- Diagramm, kommutatives, 175
- Diedergruppe, 67

- Differentialgleichungssystem,
 homogenes lineares, 273
- Differenzmenge, 47
- Dimension, 13
 eines affinen Raums, 134
 eines Vektorraums, 110
- Dimensionsformel
 für lineare Abbildungen, 134
 für Summen, 117
- Distributivgesetz, 68
- Drehung, 123, 251
- Dreiecksmatrix, 263
- Dreiecksungleichung, 72, 308
- Dualraum, 371
- Durchschnitt, 46 f., 98
- Ebene, 22
- Eigenraum, 246
- Eigenvektor, 242
 verallgemeinerter, 276
- Eigenwert, 241
- Einheit, 80
 imaginäre, 72
- Einheitsmatrix, 112
- Einselement, 68
- Einsetzungshomomorphismus, 283
- Eintrag einer Matrix, 31
- Element, 45
 Anzahl der $\sim c$, 45
 inverses, 56
 neutrales, 56
 paarweise verschiedene $\sim c$, 45
- Elementarmatrix, 184
- Eliminationsverfahren, 32, 41
- Endomorphismenring, 129
- Endomorphismus, 126, 129
 adjungierter, 360
 nilpotenter, 293
 normaler, 368
 orthogonaler, 350
 selbstadjungierter, 360
 trigonalisierbarer, 264
 unitärer, 350
- Entwicklungssatz von LAPLACE, 222
- Erzeugendensystem, 105
- Fahne, 263
 invariante, 263
- Faktorisierungssatz, 135
- Fakultät, 206
- Familie, 51
 linear abhängige, 101
 linear unabhängige, 100
 orthogonale, 341
 orthonormale, 341
- Faser, 131 f.
- Faserung, 132
- Fehlstand, 208
- Fixpunkt, 130
- Folge, 52
- Form
 hermitesche, 337
 quadratische, 324
 sesquilineare, 337
- Fundamentalsatz der Algebra, 86
- Funktion
 charakteristische, 248
 elementarsymmetrische, 90
 rationale, 93
- Geraden, 16
 parallele, 384
 windschiefe, 22, 384
- Gleichung, lineare, 14
- Gleichungssystem
 homogenes, 146
 inhomogenes, 146
 lineares, 30
- Grad eines Polynoms, 76, 93
- GRAMSCHE DETERMINANTE, 228, 344

- Graph
 einer Abbildung, 52
 einer Relation, 53
- GRASSMANN-Identität, 316
- Gruppe, 56
 abelsche, 56
 allgemeine lineare, 168
 alternierende, 211
 orthogonale, 351
 spezielle orthogonale, 351
 spezielle unitäre, 351
 symmetrische, 57, 205
 unendlich zyklische, 65
 unitäre, 351
 zyklische, 65, 67
- Gruppentafel, 59
- Hauptachsentransformation, 368
- Hauptminor, 333
- Hauptminoren-Kriterium für
 Definitheit, 333
- Hauptraum, 298
- Hauptvektor, 276
- HESSE-Matrix, 171, 333
- Homomorphismus
 von Gruppen, 61
 von Ringen, 70
 von Vektorräumen, 126
- Ideal, 286
 eines Endomorphismus, 286
 erzeugtes, 286
- Imaginärteil, 72
- Indexmenge, 47, 51
- Induktion, 45
- Integritätsring, 79
- Isometrie, 350
- Isomorphismus
 von Gruppen, 61
 von Vektorräumen, 126
- JACOBI-Identität, 316
- JACOBI-Matrix, 163
- JORDAN-Basis, 271
- JORDAN-Block, 270
- JORDAN-Kette, 277
- JORDAN-Matrix, 271
- JORDANSche Normalform, 271, 274
- Kegel, 331
- Kern, 131
- Koeffizient, 30
- Koeffizientenmatrix, 31
 erweiterte, 31
- Kommutativität, 56
- Komplement, 47
 orthogonales, 340
- Komplexifizierung, 394
- Komponente, 13, 51
- Komposition von Abbildungen, 49
- Kongruenz, 64
- Koordinaten, kartesische, 13
- Koordinatensystem, 156, 172
- Koordinatenvektor, 172
- Körper, 70
 algebraisch abgeschlossener, 86
- Körpererweiterung, algebraische, 86
- KRONECKER-Symbol, 112, 214
- Kürzungsregel, 69, 322
- Länge einer Basis, 105
- LEIBNIZ-Formel, 212
- Linearfaktor, 86
- Linearform, 321, 371
- Linearkombination, 98
 triviale, 100
- Linking Matrix, 9
- Linkstranslation, 58
- Lösbarkeit
 eindeutige, 151
 universelle, 151

- Lösung
 allgemeine, 36
 spezielle, 36
 triviale, 37, 151
- Lösungsmenge, 22, 31
- Lösungsraum, 146
- Matrix, 30
 ähnliche, 180
 alternierende, 122
 äquivalente, 180
 darstellende, 157, 322, 337
 eigentlich orthogonale, 351
 hermitesche, 338
 inverse, 223
 invertierbare, 167
 komplementäre, 220
 nilpotente, 293
 orthogonale, 351
 positiv definite, 338, 366
 schiefsymmetrische, 122, 202
 stochastische, 253
 symmetrische, 122
 transponierte, 125
 trigonalisierbare, 264
 unitäre, 351
 verbindbare, 234
- Menge
 abzählbar unendliche, 55
 endliche, 45
 gleichmächtige, 55
 leere, 45
 unendliche, 45
- Metrik, 308, 340
- Minimalpolynom, 287
- Minor, 225
- Mittel, arithmetisches, 56
- Modul, 111
- Multiplikation
 in Ringen, 68
 mit Skalaren, 14, 95
 von Endomorphismen, 129
 von Matrizen, 162
 von Polynomen, 77
- Negatives, 57, 95
- Norm, 307, 339
- Normalform, 180, 356
 HESSEsche, 313
- n -Tupel, geordnete, 13, 51
- Nullabbildung, 129
- Nullelement, 57, 68
- Nullstelle, 84
 mehrfache, 85
- Nullteilerfreiheit, 69
- Nullvektor, 15, 95
- Oberkörper, 86
- Optimierung, lineare, 14
- Orientierung, 233
- Orthonormalbasis, 341
- Parallelogramm, 194
- Parallelotop, 344
- Parameter, 16, 34
- Parameterdarstellung, 22
- Parametrisierung, 16, 22, 32, 36
- PEANO-Axiome, 45
- Permutation, 57, 205
 grade, 209
 ungerade, 209
- Permutationsgruppe, 57
- Pivot, 33
- PLÜCKER-Koordinaten, 229
- Polarisierung, 324, 338
- Polynom, 76, 92
 charakteristisches, 249 f.
 homogenes, 93
 normiertes, 76
 PFAFFsches, 202
 trigonometrisches, 104

- Polynomabbildung, 77
- Polynomring, 78
- Primkörper, 75
- Problem, inverses, 378
- Produkt
 - äußeres, 397
 - direktes, 51, 103
 - symmetrisches, 403
- Punkt, 14
- quadratische Form
 - indefinite, 333
 - negativ definite, 333
 - positiv definite, 333
- Quotientenmenge, 54
- Quotientenvektorraum, 140
- Rang
 - einer Bilinearform, 324
 - einer linearen Abbildung, 131
 - einer Matrix, 147
- Rang-Satz, 147, 179, 375
- Realteil, 72
- Rechtstranslation, 58
- Regel von SARRUS, 215
- Relation, 53
- Relation von BÉZOUT, 82
- Repräsentant, 54, 64
- Restklasse, 63
- Resultante, 203
- Ring, kommutativer, 68
- Römerfläche, 65
- Satz
 - Entwicklungssatz von LAPLACE, 222
 - Fundamentalsatz der Algebra, 86
 - über die Erzeugung linearer Abbildungen, 155
 - v. CAYLEY-HAMILTON, 283, 289
 - v. d. JORDANSchen Normalform, 271
 - reellifizierende Version, 306
- Scherung, 196
- Schnitt, 136
- Schubfachprinzip, 49
- Schwingung, gedämpfte, 258
- Semi-Isomorphismus, 383
- Semilinearform, 337
- Signatur einer quadratischen Form, 332
- Signum, 208
- Skalarprodukt, 339
 - kanonisches, 307, 319
- Spalte, 30
- Spaltenrang, 147
- Spaltenraum, 147
- Spaltenvektor, 147
- Spat, 349
- Spatprodukt, 315
- Spiegelung, 251
- Spur einer Matrix, 249
- Standardbasis, 105
- Standardraum, 94
 - reeller, 13
- Summand, direkter, 119
- Summationsindex, 31
- Summe
 - direkte, 118 f.
 - orthogonale, 341
 - von Vektorräumen, 117
- Summenzeichen, 31
- Symmetrie, 308
- Teiler, 80
 - gemeinsamer, 80
 - größter gemeinsamer, 80
- Teilmatrix, 225
- Teilmenge, 45 f.
- Teilung mit Rest, 62, 78
- Tensor, 391
 - kontravarianter, 405
 - kovarianter, 405
- Tensorprodukt, 391

- Transformationsformel
 - für Bilinearformen, 323
 - für darstellende Matrizen, 177
 - für Sesquilinearformen, 338
- Transformationsmatrix
 - der Koordinaten, 173
 - des Basiswechsels, 172
- Transposition, 125, 207
- Trigonalisierung, 264
- Umkehrabbildung, 48
- Unbestimmte, 76, 92
- Ungleichung von CAUCHY-SCHWARZ, 308, 339
- Untergruppe, 60
 - erzeugte, 66
- Unterraum, affiner, 133
- Unterring, 70
- Untervektorraum, 96
 - invarianter, 262
- Urbild, 48
- Ursprung, 14
- VANDERMONDE-Determinante, 216
- Variable
 - freie, 34
 - gebundene, 34
- Vektoren
 - liegende, 30
 - linear abhängige, 29, 101
 - linear unabhängige, 29, 100
 - orthogonale, 312, 340
 - senkrechte, 310
 - stehende, 30
- Vektorprodukt, 315
- Vektorraum, 95
 - aufgespannter, 99
 - endlich erzeugter, 105
 - euklidischer, 339
 - orthogonaler, 340
 - unitärer, 339
- Vereinigung, 46 f.
- Verknüpfung, 56
 - äußere, 94
 - induzierte, 61, 97
 - innere, 94
- Verknüpfungstafel, 59
- Vielfachheit einer Nullstelle, 85
- Vielfachheit eines Eigenwerts
 - algebraische, 254
 - geometrische, 254
- Vorzeichenregel, 91
- Winkel, 309
- Wohldefiniertheit, 64, 140
- Wurzelsatz, 90
- Zahlen
 - ganze, 46
 - komplexe, 46, 71
 - konjugiert komplexe, 72
 - natürliche, 45
 - rationale, 46, 71
 - reelle, 46, 71
- Zeile, 30
- Zeilenrang, 147
- Zeilenraum, 113, 147
- Zeilenstufenform, 32
- Zeilenumformung, elementare, 38, 112
- Zeilenvektor, 147

Symbolverzeichnis

\square	Ende eines Beweises oder Beweis klar	\bigvee^k	k -faches symmetrisches Produkt, 407
$a := b$	a ist definiert durch b , 45	$\langle \cdot, \cdot \rangle$	Skalarprodukt, 307, 339
$a \Rightarrow b$	aus a folgt b	$\ \cdot \ $	Norm, 307
$a \Leftrightarrow b$	a und b sind gleichwertig	\sphericalangle	Winkel, 309
		d	Abstand, 308
$\{ \}$	Mengenklammern	\mathbb{C}	komplexe Zahlen, 46, 71
\emptyset	leere Menge, 45	\mathbb{K}	\mathbb{R} oder \mathbb{C} , 337, 338
\in	Element, 45	\mathbb{N}	natürliche Zahlen, 45
\subset	Teilmenge, 45	\mathbb{Q}	rationale Zahlen, 46
\cup	Vereinigung, 46	\mathbb{R}	reelle Zahlen, 13
\cap	Durchschnitt, 46	\mathbb{R}_+	nicht-negative reelle Zahlen, 48
\setminus	Differenzmenge, 47	\mathbb{R}_+^*	positive reelle Zahlen, 56
\times	direktes Produkt, 51 oder Vektorprodukt, 315	\mathbb{R}^n	reeller Standardraum, 13
\rightarrow, \mapsto	Abbildungspfeile, 47	\mathbb{Z}	ganze Zahlen, 46
\circ	Komposition von Abbildungen, 49	$\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$	zyklische Gruppe, 65
$ $	Beschränkung von Abbildungen, 48	K^*	Elemente ungleich null, 70
f^{-1}	Umkehrabbildung von f , 48	V^*	dualer Vektorraum, 371
\equiv	Kongruenz, 64	K^n	Standardraum, 94
\sim	Äquivalenz, 53	$K[t]$	Polynomring über K , 78
$(x_i)_{i \in I}$	Familie, 52	\mathcal{K}	kanonische Basis, 105
\sum	Summenzeichen, 31	e_i	kanonischer Basisvektor, 125
\sum'	eingeschränkte Summe, 390	δ_{ij}	KRONECKER-Symbol, 112
\prod	Produktzeichen, 209	\mathcal{C}	stetige Funktionen, 97
$+$	Summe, 117	\mathcal{D}	differenzierbare Funktionen, 97
\oplus	direkte Summe, 119	A_n	alternierende Gruppe, 211
\odot	orthogonale Summe, 341	S_n	symmetrische Gruppe, 205
\otimes	Tensorprodukt, 391	$M(m \times n; K)$	Matrizenraum, 94
\otimes^k	k -faches Tensorprodukt, 406	$GL(n; K)$	allgemeine lineare Gruppe, 168
\wedge	äußeres Produkt, 397	$O(n)$	orthogonale Gruppe, 351
\wedge^k	k -faches äußeres Produkt von V , 406	$SO(n)$	spezielle orthogonale Gruppe, 351
\vee	symmetrisches Produkt, 403	$U(n)$	unitäre Gruppe, 351
		$SU(n)$	spezielle unitäre Gruppe, 351

A^{-1}	inverse Matrix, 168	Abb	Abbildungen, 47
tA	transponierte Matrix, 125	Alt	alternierende Abbildungen, 399, 409
$A^\#$	komplementäre Matrix, 220	Bil	bilineare Abbildungen, 388, 399
E_i^j	Basismatrix, 105	char	Charakteristik, 75
E_n	n -reihige Einheitsmatrix, 112	deg	Grad, 76
M_B^A	darstellende Matrix, 157	det	Determinante, 195, 197, 212, 231
M_B	darstellende Matrix, 159, 176, 322	dim	Dimension, 110
S_B^A	Transformationsmatrix, 172	Eig	Eigenraum, 246
T_B^A	Transformationsmatrix, 173	Hau	Hauptraum, 298
Q_i^j	Elementarmatrix, 182	End	Endomorphismen, 129
P_i^j	Elementarmatrix, 184	Hom	Homomorphismen, 128
$S_i(\lambda)$	Elementarmatrix, 182	Im	Bild, 131
$Q_i^j(\lambda)$	Elementarmatrix, 184	Ker	Kern, 131
Φ_B	Koordinatensystem, 156	Lös	Lösungsmenge, 31
F_i^j	Basishomomorphismen, 158	rang	Rang, 131, 179
F^{ad}	adjungierte Abbildung, 360, 382	sign	Signum, 208
\mathcal{I}_F	Ideal von F , 286	span	aufgespannter Vektorraum, 99