

# Literaturverzeichnis

## *Historische Quellen*

- [Bel] Eugenio Beltrami. Saggio die interpretaione della geometria noneuclidea. *Giornale die Matematiche* **VI** (1868), Seiten 284–322.
- [Bol] János Bolyai. *Appendix. Scientiam Spatii absolute veram exhibens: a veritate aut falsitate Axiomatis XI. Euclidei (a priori haud unquam decidenda) independentem; adjecta ad casum falsitatis, quadratura circuli geometrica.*
- [Cay] Arthur Cayley. A sixth memoir upon quantics. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* **149** (1859), Seiten 61–90.
- [Clai] Alexis-Claude Clairaut. *Eléments de Géométrie*. David fils, Paris 1741.
- [Clav] Christopher Clavius. *Euclidis Elementorum Libri XV*. Vincentius Accoltus, Rom 1574.
- [Des] René Descartes. *La géométrie*, Appendix zu: *Discours de la méthode*. Ian Maire, Paris 1637.
- [Dou] Ioann Petersz Dou. *Die sechs ersten Bücher Euclidis, deß höchgelärten weiterübmbten griechischen Philosophi und Mathematici: Von den anfängen und fundamenten der Geometriae*. Wilhelm Janß, Amsterdam 1618.
- [Fer] Pierre de Fermat. *Ad Locos Planos et Solidos Isagoge*. Clément-Samuel de Fermat, Toulouse 1679.
- [Gau] Carl Friedrich Gauß. *Disquisitiones Arithmeticae*. Gerhard Fleischer, Leipzig 1801.
- [Hil] David Hilbert. *Grundlagen der Geometrie (1. Auflage)*, veröffentlicht in: *Festschrift zur Feier der Enthüllung des Gauß-Weber-Denkmal in Göttingen*. Teubner, Leipzig 1899.
- [Lam] Johann Lambert. Theorie der Parallellinien. *Leipziger Magazin für reine und angewandte Mathematik* (1786), Seiten 137–164 und 325–358.
- [Leg] Adrien-Marie Legendre. *Eléments de Géométrie, avec des notes*. Firmin Didot, père et fils, Paris 1823.
- [Lin] Ferdinand von Lindemann. Über die Zahl  $\pi$ . *Mathematische Annalen* **20** (1882), Seiten 213–225.
- [Lob] Nicolaus Lobatschewski. *Geometrische Untersuchungen zur Theorie der Parallellinien*. Fincke'sche Buchhandlung, Berlin 1840.
- [Mas] Lorenzo Mascheroni. *Geometria del Compasso*. Pietro Galeazzi, Pavia 1797.
- [Moh] Georg Mohr. *Eudlides Danicus*. Jacob van Belsen, Amsterdam 1672.
- [Pas] Moritz Pasch. *Vorlesungen über neuere Geometrie*. Springer, Berlin 1882.
- [Pea] Giuseppe Peano. *I principii di geometria logicamente esposti*. Fratelli Bocca, Turin 1889.
- [Pla] John Playfair. *Elements of Geometry, containing the first Six Books of the Geometry of Solids*. Bell and Bratfute, Edinburgh 1796.
- [Pon] Jean-Victor Poncelet. *Traité des propriétés projectives des figures*. Gauthier-Villars, Paris 1822.

- [Sac] Giovanni Saccheri. *Eudlides ab omni naevo vindicatus*. Paulo Montani, Mailand 1733.
- [Sim] Robert Simson. *The Elements of Euclid*. Desilver, Thomas & Co., Philadelphia 1838.
- [Ste] Jakob Steiner. *Die geometrischen Konstruktionen ausgeführt mittelst der geraden Linie und Eines festen Kreises, als Lehrgegenstand auf höheren Unterrichts-Anstalten und zur praktischen Benutzung*. Ferdinand Dümmler, Berlin 1833.
- [Tha] Clemens Thaer. *Euklid, Die Elemente*. Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Nr. **235ff**. Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig 1933, 1935, 1936 und 1937.
- [Wan] Pierre Laurent Wantzel. Recherches sur les moyens de reconnaître si un Problème de Géométrie peut se résoudre avec la règle et le compas. *Journal de mathématiques pures et appliquées* **2** (1837), Seiten 366–372.

### Weiterführende Literatur

- [Bac] Friedrich Bachmann. *Aufbau der Geometrie aus dem Spiegelungsbegriff (2. Auflage)*. Springer, Berlin Heidelberg New York 1973.
- [Bär] Christian Bär. *Elementare Differentialgeometrie (2. Auflage)*. Walter de Gruyter, Berlin New York 2010.
- [Bie] Ludwig Bieberbach. *Theorie der geometrischen Konstruktionen*. Birkhäuser, Basel 1952.
- [Bos] Siegfried Bosch. *Algebra (8. Auflage)*. Springer, Berlin Heidelberg 2013.
- [BS] Karol Borsuk, Wanda Szmielew. *Foundations of Geometry*. North-Holland Publishing Company, Amsterdam 1960.
- [Fil] Andreas Filler. *Euklidische und nichteuklidische Geometrie*. BI Wissenschaftsverlag, Mannheim 1993.
- [Gre] Marvin Jay Greenberg. *Euclidean and Non-Euclidean Geometries (Third Edition)*. W.H. Freeman and Company, New York 1993.
- [Har1] Robin Hartshorne. *Algebraic Geometry*. GTM, Nr. **52**. Springer, New York 1977.
- [Har2] Robin Hartshorne. *Euclid and Beyond*. Springer, New York 2000.
- [Her] Dietmar Herrmann. *Die antike Mathematik*. Springer, Berlin, Heidelberg 2014.
- [Kay] David C. Kay. *College Geometry*. Holt, Rinehart and Winston, New York et al. 1969.
- [Kel] Wilfrid Keller. Prime factors  $k \cdot 2^n + 1$  of Fermat numbers  $F_m$  and complete factoring status. <http://www.prothsearch.com/fermat.html>. Zugegriffen: 25. 7. 2017.
- [KK] Max Koecher, Aloys Krieg. *Ebene Geometrie*. Springer, Berlin, Heidelberg 2007.
- [Len] Hanfried Lenz. Kleiner Desarguesscher Satz und Dualität in projektiven Ebenen. *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **57** (1955), Seiten 20-31.
- [Lün] Heinz Lüneburg. *Die euklidische Ebene und ihre Verwandten*. Birkhäuser, Basel 1999.
- [Mar] George Martin. *Geometric Constructions*. Springer, New York 1998.
- [MB] Uta Merzbach, Carl Boyer. *History of Mathematics, Third Edition*. John Wiley & Sons, Hoboken 2011.
- [Vol] Klaus Volkert. *David Hilbert: Grundlagen der Geometrie (Festschrift 1899)*. Springer, Berlin Heidelberg 2015.

# Sachverzeichnis

- Abstand
  - euklidischer, 59
  - hyperbolischer, 277
  - sphärischer, 305
- Ähnlichkeitsabbildung, 125
  - Geradenspiegelung, 126
  - Parallelprojektion, 109
  - Punktspiegelung, 127
  - zentrische Streckung, 134
- Ähnlichkeitssatz für Dreiecke, 131
- affine Ebene, 12
  - affine Koordinatenebene, 15
  - Ordnung, 39
- Anordnungssaxiome, 44
- antipodal, 303, 304
- Archimedisches Axiom, 103
- Außenwinkelsatz, 90
- Automorphismus
  - affiner, 17
  - einer euklidischen Ebene, 106
  - einer hyperbolischen Ebene, 268
  - einer Inzidenzebene, 11
  - projektiver, 20
  - von ebenen Geometrien, 67
- Axiom
  - Inzidenzaxiome, 8
  - Kongruenzaxiome für Strecken, 56
  - Kongruenzaxiome für Winkel, 64
  - schwaches hyperbolisches Axiom, 268
  - schwaches Parallelenaxiom, 12
  - sphärisches, 304
  - starkes hyperbolisches Axiom, 268
  - starkes Parallelenaxiom, 12
  - SWS-Kriterium, 66
  - Vollständigkeitsaxiom, 102
- baryzentrische Koordinaten, 172
- Bewegung, 67, 69
  - Drehung, 70
  - eigentlich, 69
  - genügend viele Bewegungen, 67
  - Geradenspiegelung, 70, 99
  - uneigentlich, 69
- Beweis
  - analytisch, 106
  - analytischer, 5
  - synthetisch, 3, 106
- Bogenmaß
  - euklidisches, 69
  - hyperbolisches, 283
- Cayley-Abbildung, 324
- Dedekindschnitt, 102, 121, 150
- Diagonalensatz, 201
- Doppelverhältnis, 199
- Drehung, 70
- Dreieck, 65
  - Ähnlichkeit, 131
  - Außenwinkel, 89
  - Flächeninhalt, 207
  - gleichschenkliges, 82
  - gleichseitiges, 209
  - Höhe, 162
  - Inkreis, 95
  - Innenwinkel, 89
  - Innenwinkelgröße, 158
  - Kongruenz, 65
  - Mittendreieck, 176
  - rechtwinkliges
    - Hypotenuse, 161
    - Kathete, 161
  - Schwerpunkt, 161
  - Seitenhalbierende, 161

- Seitenlänge, 158
- sphärisches, 314
- Umfang, 207
- Umkreis, 94
- Dreiecksungleichung, 108
  - sphärisch, 305
- dyadische Zahlen, 119
  
- ebene Geometrie, 66
- ebene Kurve, 262
- Einheitswurzel, 226
- Ellipse, 264
- Ellipsenzirkel, 264
- euklidischen Ebene, 101
- Eulergerade, 176
- Eulergleichung, 175
  
- Fanoebene, 18
- Fermat-Zahl, 233
- Feuerbachgleichung, 176
- Feuerbachkreis, 176
- Formel von Bolyai-Lobatschewski, 292
  
- Gärtnerkonstruktion, 265
- geographische Koordinaten, 318
- geom. Konstruierbarkeitsproblem, 213
- geom. Konstruktionswerkzeug, 212, 263
  - Ellipsenzirkel, 264
  - Kreis, 212, 264
  - Lineal, 212, 263
  - Zirkel, 212, 264
- Gerade, 7
  - Großkreis, 303
  - h-Gerade, 323
  - Hesse'sche Normalform, 53
  - k-Gerade, 269
  - Normalenvektor, 53
  - orthogonal, 76
  - Richtung, 10
  - Seiten, 45
  - Transversale, 78
  - verallgemeinerte, 188
- Geradenbüschel, 16
- Geradenspiegelung, 70, 99, 126
- Großkreis, 303
- Großkreisbogen, 308
  - Endpunkte, 308
  - kurzer/langer, 309
  - Länge, 308
  
- Halbkreis, 100
- Hauptsatz für euklidische Ebenen, 106
- Heron'sche Formel, 208
- Hilbertebene, 65
  
- Höhenformel, 163
- Höhensatz, 162
- hyperbolische Ebene, 268
- hyperbolisches Axiom
  - schwaches, 268
  - starkes, 268
  
- in allgemeiner Lage, 8
- Inkreis, 95
- Inkreissatz, 95, 171
- Inversion am Kreis, 180
- Inzidenzaxiome, 8
- Inzidenzebene, 8
- Isomorphismus
  - affiner, 17
  - euklidischer Ebenen, 106
  - hyperbolischer Ebenen, 268
  - projektiver, 20
  - von ebenen Geometrien, 66
  - von Inzidenzebenen, 11
  
- k-Grenzstrahl, 291
- k-Grenzwinkelgröße, 291
- Körper
  - angeordnet, 51
  - euklidischer, 220
  - pythagoräischer, 60
- Körpererweiterung
  - iterative reellquadratische, 221
  - reellquadratische, 221
- kollinear, 8
- Kongruenz
  - von Dreiecken, 65
  - von Strecken, 56
  - von Winkeln, 64
- Kongruenzaxiome für Strecken, 56
- Kongruenzaxiome für Winkel, 64
- Kongruenzsatz für Dreiecke, 84
- konvex, 98
- Koordinatenabbildung, 136
- Koordinatensystem
  - absolutes, 138
  - rechtwinkliges, 141
- Kosinussatz, 159
- Kreis, 94, 164, 212, 264
  - Feuerbachkreis, 176
  - Mittelpunkt, 94, 164
  - Passante, 164
  - Potenz, 166
  - Radius, 94, 164
  - Sehne, 166
  - Sekante, 164
  - Tangente, 164
- Kreis-Geraden-Schnitt-Eigenschaft, 104

- Kreis-Kreis-Schnitt-Eigenschaft, 104
- Lage eines Punktes
  - auf einer Geraden, 7
  - auf versch. Seiten einer Geraden, 44
  - auf versch. Seiten eines Großkreises, 310
  - auf versch. Seiten eines Punktes, 46
  - im Inneren eines Dreiecks, 66
  - im Inneren eines Kreises, 104, 164
  - im Inneren eines Winkels, 62
  - zwischen zwei Punkten, 44
  - zwischen zwei Strahlen, 62
- Lineal, 212, 263
- Lineal-Gerade, 251
- Lineal-Punkt, 251
- Lineal-und-Kreis-Gerade, 260
- Lineal-und-Kreis-Kreis, 260
- Lineal-und-Kreis-Punkt, 260
- Lineal-und-Kreis-Zahl, 260
- Lineal-Zahl, 251
- Lot, 79
- Lotfußpunkt, 79
  
- $(M, \mathcal{W})$ -Kurve, 214
- $(M, \mathcal{W})$ -Punkt, 213
- Mittelsenkrechte, 88
- Mittendreieck, 176
- Modell, 8
  
- $n$ -Eck, 111
  - (nicht) entartetes, 111
  - regelmäßiges, 225
- Napoleonisches Problem, 242
- Neunpunktekreis, *siehe* Feuerbachkreis
  
- orthogonal, 76, 183, 184
  
- parallel, 8
- Parallelenaxiom
  - schwaches, 12
  - starkes, 12
- Parallelenbüschel, 16
- Parallelogramm, 111
  - Diagonale, 201
- Parallelprojektion, 109
- Passante, 164
- Peripheriewinkelsatz, 173
- Poincaré'sches Kreismodell, 269
- Poincaré-Halbebene, 323
- Polardreieck, 319
- projektive Ebene, 18
  - Bidual, 27
  - duale, 26
  - projektive Koordinatenebene, 19
  - unendlich ferne Gerade, 21
  - unendlich ferner Punkt, 21
- projektiver Abschluss, 21
- Punkt, 7
  - durch Punkt gehen, 7
  - h-Punkt, 323
  - k-Punkt, 269
  - Seiten, 47
- Punktspiegelung, 127
  
- Quadrat, 226
  
- Rechteck, 111
  
- s-Strahl, 312
- s-Strecke, 309
- s-Winkel, 312
- Satz des Thales, 174
- Satz von Desargues, 36
  - dualer projektiver, 37
  - kleiner, 36, 203
  - projektiver, 34
- Satz von Gauß-Wantzel, 235
- Satz von Hessenberg, 36
- Satz von Mohr-Mascheroni, 238
- Satz von Pappus, 203
  - affiner, 33
  - projektiver, 32
- Satz von Pascal, 34
- Satz von Pasch, 50
- Satz von Poncelet-Steiner, 260
- Satz von Pythagoras, 134, 160
- Schnittpunkt, 7
- Schwerpunktsatz, 161
- Sehne, 166
- Sehnen-Tangenten-Satz, 167
- Seitenkosinussatz
  - hyperbolischer, 298
  - sphärischer, 317
- Sekante, 164
- Sinussatz
  - euklidischer, 160
  - Verschärfung, 174
  - hyperbolischer, 299
  - sphärischer, 317
- Sphäre, 302
- sphärisches Axiom, 304
- sphärisches Standardmodell, 303
- Spiegelung
  - an einem Punkt, 127
  - an einer Geraden, 70, 99, 126
- SSrW-Kriterium, 92
- SSS-Kriterium, 84
- Strahl, 49

- Ausgangspunkt, 49
- entgegengesetzt, 49
- Strahlensatz, 128
- Strecke, 49
  - Abtragung, 57
  - Endpunkte, 49
  - kleinere/größere, 58
  - Kongruenz, 56
  - Länge, 59
  - Mittelpunkt, 86
  - Mittelsenkrechte, 88
- Streckenmaß, 120
- Stufenwinkel, 78
- Stufenwinkelsatz
  - schwacher, 78
  - starker, 80
- SWS-Kriterium, 66, 84
  
- Tangente, 164, 189
- Tangentenvektor, 307, 309, 312
- Transversale, 78
- transzendent, 237
- Trapez, 204
- Trapezsatz, 204
  
- Umkreis, 94, 226
- Umkreissatz, 94, 171
  
- verallgemeinerte Gerade, 188
- Verbindungsgerade, 8, 18
- Vollständigkeitsaxiom, 102
  
- Wechselwinkel, 78
- Wechselwinkelsatz
  - schwacher, 78
  - starker, 80
  
- Winkel, 61
  - Abtragung, 64
  - Bogenmaß, 69
  - Ergänzungswinkel, 73
  - Gegenwinkel, 73
  - kleinerer/größerer, 65
  - Kongruenz, 64
  - rechter, 75
  - Stufenwinkel, 78
  - Wechselwinkel, 78
  - Winkelgröße, 69
  - Winkelhalbierende, 88
- Winkelgröße
  - euklidische, 69
  - hyperbolische, 283
  - sphärische, 312
  - verallgemeinerte, 194
- Winkelhalbierende, 88
- Winkelkosinussatz
  - hyperbolischer, 299
  - sphärischer, 322
- Winkelsumme im Dreieck
  - euklidisch, 158
  - hyperbolisch, 301
  - sphärisch, 316
- WSW-Kriterium, 84
  
- zentrische Streckung, 134
- Zirkel, 212, 264
- Zirkel-Kreis, 238
- Zirkel-Punkt, 238
- Zirkel-und-Lineal-Gerade, 215
- Zirkel-und-Lineal-Kreis, 215
- Zirkel-und-Lineal-Punkt, 215
- Zirkel-und-Lineal-Zahl, 218
- Zweischnensatz, 166



# Willkommen zu den Springer Alerts

Jetzt  
anmelden!

- Unser Neuerscheinungs-Service für Sie:  
aktuell \*\*\* kostenlos \*\*\* passgenau \*\*\* flexibel

Springer veröffentlicht mehr als 5.500 wissenschaftliche Bücher jährlich in gedruckter Form. Mehr als 2.200 englischsprachige Zeitschriften und mehr als 120.000 eBooks und Referenzwerke sind auf unserer Online Plattform SpringerLink verfügbar. Seit seiner Gründung 1842 arbeitet Springer weltweit mit den hervorragendsten und anerkanntesten Wissenschaftlern zusammen, eine Partnerschaft, die auf Offenheit und gegenseitigem Vertrauen beruht.

Die SpringerAlerts sind der beste Weg, um über Neuentwicklungen im eigenen Fachgebiet auf dem Laufenden zu sein. Sie sind der/die Erste, der/die über neu erschienene Bücher informiert ist oder das Inhaltsverzeichnis des neuesten Zeitschriftenheftes erhält. Unser Service ist kostenlos, schnell und vor allem flexibel. Passen Sie die SpringerAlerts genau an Ihre Interessen und Ihren Bedarf an, um nur diejenigen Information zu erhalten, die Sie wirklich benötigen.

Mehr Infos unter: [springer.com/alert](http://springer.com/alert)