

---

# Anhang

---

## Lösungen der Übungsaufgaben

### Lösungen der Übungsaufgaben aus Kapitel 1

#### Verständnisfragen

##### 1.1

Die Besetzung von Energieniveaus wird im thermodynamischen Gleichgewicht durch die Boltzmann-Verteilung beschrieben.

##### 1.2

Durch Energiezufuhr wird in einem Atom ein Elektron auf ein höheres Energieniveau angeregt. Nach einer gewissen Verweildauer fällt das angeregte Elektron ohne äußere Einwirkung zurück in den Grundzustand. Dabei wird eine Lichtwelle bzw. ein Photon ausgesandt. Dieser Prozess ist die spontane Emission von Licht.

##### 1.3

Die Tatsache, dass Lichtquanten (und alle anderen Quantenobjekte) sowohl Eigenschaften von Wellen als auch solche von Teilchen zeigen, wird als Welle-Teilchen-Dualismus bezeichnet.

##### 1.4

Das Produkt aus der Frequenz einer Lichtwelle und dem Planck'schen Wirkungsquantum ist die Photonenenergie.

##### 1.5

Die natürliche Linienbreite ist die spektrale Frequenzbandbreite von Licht, die bei dessen Entstehung durch spontane Emission aus der Verweildauer der beteiligten Elektronen im angeregten Zustand bzw. der daraus resultierenden Energieunschärfe folgt.

##### 1.6

Licht breitet sich in Form einer elektromagnetischen Transversalwelle aus. Eine Schallwelle propagiert hingegen als Longitudinalwelle.

##### 1.7

Elektromagnetische Wellen können mithilfe der Maxwell'schen Gleichungen beschrieben werden.

**1.8**

Die Maxwell'schen Gleichung besagen:

1. Elektrische Ladungen sind die Quellen elektrischer Felder.
2. Es gibt keine magnetischen Ladungen.
3. Eine Änderung der magnetischen Flussdichte geht mit der Ausbildung eines elektrischen Wirbelfelds einher.
4. Elektrische Ströme erzeugen ein Magnetfeld und einen Maxwell'schen Verschiebungsstrom.

**1.9**

Betrag und Richtung des Energietransports einer Lichtwelle werden durch den Poynting-Vektor angegeben, das Kreuzprodukt von elektrischer und magnetischer Feldstärke.

**1.10**

Eine Lichtwelle wird im Wesentlichen durch ihre Amplitude, Wellenlänge, Phase, Wellenzahl und Polarisierung beschrieben.

**1.11**

Zur Beschreibung einer Lichtwelle wird der Amplitudenvektor des elektrischen Felds herangezogen, da dieses bei elektromagnetischen Wellen normalerweise deutlich größer als das magnetische Feld ist.

**1.12**

Die Polarisierung von Licht beschreibt den Schwingungszustand des Amplitudenvektors des elektrischen Felds einer Lichtwelle.

**1.13**

Die drei grundlegenden Arten der Polarisierung sind die lineare, die zirkuläre und die elliptische Polarisierung.

**1.14**

Bei zirkular polarisiertem Licht hat der Amplitudenvektor während der Rotation um die Nulllinie einen konstanten Betrag, d. h., die maximale Auslenkung in  $x$ - und in  $y$ -Richtung ist jeweils gleich groß. Bei elliptisch polarisiertem Licht hingegen gelten in  $x$ - und  $y$ -Richtung unterschiedliche Maximalamplituden, wodurch der Betrag des Amplitudenvektors zeitlich variiert und die Projektion der Drehbewegung auf die Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung eine Ellipse und keinen Kreis mehr ergibt.

**1.15**

Natürliches Licht ist im Allgemeinen unpolarisiert.

**1.16**

Die Schwingungsrichtung von linear polarisiertem Licht kann senkrecht, parallel oder unter einem bestimmten Winkel zu einer vorgegebenen transversalen Achse stehen. Zirkular bzw. elliptisch polarisiertes Licht kann entgegen oder mit dem Uhrzeigersinn rotieren, hierbei handelt es sich dann um links- oder rechtszirkular bzw. links- oder rechtselliptisch polarisiertes Licht.

**1.17**

Die Fähigkeit von Licht, aufgrund seiner Wellennatur Interferenzerscheinungen hervorzurufen, heißt Kohärenz.

**1.18**

Die Kohärenz folgt aus der spektralen Frequenzbandbreite des Lichts.

**1.19**

Die Kohärenz von Licht wird durch die Kohärenzzeit und die Kohärenzlänge charakterisiert. Diese wiederum hängen von der spektralen Frequenzbandbreite des Lichts ab.

**1.20**

Das Huygens'sche Prinzip besagt, dass jeder Punkt auf einer Wellenfront den Ausgangspunkt einer neuen Elementarwelle darstellt.

**1.21**

Licht, welches mehrere Wellenlängen enthält, wird als polychromatisch bezeichnet, wohingegen monochromatisches Licht nur eine Wellenlänge (mit einer gewissen Linienbandbreite) enthält.

**1.22**

Der für die Optik relevante Spektralbereich umfasst ultraviolettes, sichtbares und infrarotes Licht. Der Wellenlängenbereich zwischen 10 und 380 nm stellt ultraviolettes Licht dar, der für das menschliche Auge sichtbare Spektralbereich liegt zwischen 380 und 780 nm. Infrarotes Licht weist Wellenlängen zwischen 780 nm und 1 mm auf.

**1.23**

Die Abschwächung der Intensität von Licht in einem optischen Medium resultiert aus der Absorption des Mediums. Ein Maß für die Absorption ist die optische Eindringtiefe.

**1.24**

Der akustooptische Effekt induziert durch Schallwellen eine periodische Brechungsindexmodifikation in einem optischen Medium.

**1.25**

Der magnetooptische Effekt bewirkt eine Drehung der Schwingungsebene von linear polarisiertem Licht in einem optischen Medium aufgrund eines äußeren Magnetfelds.

**1.26**

Die essenzielle Materialeigenschaft eines optischen Mediums für den magnetooptischen Effekt ist die Verdet-Konstante.

**1.27**

Elektrische Felder können aufgrund des elektrooptischen Effekts eine Änderung des Brechungsindex optischer Medien sowie Doppelbrechung verursachen.

**1.28**

Selbstfokussierung und Frequenzverdopplung bzw. -vervielfachung können bei der Einstrahlung von Licht hoher Intensität in ein geeignetes optisches Medium auftreten.

## Rechenaufgaben

### 1.29

Gemäß Gl. 1.2 ergibt sich die Energie des emittierten Photons zu

$$E_{\text{Photon}} = (-3,4 \text{ eV}) - (-13,6 \text{ eV}) = 10,2 \text{ eV}.$$

Dies entspricht  $1,6342 \cdot 10^{-18} \text{ J}$ . Mit Gl. 1.3 folgt eine Frequenz von

$$f = \frac{1,6342 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{6,626.070.40 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} = 2,4663 \cdot 10^{15} \text{ Hz},$$

mit dem Planck'schen Wirkungsquantum  $h = 6,626.070.40 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ . Unter Zuhilfenahme von Gl. 1.4 und Einsetzen der Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c_0 = 299.792.458 \text{ m/s}$  kann nun die Wellenlänge  $\lambda$  der emittierten Strahlung ermittelt werden, sie beträgt

$$\lambda = \frac{299.792.458 \text{ m/s}}{2,4671 \cdot 10^{15} \text{ Hz}} = 121,52 \text{ nm}.$$

### 1.30

Nach Einsetzen von Gl. 1.4 in Gl. 1.3 folgt

$$E_{\text{Photon}} = \frac{h \cdot c}{\lambda}.$$

Daraus ergeben sich mit  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$  die gesuchten Photonenenergien zu

- $E_{\text{Photon}}(193 \text{ nm}) = 1,03 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 6,43 \text{ eV}$ ,
- $E_{\text{Photon}}(532 \text{ nm}) = 3,74 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,33 \text{ eV}$ ,
- $E_{\text{Photon}}(1064 \text{ nm}) = 1,87 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,17 \text{ eV}$  und
- $E_{\text{Photon}}(10600 \text{ nm}) = 1,88 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 0,12 \text{ eV}$ .

### 1.31

Die Wellenlänge ergibt sich nach Umstellen von Gl. 1.4 und Einsetzen der Vakuumlichtgeschwindigkeit zu

$$\lambda = \frac{299.792.458 \text{ m/s}}{600 \text{ THz}} \approx 500 \text{ nm}.$$

### 1.32

Die Energieunschärfe folgt direkt aus Gl. 1.5, sie beträgt

$$\Delta E = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{2\pi \cdot 2 \text{ ns}} = 5,27 \cdot 10^{-26} \text{ J} = 3,29 \cdot 10^{-7} \text{ eV}.$$

Die spektrale Frequenzbandbreite des Lichts ergibt sich gemäß Gl. 1.6 zu

$$\Delta f = \frac{\Delta E}{h} = 79,5 \text{ MHz.}$$

**1.33**

- (a) Die Wellenlänge des Lichts kann durch Einsetzen von Gl. 1.4 in Gl. 1.3 und Umstellen ermittelt werden. Sie beträgt

$$\lambda = \frac{6,626.069.57 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 299.792.458 \text{ m/s}}{3,74 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 531 \text{ nm}$$

mit der Protonenenergie  $E_{\text{Photon}} = 2,33 \text{ eV} = 3,74 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ , dem Planck'schen Wirkungsquantum  $h = 6,626.070.40 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$  und der Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c_0 = 299.792.458 \text{ m/s}$ .

- (b) Aus der Wellenlänge kann nun die Periodendauer  $T$  mithilfe von Gl. 1.17 berechnet werden, sie beträgt

$$T = \frac{531 \text{ nm}}{299.792.458 \text{ m/s}} = 1,77 \cdot 10^{-17} \text{ s.}$$

- (c) Die Frequenz  $f$  der Lichtwelle beträgt

$$f = \frac{c_0}{\lambda} = \frac{1}{T} = 5,64 \cdot 10^{14} \text{ Hz.}$$

Die Kreisfrequenz  $\omega$  der Lichtwelle ergibt sich dann aus Gl. 1.19 zu

$$\omega = 2\pi \cdot 563,26 \text{ THz} = 3,55 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

**1.34**

Zur Bestimmung der Kohärenzzeit und Kohärenzlänge ist vorab die spektrale Frequenzbandbreite zu ermitteln. Diese beträgt gemäß Gl. 1.6

$$\Delta f = \frac{1}{8 \text{ ns} \cdot 2\pi} = 19,9 \text{ MHz.}$$

Die Kohärenzzeit ergibt sich dann gemäß Gl. 1.22 zu

$$t_k = \frac{1}{19,9 \text{ MHz}} = 50,3 \text{ ns.}$$

In Vakuum ( $n = 1$ ) beträgt die Kohärenzlänge gemäß Gl. 1.23

$$l_k = \frac{299.792.458 \text{ m/s}}{19,9 \text{ MHz} \cdot 1} = 15,07 \text{ m.}$$

**1.35**

Zur Berechnung der optischen Eindringtiefe ist vorab die Bestimmung des Absorptionskoeffizienten  $\alpha$  für die gegebene Wellenlänge notwendig. Dieser ergibt sich gemäß Gl. 1.24 zu

$$\alpha = \frac{4\pi \cdot 1,5302 \cdot 9,1261 \cdot 10^{-9}}{405 \text{ nm}} = 0,004.333 \text{ cm}^{-1}.$$

Mit Gl. 1.25 ergibt sich die gesuchte optische Eindringtiefe dann zu

$$d_{\text{opt}} = \frac{1}{0,004.333 \text{ cm}^{-1}} = 230,79 \text{ cm}.$$

**1.36**

Die Schallwelle hat die Wellenlänge

$$\lambda_S = \frac{4500 \text{ m/s}}{150 \text{ MHz}} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ m}.$$

Gemäß Gl. 1.28 beträgt dann die Ablenkung der ersten Beugungsordnung

$$\theta_{\text{AO}} = \arcsin\left(\frac{1064 \text{ nm}}{2 \cdot 3 \cdot 10^{-5} \text{ m}}\right) = 1,02^\circ.$$

**1.37**

Die benötigte magnetische Flussdichte ergibt sich nach Umstellen von Gl. 1.30 zu

$$B = \frac{0,79 \text{ rad}}{5 \text{ cm} \cdot 134 \text{ rad/T} \cdot \text{m}} = 0,12 \text{ T}.$$

mit  $\theta_p = 45^\circ = 0.79 \text{ rad}$ .

**Lösungen der Übungsaufgaben aus Kapitel 2****Verständnisfragen****2.1**

Der Brechungsindex eines optischen Mediums ist der Quotient aus der Lichtgeschwindigkeit in Vakuum und der Lichtgeschwindigkeit innerhalb dieses Mediums.

**2.2**

Das Produkt aus Brechungsindex und geometrischer Weglänge ist die optische Weglänge *OWL*.

**2.3**

Das Snellius'sche Brechungsgesetz verknüpft den Einfallswinkel, die beiden beteiligten Brechungsindizes und den Brechungswinkel an einer optischen Grenzfläche.

**2.4**

Bei hohen Intensitäten kann der Brechungsindex nichtlinear werden, also nicht mehr proportional zur Feldstärke sein.

**2.5**

Die Nichtlinearität des Brechungsindex hängt direkt mit der elektrischen Suszeptibilität zusammen.

**2.6**

Doppelbrechung tritt in optisch anisotropen Medien auf. Der Grund hierfür ist die Abhängigkeit des Brechungsindex von der Lichtausbreitungsrichtung innerhalb solcher Medien.

**2.7**

Die Dispersion beschreibt, wie der Brechungsindex eines optischen Mediums von der Lichtwellenlänge bzw. -frequenz abhängt.

**2.8**

Die Dispersionseigenschaften optischer Medien werden durch die Sellmeier-Gleichung und die Abbe-Zahl charakterisiert.

**2.9**

Bei normaler Dispersion wird in optischen Medien ultraviolettes Licht (UV) stärker gebrochen als infrarotes (IR).

**2.10**

Zur Entstehung eines Regenbogens tragen die Brechung an der Grenzfläche Luft–Wasser bzw. Wasser–Luft, die Dispersion im Wassertropfen und die Totalreflexion an der Grenzfläche Wasser–Luft bei.

**2.11**

Der komplexe Brechungsindex enthält den Brechungsindex (Realteil) sowie den Extinktionskoeffizienten (Imaginärteil), der die Absorptionseigenschaften beschreibt.

**2.12**

Optische Medien weisen in der Regel eine geringe Absorption im sichtbaren Wellenlängenbereich auf.

**2.13**

- (a) Beim Durchgang durch ein optisches Medium erfährt ein Lichtstrahl eine exponentielle Abnahme seiner Ausgangsintensität.
- (b) Die grundlegende Materialeigenschaft ist hierbei der Extinktions- bzw. Absorptionskoeffizient des optischen Mediums.
- (c) Der Extinktions- bzw. Absorptionskoeffizient hängt maßgeblich von der Wellenlänge des Lichtstrahls ab.
- (d) Die exponentielle Abnahme der Ausgangsintensität in Abhängigkeit von der im optischen Medium zurückgelegten Strecke wird durch das Lambert-Beer'sche Gesetz bzw. Bouguer-Lambert'sche Gesetz (Gl. 2.15) beschrieben.

**2.14**

Beim Durchgang durch eine Glasscheibe unterliegt ein Lichtstrahl den Effekten Reflexion, Absorption und Streuung. Alle drei wirken sich auf die transmittierte Intensität aus.

**2.15**

Maxima des Extinktionskoeffizienten liegen bei den Resonanzwellenlängen vor. Der Realteil des Brechungsindex hat hier anders als bei normaler Dispersion eine negative Steigung, das Dispersionsverhalten ist anomal.

**2.16**

Bei der Reflexion sind Einfallswinkel und Ausfallswinkel betragsmäßig gleich.

**2.17**

Der Reflexionsgrad ist abhängig von der Polarisierung, den Brechungsindizes der beteiligten optischen Medien sowie dem Einfallswinkel.

**2.18**

Der Brewster-Winkel bezeichnet den Einfallswinkel, unter welchem parallel polarisiertes Licht nicht reflektiert wird.

**2.19**

- (a) Da der Reflexionsgrad für parallel polarisiertes Licht 0 beträgt, trifft der einfallende Lichtstrahl unter dem Brewster-Winkel auf die Glasplatte auf.
- (b) Der Einfallswinkel entspricht dem Brewster-Winkel, dieser ist gegeben durch den Arkustangens des Quotienten der Brechungsindizes der Glasplatte und des Umgebungsmediums, siehe Gl. 2.27.
- (c) Der Reflexionsgrad des senkrecht polarisierten Anteils kann bei dem gegebenen Einfallswinkel (hier: Brewster-Winkel) über die für diese Polarisationsrichtung gültige Fresnel'sche Formel (Gl. 2.24) berechnet werden.

**2.20**

Die Totalreflexion tritt nur beim Übergang von Licht aus einem optisch dichteren in ein optisch dünneres Medium auf.

**2.21**

Konstruktive bzw. destruktive Interferenz beschreibt die Verstärkung bzw. Auslöschung von Wellen bei deren kohärenter Überlagerung.

**2.22**

Das Auftreten von Interferenzeffekten hängt von der Kohärenzlänge ab, der Gangunterschied bestimmt die Art der Interferenz (konstruktiv oder destruktiv).

**2.23**

Die Lichtausbreitung in den geometrischen Schatten eines Objekts erfolgt aufgrund von Beugung. Diese beruht auf dem Wellencharakter von Licht und kann durch das Huygens'sche Prinzip erklärt werden.

**2.24**

Streuung entsteht durch die Ablenkung von Licht an mikroskopisch kleinen Objekten.

**Rechenaufgaben****2.25**

- (a) Nach Einsetzen der Werte in Gl. 2.1,

$$n_{\text{Medium}} = \frac{c_0}{c_{\text{Medium}}},$$



ergibt sich der Brechungsindex  $n_{\text{Medium}}$  zu 1,46.

(b) Es handelt sich bei dem optischen Medium um Quarzglas.

### 2.26

Zur Berechnung der Phasengeschwindigkeit der Lichtwelle ist vorab die Lichtgeschwindigkeit  $c_{\text{Medium}}$  innerhalb des gegebenen optischen Mediums zu ermitteln. Gemäß Gl. 2.1 ergibt sich diese zu

$$c_{\text{Medium}} = \frac{299.792.458 \text{ m/s}}{1,65} = 181.692.399 \text{ m/s.}$$

Die Frequenz der Lichtwelle  $f_{\text{Medium}}$  innerhalb des Medium beträgt dann gemäß Gl. 1.1

$$f = \frac{181.692.399 \text{ m/s}}{785 \text{ nm}} = 2,31 \cdot 10^{14} \text{ Hz.}$$

Aus Gl. 1.21 folgt die gesuchte Phasengeschwindigkeit dann zu

$$v_{\text{Ph}} = 2,32 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \cdot 785 \text{ nm} = 181.692.399 \text{ m/s,}$$

sie entspricht der Lichtgeschwindigkeit innerhalb des Mediums  $c_{\text{Medium}}$ .

### 2.27

Auflösen von Gl. 2.2 nach dem Brechungsindex und Einsetzen der Werte ergibt

$$n = \frac{\text{OWL}}{d} = 1,8.$$

### 2.28

Zur Bestimmung der Ablenkung  $\delta$  des Lichtstrahls von seiner ursprünglichen Ausbreitungsrichtung muss vorab der Brechungswinkel  $\varepsilon'$  berechnet werden. Dieser ergibt sich gemäß Gl. 2.4,

$$\varepsilon' = \arcsin\left(\frac{n_1 \cdot \sin \varepsilon}{n_2}\right),$$

zu  $32,12^\circ$ . Somit beträgt die Ablenkung gemäß Gl. 2.5

$$\delta = 45^\circ - 32,12^\circ = 12,88^\circ.$$

### 2.29

Aus Gl. 2.4 folgt für den Brechungsindex vor der Grenzfläche

$$n_1 = \frac{\sin \varepsilon_2 \cdot n_2}{\sin \varepsilon_1} = \frac{\sin 33,146^\circ \cdot 1,72}{\sin 45^\circ} = 1,33.$$

Bei dem Medium vor der Grenzfläche handelt es sich somit um Wasser.

### 2.30

Die Doppelbrechung ergibt sich direkt aus Gl. 2.12 zu

$$\Delta n_{\text{DB}} = 1,47 - 1,306 = 0,164.$$

### 2.31

(a) Nach Einsetzen der gegebenen Werte in Gl. 2.18 folgt

$$T_{\text{rein}} = e^{-\frac{0,001,604,5}{\text{cm}}} \cdot 1 \text{ cm} = 0,9984.$$

Es werden also 99,84 % der einfallenden Intensität transmittiert.

(b) Auflösen von Gl. 2.18 nach der Dicke  $d$  führt auf eine Logarithmusfunktion (Umkehrfunktion der Exponentialfunktion):

$$d = \frac{\ln T_{\text{rein}}}{-\alpha}.$$

Der Reintransmissionsgrad beträgt 10 % = 0,1. Nach Einsetzen der Werte für  $T_{\text{rein}}$  und  $\alpha$  ergibt sich  $d$  zu

$$d = \frac{\ln 0,1}{-0,001,604,5 \text{ cm}^{-1}} = 1435 \text{ cm}.$$

### 2.32

Aus Gl. 2.23,

$$R = r^2 = \left( \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2,$$

folgt direkt:

- (a)  $R_{\text{Luft-Glas}} = 4 \%$
- (b)  $R_{\text{Wasser-Glas}} = 0,36 \%$ .
- (c) Die unterschiedlichen Reflexionsgrade liegen in der jeweiligen Differenz der Brechungsindizes begründet. Gemäß Gl. 2.6 beträgt die relative Brechzahl  $n_{\text{rel}}$  für die Grenzfläche Luft-Glas 1,5 und für die Grenzfläche Wasser-Glas 1,13.

### 2.33

- (a) Die Berechnung der Reflexionsgrade für senkrecht und parallel polarisiertes Licht erfolgt über die Fresnel'schen Formeln, gegeben durch Gl. 2.24 und 2.25. Somit ergibt sich für senkrecht polarisiertes Licht ein Reflexionsgrad von

$$R_s(\varepsilon) = \left[ \frac{1,0003 \cdot \cos 56,294^\circ - 1,499,55 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{1,0003}{1,499,55} \cdot \sin 56,294^\circ\right)^2}}{1,0003 \cdot \cos 56,294^\circ + 1,499,55 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{1,0003}{1,499,55} \cdot \sin 56,294^\circ\right)^2}} \right]^2 = 0,1475 = 14,75 \, \%$$

Für parallel polarisiertes Licht beträgt der Reflexionsgrad

$$R_p(\varepsilon) = \left[ \frac{1,0003 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{1,0003}{1,499,55} \cdot \sin 56,294^\circ\right)^2} - 1,499,55 \cdot \cos 56,294^\circ}{1,0003 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{1,0003}{1,499,55} \cdot \sin 56,294^\circ\right)^2} + 1,499,55 \cdot \cos 56,294^\circ} \right]^2 = 4,5 \cdot 10^{-13} \approx 0 \, \%$$

- (b) Unter den gegebenen Bedingungen beträgt der Reflexionsgrad für parallel polarisiertes Licht (nahezu) 0. Der gegebene Einfallswinkel entspricht damit (nahezu) dem für die Brechungsindexunterschiede an der Grenzfläche geltenden Brewster-Winkel  $\varepsilon_B$ . Dieser beträgt hier gemäß Gl. 2.27  $\varepsilon_B = \arctan\left(\frac{1,499,55}{1,0003}\right) = 56,294^\circ$ .

### 2.34

Die Berechnung der jeweiligen Brewster-Winkel erfolgt mittels Gl. 2.27. Daraus ergibt sich für die gesuchten Winkeldifferenzen  $\Delta\varepsilon_B$ :

- (a)  $\Delta\varepsilon_B = \arctan\left(\frac{n_{\text{Wasser}}}{n_{\text{Quarzglas}}}\right) - \arctan\left(\frac{n_{\text{Luft}}}{n_{\text{Quarzglas}}}\right) = 42,33^\circ - 34,42^\circ = 7,91^\circ$   
 (b)  $\Delta\varepsilon_B = \arctan\left(\frac{n_{\text{Wasser}}}{n_{\text{Diamant}}}\right) - \arctan\left(\frac{n_{\text{Luft}}}{n_{\text{Diamant}}}\right) = 28,79^\circ - 22,46^\circ = 6,33^\circ$

### 2.35

- (a) Der gesuchte Brechungsindex  $n_{\text{Medium}}$  ergibt sich nach Umstellen von Gl. 2.27 zu

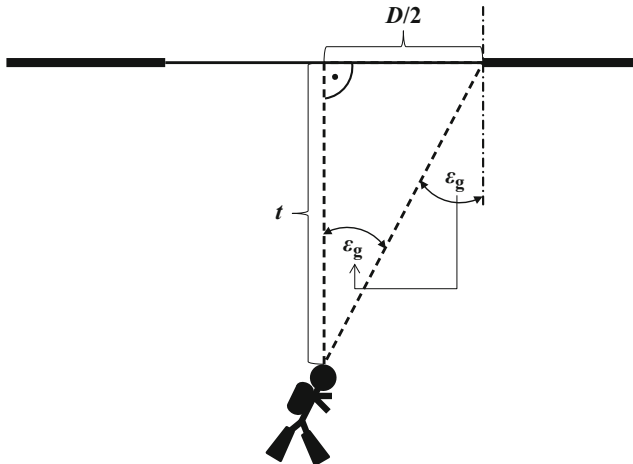
$$n_{\text{Medium}} = \tan \varepsilon_B \cdot n_{\text{Luft}} = 1,5.$$

- (b) In Wasser hätte man einen Brewster-Winkel von

$$\varepsilon_B = \arctan\left(\frac{1,5}{1,33}\right) = 48,44^\circ.$$

### 2.36

- (a) Der zugrundeliegende Effekt ist die Totalreflexion an der Grenzfläche Wasser–Luft.  
 (b) Die Bestimmung des Kreisdurchmessers  $D$  ergibt sich trigonometrisch, vgl. die Skizze.



- transparente Wasseroberfläche  
 — spiegelnde Wasseroberfläche

Zunächst muss der Grenzwinkel der Totalreflexion  $\varepsilon_g$  an der Grenzfläche Wasser–Luft berechnet werden, man erhält mit Gl. 2.28

$$\varepsilon_g = \arcsin\left(\frac{1}{1,33}\right) = 48,75^\circ.$$

Es gilt weiterhin

$$\tan \varepsilon_g = \frac{D/2}{t},$$

somit ergibt sich der Durchmesser des transparenten Kreises zu

$$D = 2 \cdot \tan \varepsilon_g \cdot t = 22,81 \text{ m}.$$

- (c) Weiter oben im Wasser beträgt der Kreisdurchmesser  $D_{t=5\text{ m}} = 11,41 \text{ m}$  bzw.  $D_{t=2\text{ m}} = 4,56 \text{ m}$ .

### 2.37

- (a) Gemäß Gl. 2.28 beträgt der Grenzwinkel der Totalreflexion für den Fall einer regennassen Frontscheibe

$$\varepsilon_g = \arcsin\left(\frac{1,33}{1,52}\right) = 61,04^\circ.$$

Dieser Winkel ist kleiner als der eingestellte Winkel von  $64^\circ$ , der Lichtstrahl würde also ausgekoppelt und der Regensensor würde ansprechen.

- (b) Bei einer Reinigung der Frontscheibe mit Ethanol würde der Regensensor ebenfalls reagieren, da der hierbei geltende Grenzwinkel

$$\varepsilon_g = \arcsin\left(\frac{1,36}{1,52}\right) = 63,47^\circ$$

ebenfalls kleiner als der eingestellte Winkel von  $64^\circ$  ist.

### 2.38

- (a) Der Gangunterschied ergibt sich aus den jeweiligen optischen Weglängen  $OWL$  beider Teilstrahlen. Für den ersten Teilstrahl beträgt diese gemäß Gl. 2.2,

$$OWL = n \cdot d,$$

$OWL_1 = 10$  cm. Die optische Weglänge des zweiten Teilstrahls,  $OWL_2$ , setzt sich aus drei Komponenten zusammen: Der Strecke in Luft von insgesamt 7 cm, der Strecke in Glas von insgesamt 1 cm sowie der Strecke in Öl von 2 cm. Damit ergibt sich  $OWL_2$  zu

$$\begin{aligned} OWL_2 &= n_{\text{Luft}} \cdot d_{\text{Luft}} + n_{\text{Glas}} \cdot d_{\text{Glas}} + n_{\text{Ol}} \cdot d_{\text{Ol}} = 7 \text{ cm} \\ &+ 1,4 \text{ cm} + 2,9 \text{ cm} = 11,3 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Der Gangunterschied beträgt also

$$\Delta s = 11,3 \text{ cm} - 10 \text{ cm} = 1,3 \text{ cm}.$$

- (b) Bei den wieder vereinigten Strahlen können Interferenzeffekte auftreten, da der Gangunterschied  $\Delta s$  kleiner als die Kohärenzlänge  $l_k$  des Helium-Neon-Lasers ist.

### 2.39

- (a) Die Berechnung der Winkel der Beugungsmaxima erfolgt mithilfe von Gl. 2.36 gemäß

$$\beta_{\max} = \pm \arcsin\left(\frac{(m + 0,5) \cdot 0,405 \text{ } \mu\text{m}}{500 \text{ } \mu\text{m}}\right).$$

Diese betragen dann:

- $\beta_{\max}(m = 1) = 0,07^\circ$ ,
- $\beta_{\max}(m = 2) = 0,12^\circ$  und
- $\beta_{\max}(m = 3) = 0,16^\circ$ .

(b) Zur Einordnung des vorliegenden Beugungstyps wird die Fresnel-Zahl  $F$  über Gl. 2.39 bestimmt. Diese beträgt

$$F = \frac{\left(\frac{500 \text{ } \mu\text{m}}{2}\right)^2}{1000 \text{ } \mu\text{m} \cdot 0,405 \text{ } \mu\text{m}} \approx 154$$

und kann somit als groß gegen 1 angesehen werden, es liegt also der Grenzfall der geometrischen Optik vor.

## Lösungen der Übungsaufgaben aus Kapitel 3

### Verständnisfragen

#### 3.1

Die Hauptbestandteile optischer Gläser sind der Netzbildner bzw. Glasbildner, das Flussmittel und der Netzwandler.

#### 3.2

Zur Herstellung optischer Gläser wird ein pulverförmiges Gemenge aus den einzelnen Glasbestandteilen gemischt. Dieses wird dann niedergeschmolzen, durch Erhöhung der Temperatur geläutert (homogenisiert) und anschließend kontrolliert abgekühlt und geformt.

#### 3.3

Die genannten Gläser besitzen unterschiedliche Glasbildner: Siliciumdioxid bei Silicatgläsern, Bortrioxid bei Boratgläsern, Phosphorpentoxid bei Phosphatgläsern sowie Siliciumdioxid und Bortrioxid bei Borosilicatgläsern.

#### 3.4

Optische Gläser sind homogen und isotrop. Im Gegensatz zu Kristallen haben sie keine Fernordnung der atomaren/molekularen Bestandteile und zeigen keine richtungsabhängige Wirkung auf einfallendes Licht.

#### 3.5

Die Glasübergangstemperatur  $T_g$  ist eine fiktive Temperatur, bei welcher eine Glasschmelze in den Zustand einer unterkühlten Flüssigkeit übergeht. Sie ergibt sich aus einer Linearextrapolation der Abkühlkurve der Glasschmelze im sogenannten Transformationsbereich.

#### 3.6

Wird eine Glasschmelze ungleichmäßig abgekühlt, können mechanische Spannungen im Glas entstehen, die wiederum eine Spannungsdoppelbrechung hervorrufen können.

**3.7**

Glas weist während des Abkühlens keinen klar definierten Erstarrungspunkt auf. Es wird aus werkstoffwissenschaftlicher Sicht als eine stark unterkühlte Flüssigkeit angesehen.

**3.8**

Die Beschreibung der Dispersionseigenschaften optischer Gläser kann durch die Angabe der Sellmeier-Gleichung und von deren Koeffizienten, über die Abbe-Zahl und die Analyse von Teildispersionen erfolgen.

**3.9**

Die optischen Eigenschaften von optischen Gläsern werden meist in Form des Abbe-Diagramms dargestellt, in welchem man den Brechungsindex über der Abbe-Zahl aufträgt.

**3.10**

Krongläser sind optische Gläser mit niedriger Dispersion, wohingegen Flintgläser eine hohe Dispersion aufweisen.

**3.11**

Die Grenze zwischen Kron- und Flintgläsern liegt bei einer Abbe-Zahl von ca. 50. Also ist ein optische Glass mit einer Abbe-Zahl von 34 ein hochdispersives Glas, d. h. ein Flintglas.

**3.12**

Örtliche begrenzte Inhomogenitäten des Brechungsindex werden als Schlieren bezeichnet. Diese lassen sich auch über Kerzenflammen oder stark erhitztem Asphalt als örtlich begrenzte Fluktuationen des Brechungsindex der Luft beobachten.

**3.13**

Die Temperaturabhängigkeit des Brechungsindex eines optischen Glases wird durch den Temperaturkoeffizienten der Brechung spezifiziert.

**3.14**

Im Glas vorliegende Luft- und Gasblasen, Kristalle, Staubpartikel und Steinchen können einfallendes Licht diffus streuen.

**3.15**

Gläser werden durch Säuren, Laugen und Wasserdampf angegriffen, was sich in der Angabe der jeweiligen Resistenzklassen ausdrückt. Eine besonders starke Wirkung hat Flusssäure auf Glas, eine stetige Einwirkung von Wasserdampf kann Glas zudem altern lassen und einen trüben, milchigen Überzug auf der Glasoberfläche erzeugen, der nebenbei erwähnt auch als Glasrost bezeichnet wird.

**3.16**

Für optische Gläser gilt die Knoop-Härteskala *HK*.

**3.17**

Die ultravioletten Wellenlängenbereiche VUV und FUV (100–280 nm) liegen unterhalb der fundamentalen Absorptionskante optischer Gläser, somit eignen sich optische Gläser nicht zur Herstellung solcher Objektivs.

**3.18**

Zur Herstellung IR-transparenter optischer Komponenten eignen sich verschiedene optische Kristalle wie z. B. Zinkselenid oder Galliumarsenid.

**3.19**

Optische Rotatoren und Isolatoren nutzen den auch als Faraday-Effekt bezeichneten magnetooptischen Effekt. Dieser basiert auf der Wechselwirkung eines Kristalls mit einem externen Magnetfeld, die durch die Verdet-Konstante des Kristalls bestimmt wird.

**3.20**

Durch Ausnutzen der Doppelbrechung (ordentlicher und außerordentlicher Brechungsindex mit jeweils unterschiedlichen Werten) können polarisierende und verzögernde optische Komponenten realisiert werden. Ein optisches Medium mit hoher Doppelbrechung ist Kalkspat.

**3.21**

Die Nutzung des nichtlinearen Effekts der Frequenzverdopplung bzw. -vervielfachung erlaubt die Konversion der Wellenlänge von Licht, das in ein geeignetes optisches Medium einfällt und eine ausreichende Intensität aufweist. Der Kristall Kaliumdeuteriumphosphat ist hierfür ein geeignetes Medium. Eine Frequenzverdopplung entspricht der Halbierung der Wellenlänge. So kann beispielsweise die fundamentale infrarote Wellenlänge eines Nd:YAG-Lasers ( $\lambda_f = 1064 \text{ nm}$ ) in sichtbares Licht ( $\lambda_f/2 = 532 \text{ nm}$ ) oder ultraviolettes Licht ( $\lambda_f/3 = 355 \text{ nm}$ ,  $\lambda_f/4 = 266 \text{ nm}$ ) konvertiert werden.

**3.22**

Glaskeramik ist teilkristallines Glas mit einer besonders hohen mechanischen Festigkeit und einem niedrigen thermischen Ausdehnungskoeffizienten.

**3.23**

Gradientenindexmaterial weist einen räumlich variablen Brechungsindex auf, der etwa in einer entsprechenden Glasfaser radial zum Rand hin abnimmt.

**3.24**

Optische Kunststoffe können besonders dann eingesetzt werden, wenn keine allzu hohen Anforderungen an die Abbildungsqualität gestellt werden, da sie eine relativ hohe Brechungsindexinhomogenität aufweisen. Sie eignen sich besonders, um kostengünstig hohe Stückzahlen zu fertigen, und stellen aufgrund ihres geringen Gewichts ein bevorzugtes Material zur Herstellung von preiswerten Brillengläsern dar.

**3.25**

Optische Flüssigkeiten dienen zur Erhöhung der Numerischen Apertur von Objektiven, zur Realisierung adaptiver Linsen oder zur Bestimmung des Brechungsindex von transparenten Objekten.

**Rechenaufgaben****3.26**

Eine Aussage darüber, ob es sich bei dem gegebenen Glas um ein Kron- oder ein Flintglas handelt, kann durch die Ermittlung der Abbe-Zahl getroffen werden. Wählt man dazu die Abbe-Zahl  $\nu_e$ , so benötigt man zunächst die Brechungsindizes



$n_e$ ,  $n_{F'}$  und  $n_{C'}$ . Diese können unter Verwendung der gegebenen Sellmeier-Koeffizienten über die Sellmeier-Gleichung,

$$n(\lambda) = \sqrt{1 + \frac{B_1 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - C_3}},$$

bestimmt werden. Dabei ist für die Wellenlänge  $\lambda$  jeweils 546,0740 nm, 479,9914 nm bzw. 643,8469 nm einzusetzen (hierbei handelt es sich um die Fraunhofer-Linien e, F' und C'; achten Sie auf die Wellenlängeneinheiten der Sellmeier-Koeffizienten). Daraus ergeben sich die gesuchten Brechungsindizes zu

- $n_e = 1,518.72$ ,
- $n_{F'} = 1,522.83$  und
- $n_{C'} = 1,514.72$ .

Nach Einsetzen der ermittelten Brechungsindizes in Gl. 3.3 ergibt sich die Abbe-Zahl  $\nu_e$  zu

$$\nu_e = \frac{1,518.72 - 1}{1,522.83 - 1,514.72} = 63.96.$$

Dieser Wert ist deutlich größer als der Grenzwert von  $\nu_e = 50$ , es handelt sich somit um ein Kronglas.

### 3.27

(a) Die jeweiligen Abbe-Zahlen ergeben sich aus Gl. 3.3 und 3.4 zu

$$\nu_e = \frac{1,704.38 - 1}{1,716.77 - 1,693.26} = 29,96,$$

bzw.

$$\nu_d = \frac{1,698.92 - 1}{1,715.36 - 1,692.22} = 30,20.$$

Die Differenz  $\nu_d - \nu_e$  beträgt somit 0,24.

(b) Beide Abbe-Zahlen sind deutlich kleiner als der Grenzwert von 50, es handelt sich somit um ein Flintglas.

### 3.28

Bei den gegebenen Wellenlängen handelt es sich um die Fraunhofer-Linien e, F' und C' (Tab. 3.2). Die Dispersionseigenschaften können also durch Berechnen der Abbe-Zahl

$$\nu_e = \frac{n_e - 1}{n_{F'} - n_{C'}}$$

(Gl. 3.3) bestimmt werden. Es ergeben sich folgende Abbe-Zahlen:

- Medium 1:  $\nu_e = 72,43$
- Medium 2:  $\nu_e = 25,46$

Medium 1 weist somit eine geringe, Medium 2 hingegen eine hohe Dispersion auf.

### 3.29

Zur Berechnung kann Gl. 2.23 herangezogen werden,

$$R = \left( \frac{n_{\text{Glas}} - n_{\text{Luft}}}{n_{\text{Glas}} + n_{\text{Luft}}} \right)^2,$$

da der Einfallswinkel  $0^\circ$  beträgt. Durch Umstellen von Gl. 2.23 nach dem gesuchten Brechungsindex  $n_{\text{Glas}}$  erhält man:

$$n_{\text{Glas}} = \frac{n_{\text{Luft}} \cdot (\sqrt{R} + 1)}{1 - \sqrt{R}}.$$

Nach Einsetzen der gegebenen Reflexionsgrade in diese Gleichung ergibt sich (beachten Sie die Reihenfolge der Linien!):

- $n_{\text{Glas}}(546 \text{ nm}) = 1,7998$
- $n_{\text{Glas}}(480 \text{ nm}) = 1,8087$  und
- $n_{\text{Glas}}(644 \text{ nm}) = 1,7771$ .

Die Identifikation der Glassorte erfolgt über die Bestimmung der Abbe-Zahl. Nach Einsetzen der errechneten Werte für die Brechungsindizes in Gl. 3.3,

$$\nu_e = \frac{n_e - 1}{n_{F'} - n_{C'}},$$

ergibt sich  $\nu_e = 25,31$ . Dieser Wert ist signifikant kleiner als der Grenzwert  $\nu_e = 50$ , es handelt sich also um ein Flintglas (in vorliegendem Fall um ein sogenanntes Schwerflintglas).

### 3.30

Nach Auflösen von Gl. 3.5 nach der Hauptdispersion ( $n_F - n_C$ ) und Einsetzen der Werte ergibt sich diese zu

$$n_F - n_C = \frac{1,498.45 - 1,497}{0,2388} = 0,006.07.$$

**3.31**

Nach Umstellen von Gl. 3.3 und Einsetzen der gegebenen Werte ergibt sich  $n_e$  zu

$$n_e = \nu_e \cdot (n_{F'} - n_{C'}) + 1 = 1,518.47.$$

**3.32**

Nach Umstellen von Gl. 3.6 ergibt sich die mechanische Spannung zu

$$\sigma = \frac{6,5475 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^2}{10 \cdot 2,91 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mm}^2}{\text{N}} \cdot 5 \text{ mm}} = 45 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}.$$

**3.33**

Die gesuchte Dicke des Glasprüflings kann durch Umstellen von Gl. 3.7 bestimmt werden:

$$d = \frac{316,5 \text{ nm}}{2 \cdot 2,532 \cdot 10^{-6}} = 6,25 \text{ cm}.$$

mit  $\lambda/2 = 316,5 \text{ nm}$ .

**3.34**

(a) Nach Umstellen von Gl. 3.11 und Einsetzen der Werte ergibt sich die Längenänderung des Stabs aus Glaskeramik zu

$$\Delta l = \alpha_{\text{th}} \cdot l_0 \cdot \Delta T = 3 \cdot 10^{-5} \text{ mm}.$$

(b) Analog zu a) beträgt die Längenänderung des Stabs aus optischem Glas  $3,81 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$ .

## Lösungen der Übungsaufgaben aus Kapitel 4

### Verständnisfragen

**4.1**

Eine Planplatte beeinflusst zwar nicht die Ausbreitungsrichtung eines Lichtstrahls, verursacht aber einen Parallel- und einen Längsversatz, die von Dicke und Brechungsindex der Platte abhängen.

**4.2**

Umlenkprismen können zur Faltung eines optischen Strahlengangs durch Umlenkung von Lichtstrahlen sowie zur Bildumkehr verwendet werden.

**4.3**

Umlenkprismen werden unter anderem in Ferngläsern und Periskopen zur Faltung des Strahlenganges und zum Umkehren des sonst „auf dem Kopf stehenden“ Gesichtsfelds eingesetzt.

**4.4**

Die wellenlängenselektive Ablenkung ergibt sich aus der Prismengeometrie und den Dispersionseigenschaften des Prismenmaterials, dabei gilt für jede im Einfallslight enthaltene Wellenlänge ein spezifischer Ablenkwinkel. Ein Dispersionsprisma eignet sich zur Spektralanalyse von polychromatischem Licht. Dispersionsprismen können darüber hinaus zur Erzeugung ultrakurzer Laserpulse verwendet werden.

**4.5**

Ein konkaver Wölbspiegel fokussiert ein kollimiertes und parallel zur optischen Achse einfallendes Lichtbündel, wohingegen ein konvexer Wölbspiegel ein solches Lichtbündel defokussiert.

**4.6**

Eine fokussierende Linse wird als Sammellinse, eine defokussierende als Zerstreuungslinse bezeichnet.

**4.7**

Optische Linsen unterscheiden sich im Wesentlichen durch die Oberflächenform ihrer optisch wirksamen Flächen. Dazu zählen unter anderem sphärische, asphärische oder zylindrische Oberflächen.

**4.8**

Aus dem Linsenmaterial, der Dicke und den Krümmungsradien ergibt sich die Brennweite einer Linse.

**4.9**

Bei metallischen Spiegelschichten wird die Reflexion durch den hohen Reflexionsgrad der metallischen Schichtoberfläche hervorgerufen. Dielektrische Spiegelschichten beruhen dahingegen auf dem Prinzip der Lichtverstärkung durch konstruktive Interferenz.

**4.10**

Der Reflexionsgrad einer metallischen Spiegelschicht ist (nahezu) nicht veränderbar und durch die Materialeigenschaften des Metalls gegeben. Eine dielektrische Spiegelschicht hingegen kann durch die Anordnung unterschiedlicher Einzelschichten mit verschiedenen Brechungsindizes auf bestimmte Wellenlängen abgestimmt werden.

**4.11**

Zur Realisierung dielektrischer optischer Schichten kommen unter anderem Magnesiumfluorid, Siliciumdioxid, Aluminiumoxid, Zirconiumdioxid, Zinksulfid oder Titanoxid zum Einsatz.

**4.12**

Dielektrische Antireflexschichten beruhen auf der destruktiven Interferenz von Lichtwellen. Dazu muss die Schichtdicke ein Viertel der Wellenlänge betragen.

**4.13**

Polychromatisches Licht kann man mit einem Dispersionsprisma oder einem Beugungsgitter in seine spektralen Anteile zerlegen.

**4.14**

Unpolarisiertes Licht wird von einer Planplatte polarisiert, wenn der Einfallswinkel des Lichts dem Brewster-Winkel entspricht. Dieser ergibt sich aus den Fresnel'schen Formeln. Wenn parallel polarisiertes Licht einfällt, wird es an der Grenzfläche der Platte nicht reflektiert, sondern (nahezu) vollständig transmittiert.

**4.15**

Licht verlässt eine Stufenindexfaser nicht, solange der Grenzwinkel der Totalreflexion an der inneren Grenzfläche nicht unterschritten wird. Dies erreicht man, wenn der Einfallswinkel kleiner als der Akzeptanzwinkel bleibt.

**4.16**

Der Akzeptanzwinkel einer Stufenindexfaser ergibt sich aus den Brechungsindizes von Faserkern und Fasermantel.

**4.17**

Licht kann in Stufenindexfasern durch Absorption, Streuung und Auskopplung wegen Unterschreitens des Grenzwinkels der Totalreflexion an Intensität verlieren, also gedämpft werden.

**4.18**

Gradientenindexfasern sind eine weitere Art von Lichtwellenleitern. Im Gegensatz zu Stufenindexfasern haben sie einen stetigen radialen Gradienten des Brechungsindex.

**Rechenaufgaben****4.19**

Nach Einsetzen der gegebenen Werte in Gl. 4.1,

$$V_p = d \cdot \sin \varepsilon_{\text{ein}} \cdot \left( 1 - \frac{\cos \varepsilon_{\text{ein}}}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon_{\text{ein}}}} \right),$$

erhält man  $V_p = 3,4$  mm für  $n = 1,4$  und  $V_p = 5$  mm für  $n = 1,8$ . Der Unterschied beträgt somit 1,6 mm.

**4.20**

Der Strahlverlauf durch die drei Platten kann mithilfe des Snellius'schen Brechungsgesetzes gemäß Gl. 2.3 berechnet werden. Der Brechungswinkel an der ersten Grenzfläche Luft–Platte A beträgt somit

$$\varepsilon' = \arcsin\left(\frac{1 \cdot \sin 40^\circ}{1,5}\right) = 25,37^\circ.$$

Analog dazu betragen die Brechungswinkel an der Grenzfläche von Platte A zu Platte B  $20,92^\circ$  und an der Grenzfläche von Platte B zu Platte C  $27,33^\circ$ . Daraus folgt ein Austrittswinkel an der Grenzfläche von Platte C zu Luft von  $40^\circ$ . Der Austrittswinkel entspricht somit dem Einfallswinkel, da die drei planparallelen Platten in Summe wie eine planparallele Platte wirken und somit keine Ablenkung des Lichtstrahls von seiner ursprünglichen Ausbreitungsrichtung auftritt. Dies trifft generell

für jede Kombination optischer Gläser zu, solange die Umgebungsmedien vor und nach dem Plattenstapel den gleichen Brechungsindex aufweisen.

#### 4.21

Durch Auflösen von Gl. 4.2 nach dem gesuchten Brechungsindex,

$$n = \frac{d}{d - V_{\text{BE}}},$$

und Einsetzen der gegebenen Werte ergibt sich dieser zu 1,65.

#### 4.22

Die Abbe-Zahl  $\nu_e$  ist durch die Brechungsindizes bei den genannten Fraunhofer-Linien gegeben. Diese Brechungsindizes können nach Umstellen von Gl. 4.3 nach dem Brechungsindex gemäß

$$n = \frac{\delta}{\gamma} + 1$$

bestimmt werden. Daraus ergeben sich die Brechungsindizes des Keilmaterials zu

- $n_e = 1,571.25$ ,
- $n_{F'} = 1,576.49$  und
- $n_{C'} = 1,566.24$ .

Nach Einsetzen der so ermittelten Brechungsindizes in Gl. 3.3 ergibt sich die gesuchte Abbe-Zahl dann zu

$$\nu_e = \frac{1,571.25 - 1}{1,576.49 - 1,566.24} = 55,732.$$

#### 4.23

Aus den gegebenen Parametern ergibt sich gemäß Gl. 4.4 nach Brechung des Lichtstrahls an der ersten Grenzfläche ein Brechungswinkel von

$$\varepsilon_1' = \arcsin\left(\frac{\sin 27^\circ}{1,5}\right) = 17,62^\circ.$$

Nach Einsetzen von  $\varepsilon_1'$  in Gl. 4.5 folgt

$$\varepsilon_2 = 60^\circ - 17,62^\circ = 42,38^\circ.$$

Nach Einsetzen von  $\varepsilon_2$  in Gl. 4.6 ergibt sich für  $\varepsilon_2'$  **keine Lösung**, da das Argument des Arkussinus  $> 1$  ist. Somit kann auch die Ablenkung  $\delta$  über Gl. 4.7 nicht bestimmt werden.

Zur Interpretation: Der Winkel  $\varepsilon_2'$  kann nicht bestimmt werden, da  $\varepsilon_2$  an der Grenzfläche Prisma–Luft größer ist als der Grenzwinkel der Totalreflexion. Dieser beträgt gemäß Gl. 2.28

$$\varepsilon_g = \arcsin\left(\frac{1}{1,5}\right) = 41,81^\circ < \varepsilon_2 = 42,38^\circ.$$

**4.24**

Nach Umstellen von Gl. 4.7 ergibt sich für den Prismenwinkel

$$\gamma = \varepsilon_1 + \varepsilon_2' - \delta.$$

Der noch unbekannte Austrittswinkel  $\varepsilon_2'$  nach Brechung des Lichtstrahls an der zweiten Grenzfläche des Prismas folgt aus Gl. 4.6 zu

$$\varepsilon_2' = \arcsin(1,52 \cdot \sin 40,2^\circ) = 78,84^\circ.$$

Somit beträgt der Prismenwinkel

$$\gamma = 15^\circ + 78,84^\circ - 43,84^\circ = 50^\circ.$$

**4.25**

- (a) Durch Einsetzen der gegebenen Werte in Gl. 4.10 erhält man den gesuchten Brechungsindex gemäß

$$n = \frac{\sin \frac{37,18^\circ + 60^\circ}{2}}{\sin \frac{60^\circ}{2}} = 1,5.$$

- (b) Der Einfallswinkel auf der ersten Grenzfläche des Prismas ergibt sich im vorliegenden Falle des Minimums der Ablenkung gemäß Gl. 4.9 zu

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2' = \arcsin\left(1,5 \cdot \sin \frac{60^\circ}{2}\right) = 48,6^\circ.$$

**4.26**

Zur Bestimmung des Dispersionswinkels berechnet man vorab die wellenlänge-nabhängigen Ablenkungen  $\delta(\lambda_1)$  und  $\delta(\lambda_2)$ , gemäß der Vier-Schritt-Methode aus Abschn. 4.2 unter Zuhilfenahme von Gl. 4.4 bis Gl. 4.7. Daraus ergibt sich für  $\lambda_2 = 405 \text{ nm}$  über

$$\varepsilon_1' = \arcsin\left(\frac{\sin 15^\circ}{1,84}\right) = 8,09^\circ,$$

$$\varepsilon_2 = 40^\circ - 8,09^\circ = 31,91^\circ \text{ und}$$

$$\varepsilon_2' = \arcsin (1,84 \cdot \sin 31,91^\circ) = 76,56^\circ$$

für  $\lambda_2$  eine Ablenkung von

$$\delta(\lambda_2) = 15^\circ + 76,56^\circ - 40^\circ = 51,56^\circ.$$

Analog dazu ergeben sich für  $\lambda_1 = 656 \text{ nm}$   $\varepsilon_1'$  zu  $8,36^\circ$ ,  $\varepsilon_2$  zu  $31,64^\circ$ ,  $\varepsilon_2'$  zu  $69,03^\circ$  und folglich  $\delta(\lambda_2)$  zu  $44,03^\circ$ . Nach Einsetzen beider ermittelten Ablenkungen in Gl. 4.11 erhält man für den Dispersionswinkel

$$\delta_D = 51,56^\circ - 44,03^\circ = 7,53^\circ.$$

#### 4.27

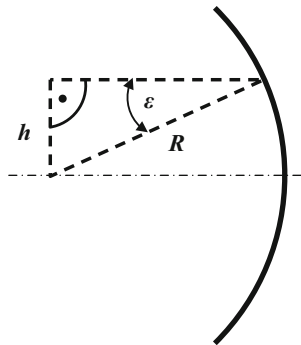
- (a) Die Brennweite des Wölbspiegels beträgt gemäß Gl. 4.12  $f = R/2 = 100 \text{ mm}$ .  
 (b) Die Berechnung der Brennweiten bei einer Strahleinfallshöhe von 50 mm, 100 mm bzw. 150 mm erfolgt mittels Gl. 4.13, gegeben durch

$$f = R \cdot \left( 1 - \frac{1}{2 \cdot \cos \varepsilon} \right).$$

Dazu ist zunächst die Ermittlung des jeweiligen Einfallswinkels  $\varepsilon$  nötig, der sich mit der trigonometrischen Beziehung

$$\sin \varepsilon = \frac{h}{R}$$

ergibt, siehe dazu die nachfolgende Skizze.



Die Einfallswinkel betragen dann

- $\varepsilon = 14,48^\circ$  für  $h = 50 \text{ mm}$ ,
- $\varepsilon = 30^\circ$  für  $h = 100 \text{ mm}$  und
- $\varepsilon = 48,59^\circ$  für  $h = 150 \text{ mm}$ .



Nach Einsetzen in Gl. 4.13 ergeben sich die jeweiligen Brennweiten zu

- $f = 96,72$  mm für  $h = 50$  mm,
- $f = 84,53$  mm für  $h = 100$  mm und
- $f = 48,82$  für  $h = 150$  mm.

Die Brennweiten ändern sich im Vergleich zum eingangs betrachteten Fall einer geringen Strahleinfallshöhe also um die Beträge

- $\Delta f = 3,28$  mm für  $h = 50$  mm,
- $\Delta f = 15,47$  mm für  $h = 100$  mm und
- $\Delta f = 51,18$  mm für  $h = 150$  mm.

#### 4.28

(a) Gemäß Gl. 4.15 ergibt sich die Brennweite zu

$$f = \frac{1}{1,5 - 1} \cdot \left( \frac{50 \text{ mm} \cdot (-100 \text{ mm})}{(-100 \text{ mm}) - 50 \text{ mm}} \right) = 66,7 \text{ mm}$$

(b) Nach Einsetzen der Werte in Gl. 4.18 ergibt sich die Brennweite zu

$$f = \frac{1}{1,5 - 1} \cdot \frac{1,5 \cdot 50 \text{ mm} \cdot (-100 \text{ mm})}{(1,5 - 1) \cdot 80 \text{ mm} + 1,5 \cdot ((-100 \text{ mm}) - 50 \text{ mm})} = 81,1 \text{ mm}.$$

(c) Die Mittendicke einer Linse hat einen merklichen Einfluss auf die Brennweite einer Linse, im vorliegenden Fall ist die Brennweite 14,4 mm größer als bei einer dünnen Linse mit gleichen Krümmungsradien.

#### 4.29

Gemäß Gl. 4.16 beträgt die Brennweite  $f_{\text{bi}}$  der symmetrisch bikonvexen dünnen Linse

$$f_{\text{bi}} = \frac{1}{1,54 - 1} \cdot \frac{100 \text{ mm}}{2} = 92,59 \text{ mm}.$$

Die Brennweite der plankonvexen dünnen Linse folgt aus Gl. 4.17 zu

$$f_{\text{pk}} = \frac{100 \text{ mm}}{1,54 - 1} = 185,19 \text{ mm}.$$

Die Brennweite der bikonvexen Linse ist doppelt so groß wie die der plankonvexen Linse.

**4.30**

Die gesuchten Krümmungsradien ergeben sich nach Umstellen von Gl. 4.16 und Gl. 4.17. Daraus folgt für eine symmetrisch bikonvexe Linse ein erforderlicher Krümmungsradius von

$$R = 2 \cdot 100 \text{ mm} \cdot (1,55 - 1) = 110 \text{ mm}$$

und für eine plankonvexe Linse ein Krümmungsradius von

$$R = 100 \text{ mm} \cdot (1,55 - 1) = 55 \text{ mm}.$$

**4.31**

Auflösen von Gl. 4.19 nach dem gesuchten Brechungsindex ergibt

$$n = 1 + \frac{R^2}{2 \cdot f \cdot d} + \sqrt{\left(\frac{R^2}{2 \cdot f \cdot d} + 1\right)^2 - 1}.$$

Nach Einsetzen der gegebenen Werte berechnet sich der Brechungsindex zu  $\approx 1,438$ .

**4.32**

Aus Gl. 4.20 und aufgrund der Tatsache, dass eine Dioptrie der Kehrwert eines Meters ist ( $1 \text{ dpt} = 1 \text{ m}^{-1}$ ), ergibt sich die Brennweite zu

$$f = \frac{1}{60 \text{ dpt}} = 16,7 \text{ mm}.$$

**4.33**

Durch Umstellen von Gl. 4.22 und Einsetzen von gegebener Schichtdicke und Wellenlänge ergibt sich der Brechungsindex des Schichtmaterials zu

$$n_{\text{Schicht}}(\lambda) = \frac{589 \text{ nm}}{2 \cdot 135 \text{ nm}} = 2,18.$$

Dies entspricht dem Brechungsindex  $n_{\text{D}}$  des in Tab. 4.1 gelisteten Schichtmaterials Zirkoniumdioxid.

**4.34**

Gemäß Gl. 4.22 und 4.24 ergeben sich die Schichtdicken zu

$$d_{\text{Schicht}}(\lambda) = \frac{1064 \text{ nm}}{2 \cdot 1,6} = 332,5 \text{ nm}$$

für den Fall einer konstruktiven Interferenz und zu

$$d_{\text{Schicht}}(\lambda) = \frac{1064 \text{ nm}}{4 \cdot 1,6} = 166,25 \text{ nm}$$

für eine destruktive Interferenz.

**4.35**

Da ein Reflexionsmaximum vorliegt, muss konstruktive Interferenz vorliegen. Daher berechnet man den Brechungsindex über die nach  $n(\lambda)$  aufgelöste Gl. 4.22 gemäß

$$n_{\text{Schicht}}(\lambda) = \frac{633 \text{ nm}}{300 \text{ nm}} = 2,11.$$

**4.36**

Die Brechungsindizes der vorgegebenen Schichtmaterialien können aus Tab. 4.1 entnommen werden, sie betragen  $n_{\text{M1}} = 2,52$  (Titanoxid) bzw.  $n_{\text{M2}} = 1,38$  (Magnesiumfluorid). Durch Einsetzen dieser Werte in Gl. 4.23 ergibt sich die Gesamtreflexion des Schichtsystems zu

$$R_{\text{tot}} = \left( \frac{1 - \left( \frac{2,52}{1,38} \right)^{10}}{1 + \left( \frac{2,52}{1,38} \right)^{10}} \right)^2 = 0,9903 = 99,03 \text{ \%}.$$

**4.37**

Eine  $\lambda/2$ -Platte für eine Wellenlänge von 1064 nm muss eine optische Weglängendifferenz  $d \cdot (n_{\text{langsam}} - n_{\text{schnell}})$  von 532 nm aufweisen (Gl. 4.30). Somit erhält man für die Dicke der Platte

$$d = \frac{532 \text{ nm}}{0,164} = 3,24 \text{ }\mu\text{m}.$$

**4.38**

(a) Der Akzeptanzwinkel der Faser ergibt sich gemäß Gl. 4.31 zu

$$\theta_{\text{max}} = \arcsin\left(\sqrt{1,5^2 - 1,45^2}\right) = 22,59^\circ.$$

Gemäß Gl. 4.32 beträgt die Numerische Apertur dann

$$NA = \sin \theta_{\text{max}} = 0,38.$$

(b) Der Brechungsindex des Umgebungsmediums Wasser kann aus Tab. 2.1 entnommen werden, er beträgt 1,33. Nach Einsetzen der Werte in Gl. 4.31 ergibt sich der Akzeptanzwinkel dann zu

$$\theta_{\text{max}} = \arcsin\left(\frac{1}{1,33} \cdot \sqrt{1,5^2 - 1,45^2}\right) = 16,78^\circ$$

und die Numerische Apertur somit zu 0,29. Hervorgerufen durch die Änderung des Umgebungsmediums verringern sich der Akzeptanzwinkel also um  $5,8^\circ$  und die Numerische Apertur um 0,09.

**4.39**

Das Verhalten der Faser ergibt sich aus dem Faserparameter. Zu dessen Bestimmung muss vorab der Brechungsindex des Fasermantelmaterials,  $n_M$ , ermittelt werden. Dieser ergibt sich nach Umstellen von Gl. 2.28 zu

$$n_M = \sin 74,9^\circ \cdot 1,45 = 1,4.$$

Damit kann man den Faserparameter mit Gl. 4.34 bestimmen:

$$V = \frac{5 \text{ } \mu\text{m} \cdot \pi}{0,405 \text{ } \mu\text{m}} \cdot \sqrt{1,45^2 - 1,4^2} = 14,64.$$

Dieser Wert ist deutlich größer als der Grenzwert von 2,4048, es handelt sich im vorliegenden Fall also um eine Multimodefaser.

**4.40**

Monomodefasern haben einen Faserparameter  $V < 2,4048$ . Nach Auflösen von Gl. 4.34 nach dem Kerndurchmesser und Einsetzen der Werte ergibt sich der maximale Kerndurchmesser zu

$$D_{K, \max} = \frac{2,4048 \cdot 0,633 \text{ } \mu\text{m}}{\pi \cdot \sqrt{1,48^2 - 1,4^2}} = 1,01 \text{ } \mu\text{m}.$$

**4.41**

Umstellen von Gl. 4.35 und Einsetzen der Werte führt auf die gesuchte Wellenlänge:

$$\lambda = d_{\text{ev}} \cdot 2\pi \cdot \sqrt{n_{\text{eff}}^2 - n_M^2} \approx 633 \text{ nm}.$$

Der Laser, der diese Lichtwellenlänge liefert, ist ein Helium-Neon-Gaslasers.

**4.42**

Aus Gl. 4.36 folgt für den Anteil der ausgekoppelten Moden:

$$\Delta N = \frac{D_K \cdot n_M^2}{R \cdot NA^2}.$$

Zu dessen Ermittlung benötigen wir die Numerische Apertur der Faser, wofür wir Gl. 4.31 und Gl. 4.32 zu Hilfe nehmen:

$$\theta_{\max} = \arcsin\left(\sqrt{1,5^2 - 1,4^2}\right) = 32,58^\circ,$$

$$NA = \sin \theta_{\max} = 0,54.$$

Daraus folgt abschließend für den prozentualen Anteil der ausgekoppelten Moden:

$$\Delta N = \left( \frac{0,2 \text{ mm} \cdot 1,4^2}{100 \text{ mm} \cdot 0,54^2} \right) = 0,0134 = 1,34 \text{ \%}.$$

## Lösungen der Übungsaufgaben aus Kapitel 5

### Verständnisfragen

#### 5.1

Die drei Abbildungsmodelle sind das paraxiale Abbildungsmodell, das geometrisch-optische Abbildungsmodell und das wellenoptische Abbildungsmodell.

#### 5.2

Das paraxiale Abbildungsmodell besitzt für kleine Apertur- bzw. Öffnungswinkel von maximal ca.  $5^\circ$  Gültigkeit. Dieser Bereich ist der Gauß'sche Raum.

#### 5.3

Das Seidel-Gebiet umgibt den Gauß'schen Raum, der Apertur- bzw. Öffnungswinkel ist hier größer als  $5^\circ$ .

#### 5.4

Im Seidel-Gebiet benutzt man das geometrisch-optische Abbildungsmodell.

#### 5.5

Das paraxiale und das geometrisch-optische Abbildungsmodell basieren auf der Konstruktion von Lichtstrahlen. Diese sind definiert als die Normalen auf den Wellenfronten der von einem Objektpunkt ausgesandten Kugelwelle.

#### 5.6

Die Sonne stellt wegen ihrer überaus großen Entfernung in sehr guter Näherung eine Punktlichtquelle dar, die in jede Raumrichtung Licht in Form von Kugelwellen aussendet. Wird diese Welle abgeschattet und nur durch eine kleine Öffnung, die wie eine Blende wirkt, hindurchgelassen, erscheint das Licht in Form von parallelen Strahlen zu propagieren. Solche Abschattungen finden sich in der Natur in Wäldern oder bei wolkenverhangenem Himmel wieder. Zwischen den Baumkronen bzw. Wolken hindurch fallen Lichtstrahlen auf die Erde, die die Normalen auf den von der Sonne ausgesandten Kugelwellenfronten darstellen.

#### 5.7

Beugungs- und Interferenzeffekte können durch das wellenoptische Abbildungsmodell berücksichtigt werden.

#### 5.8

In einem optischen System können Beugungseffekte an strahlbegrenzenden Komponenten wie Fassungsrandern oder Blenden auftreten.

#### 5.9

Die Beugung begrenzt das Auflösungsvermögen eines optischen Systems.

#### 5.10

Gemäß dem Rayleigh-Kriterium ergibt sich die Auflösungsgrenze eines optischen Systems aus dem Durchmesser der Beugungsfigur bzw. des Airy-Scheibchens. Und zwar gelten zwei Objektpunkte dann als auflösbar abgebildet, wenn das Hauptmaximum der Beugungsfigur des einen Bildpunkts das erste Beugungsminimum der Beugungsfigur des zweiten Bildpunkts überlagert.

**5.11**

Die Aperturblende ist das Element, welches den Lichtweg begrenzt. Dies kann beispielsweise die mechanische Fassung einer Linse sein. Das objektseitige Bild dieser Aperturblende ist die Eintrittspupille, die Austrittspupille ist das bildseitige Bild der Aperturblende.

**5.12**

Der Sinus des halben Öffnungswinkels eines optischen Abbildungssystems in Luft ist die numerische Apertur des Systems.

**5.13**

Die Konstruktionsstrahlen sind der Parallelstrahl, der Hauptstrahl und der Brennpunktstrahl.

**5.14**

Beim Durchgang durch eine Linse wird ein Parallelstrahl zum Brennpunktstrahl, der Hauptstrahl erfährt keine Ablenkung (bei dicken Linsen allerdings einen Parallelversatz) und ein Brennpunktstrahl wird zum Parallelstrahl.

**5.15**

Die sich objekt- und bildseitig jeweils entsprechenden Größen wie beispielsweise Objekt-/Bildhöhe oder Objekt-/Bildweite sind zueinander konjugiert.

**5.16**

Der Abbildungsmaßstab verknüpft objekt- und bildseitige Größen miteinander.

**5.17**

Die Abbe'sche Invariante setzt Schnittweite und Brechungsindex im Objekt- und Bildraum miteinander in Beziehung.

**5.18**

Bei einer reellen optischen Abbildung entsteht das Bild eines Objekts durch eine tatsächliche Überschneidung der Konstruktionsstrahlen im Bildraum. Bei einer virtuellen Abbildung schneiden sich die Konstruktionsstrahlen hingegen nicht im Bildraum, vielmehr ist der Bildpunkt der Schnittpunkt der virtuell verlängerten Konstruktionsstrahlen.

**5.19**

Die Beziehung zwischen Brennweite, Objektweite (Objekthöhe) und Bildweite (Bildhöhe) wird durch die Abbildungsgleichungen beschrieben.

**5.20**

Zur Beschreibung der Abbildung durch dicke Linsen kann die Abbildungsgleichung für eine dünne Linse deshalb nicht verwendet werden, weil in diesem Fall zusätzlich die Mittendicken der Linsen (sowie ggf. deren Abstand zueinander berücksichtigt werden) müssen.

**5.21**

Der Abbildungsmaßstab ist das Verhältnis aus Bild- und Objekthöhe bzw. Bild- und Objektweite.

**5.22**

Für einen Abbildungsmaßstab von 0,5 liegt eine verkleinernde Abbildung vor, die Objekthöhe ist doppelt so groß wie die Bildhöhe. Bei einem Abbildungsmaßstab von 1 entspricht die Objekthöhe der Bildhöhe, es handelt sich um eine

1:1-Abbildung. Aus einem Abbildungsmaßstab von 3 folgt, dass das Objekt dreifach vergrößert abgebildet wird.

### 5.23

Die jeweiligen Fälle können Tab. 5.1 entnommen werden:

- (a)  $1000 \text{ mm} = g > 2f = 500 \text{ mm}$ : Verkleinerung ( $G > B$ )
- (b)  $500 \text{ mm} = g = 2f = 500 \text{ mm}$ : 1:1-Abbildung
- (c)  $250 \text{ mm} = f < g = 300 \text{ mm} < 2f = 500 \text{ mm}$ : Vergrößerung des Objekts ( $G < B$ )
- (d)  $g = 100 \text{ mm} < f = 250 \text{ mm}$ : vergrößertes (virtuelles) Bild

### 5.24

Zu den monochromatischen Abbildungsfehlern zählen die sphärische Aberration, der Asymmetriefehler, der Astigmatismus, die Petzval'sche Bildfeldwölbung sowie die Verzeichnung.

### 5.25

Abbildungsfehler können durch die Seidel'sche Fehlertheorie näher beschrieben und durch die Berechnung der jeweiligen Seidel-Summen quantifiziert werden.

### 5.26

Die sphärische Aberration resultiert aus der Kugelgestalt sphärischer Linsenoberflächen. Hierbei ergibt sich für jede Strahleinfalls höhe ein spezifischer Einfallswinkel und somit Brechungswinkel.

### 5.27

Randstrahlen werden an einer sphärischen Linsenoberfläche stärker gebrochen als achснаhe Strahlen, da aus den unterschiedlichen Einfallswinkeln gemäß dem Snellius'schen Brechungsgesetz unterschiedliche Brechungswinkel resultieren. Dabei ist im vorliegenden Fall der Einfallswinkel am Rand der Linsenoberfläche größer als in der Nähe der optischen Achse.

### 5.28

Aus den Dispersionseigenschaften optischer Medien folgt die chromatische Aberration. Diese äußert sich in Form eines Farblängs- und eines Farbquerfehlers, wodurch die Abbildung eines Objekts mit polychromatischem Licht Farbsäume aufweisen kann.

### 5.29

Chromatische Aberration kann durch Achromate (für zwei Wellenlängen) oder Apochromate minimiert werden, in vorliegendem Beispiel eignet sich darüber hinaus ein Konkavspiegel zur Fokussierung, da Spiegel im Allgemeinen eine verschwindend geringe chromatische Aberration aufweisen. Daher kann ein Spiegel eine Alternative zu refraktiven optischen Komponenten wie Linsen sein, wenn das Gesamtlayout des optischen Systems eine Ablenkung und Faltung des Strahlengangs erlaubt.

### 5.30

Bei einem schiefen Lichteinfall können Asymmetriefehler und Astigmatismus auftreten.

**5.31**

Der Asymmetriefehler hängt vorrangig von der Lage der Aperturblende innerhalb eines optischen Systems ab.

**5.32**

Astigmatismus tritt auf, wenn ein Lichtbündel unterschiedliche Projektionslinien für den Meridional- und Saggitalschnitt, also vertikal und horizontal auf einer Linsenoberfläche aufweist, da hieraus unterschiedliche optische Wirksamkeiten für diese Schnitte resultieren.

**5.33**

Die Krümmung der Bildebene wird durch die Petzval'sche Bildfeldwölbung beschrieben.

**5.34**

Eine verfälschte Wiedergabe der Objektgeometrie kann durch Verzeichnung entstehen.

**5.35**

Durch Verzeichnung kann ein quadratisches Objekt tonnen- oder kissenförmig verzeichnet werden. Dazu trägt die Tatsache bei, dass sich der Abbildungsmaßstab mit anwachsender Bildhöhe ändert.

**5.36**

Das in Abb. 5.18 dargestellte Feldaberrationsdiagramm der Verzeichnung besagt, dass die Verzeichnung kleiner als 0 %, d. h. negativ ist. Es handelt sich daher um eine tonnenförmige Verzeichnung.

**5.37**

Reflexionen und Streuung können zur Entstehung von Geisterbildern führen.

**5.38**

Der Kontrast einer optischen Abbildung kann durch die Modulationstransferfunktion (*MTF*) beschrieben werden.

**Rechenaufgaben****5.39**

(a) Unter Zuhilfenahme von Gl. 5.2,

$$k = \frac{1}{2NA} = \frac{f}{D_{EP}},$$

ergibt sich die die Blendenzahl zu  $k = 2,5$  und die Brennweite zu  $f = 50$  mm.

(b) Der Durchmesser des Beugungsscheibchens errechnet sich gemäß Gl. 5.1 zu

$$D_{\text{Airy}} \approx 2,44 \cdot 0,546 \text{ } \mu\text{m} \cdot 2,5 = 3,33 \text{ } \mu\text{m}.$$

**5.40**

(a) Nach Umstellen von Gl. 5.3 ergibt sich für den Öffnungswinkel



$$2\theta = 2 \cdot \arcsin \left( \frac{0,5}{1} \right) = 60^\circ.$$

(b) In dem Immersionsöl beträgt die Numerische Apertur des Objektivs

$$NA = 1,49 \cdot \sin 30^\circ = 0,745.$$

Somit steigt die numerische Apertur im Vergleich zu Fall a) um 0,245.

#### 5.41

Nach Umstellen von Gl. 5.2 ergibt sich der gesuchte Eintrittspupillendurchmesser zu

$$D_{EP} = 5 \text{ mm} \cdot 0,68 = 3,4 \text{ mm}.$$

#### 5.42

- (a) Aus Gl. 5.4 folgt direkt, dass der Abstand zweier benachbarter Airy-Scheibchen für ultraviolettes Licht geringer ist als für infrarotes Licht ist, da die Wellenlänge in dieser Gleichung in den Zähler geht. Somit ist die Auflösungsgrenze für das kurzwellige ultraviolette Licht geringer als für das langwellige Infrarotlicht.
- (b) Zur Bestimmung der Auflösungsgrenze ist vorab die Ermittlung der doppelten numerischen Apertur notwendig. Diese kann nach Umstellen von Gl. 5.2 aus der Blendenzahl errechnet werden und beträgt

$$2NA = \frac{1}{3,5} = 0,29.$$

Aus Gl. 5.4 folgt nun die durch den minimalen Abstand der Airy-Scheibchen gegebene Auflösungsgrenze zu

$$a_{\min} = 1,22 \cdot \frac{0,38 \text{ } \mu\text{m}}{0,29} = 1,6 \text{ } \mu\text{m}.$$

(c) Der Durchmesser des Airy-Scheibchens beträgt gemäß Gl. 5.1

$$D_{\text{Airy}} \approx 2,44 \cdot 0,38 \text{ } \mu\text{m} \cdot 3,5 = 3,25 \text{ } \mu\text{m}.$$

#### 5.43

Wir berechnen die Brennweite mit der Abbildungsgleichung für eine Einzellinse (Gl. 5.6):

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{100} + \frac{1}{50} \quad \Rightarrow \quad f = 33,3 \text{ mm}.$$

Die Kontrolle mittels der Newton-Gleichung (Gl. 5.7) ergibt

$$f = \sqrt{z \cdot z'} = 33,3 \text{ mm}$$

mit

$$z = 100 \text{ mm} - 33,3 \text{ mm} = 66,7 \text{ mm}$$

und

$$z' = 50 \text{ mm} - 33,3 \text{ mm} = 16,7 \text{ mm}.$$

#### 5.44

Aus Gl. 5.10 ergeben sich die Objektweite  $g$  und die Objekthöhe  $G$  direkt zu

$$g = \frac{50 \text{ mm}}{0,25} = 200 \text{ mm}$$

und

$$G = \frac{15 \text{ mm}}{0,25} = 60 \text{ mm}.$$

#### 5.45

Zur Bestimmung der Objekt- und Bildweite ist vorab der Abbildungsmaßstab zu ermitteln. Gemäß Gl. 5.10 ergibt sich dieser zu

$$\beta = \frac{-14 \text{ mm}}{26 \text{ mm}} = -0,54.$$

Unter Zuhilfenahme von Gl. 5.11 und 5.12 ergeben sich nun die Objektweite zu

$$g = 400 \text{ mm} \cdot \left(1 - \frac{1}{-0,54}\right) = 1140 \text{ mm}$$

und die Bildweite zu

$$b = 400 \text{ mm} \cdot (1 - (-0,54)) = 616 \text{ mm}.$$

#### 5.46

Zur Bestimmung der Gesamtbrennweite des aus diesen Einzellinsen bestehenden Gesamtsystems ist vorab die Ermittlung der Einzelbrennweiten erforderlich. Bei Linse 1 handelt es sich um eine bikonvexe Linse mit unterschiedlichen Krümmungsradien, ihre Brennweite ist somit durch Gl. 4.15 gegeben und beträgt

$$f_1 = \frac{1}{1,45 - 1} \cdot \left( \frac{100 \text{ mm} \cdot 500 \text{ mm}}{500 \text{ mm} - 100 \text{ mm}} \right) = 278 \text{ mm}.$$

Da die zweite Linse eine symmetrische bikonvexe Linse ist, ergibt sich ihre Brennweite gemäß Gl. 4.16 zu

$$f_2 = \frac{1}{1,52 - 1} \cdot \frac{275 \text{ mm}}{2} = 264 \text{ mm}.$$

Die Gesamtbrennweite der Kombination dieser beiden Linsen bei dem gegebenen Abstand folgt dann aus Gl. 5.14, sie beträgt

$$f_g = \frac{278 \text{ mm} \cdot 264 \text{ mm}}{278 \text{ mm} + 264 \text{ mm} - 25 \text{ mm}} = 142 \text{ mm}.$$

#### 5.47

Der gesuchte Abstand ergibt sich nach Umstellen von Gl. 5.13,

$$\frac{1}{f_g} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{a}{f_1 \cdot f_2},$$

und Einsetzen der Werte zu

$$-a = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_g} - f_2 - f_1 \quad \Rightarrow \quad a = 560 \text{ mm}.$$

#### 5.48

Die Objektweite  $g_1$  ergibt sich nach Umstellen von Gl. 5.16 zu

$$g_1 = \frac{15 \text{ mm} \cdot 71 \text{ mm}}{0,5 \cdot (10 \text{ mm} - 15 \text{ mm})} = -426 \text{ mm}.$$

Diese ist aufgrund der Vorzeichenkonvention negativ.

#### 5.49

Für die erste Linse ergibt sich gemäß Gl. 5.10 ein Abbildungsmaßstab von

$$\beta = \frac{-17 \text{ mm}}{2300 \text{ mm}} = -0,0074.$$

Analog dazu beträgt der Abbildungsmaßstab der zweiten Linse

$$\beta = \frac{30 \text{ mm}}{-500 \text{ mm}} = -0,06.$$

Der Gesamtabbildungsmaßstab folgt nun gemäß Gl. 5.15 zu

$$\beta_g = -0,0074 \cdot -0,06 = 0,00044.$$

### 5.50

(a) Nach Einsetzen der gegebenen Werte in Gl. 5.31,

$$s' = R + \frac{h}{n' \cdot \sin\left(\arcsin\frac{h}{R} - \arcsin\frac{h}{n'R}\right)},$$

erhält man die gesuchten Schnittweiten als  $s_1' = 149,95$  mm für  $h_1 = 2$  mm und  $s_2' = 146,95$  mm für  $h_2 = 15$  mm. Die Schnittweitendifferenz  $\Delta s'$  beträgt somit 3,00 mm.

(b) Da die Schnittweiten von der Strahleinfallshöhe abhängen, liegt sphärische Aberration vor.

### 5.51

Die Berechnung der Brennweitendifferenz der beiden Strahlen erfolgt mittels Gl. 4.13,

$$f = R \cdot \left(1 - \frac{1}{2 \cdot \cos \varepsilon}\right).$$

Zunächst ist somit der jeweilige Einfallswinkel  $\varepsilon$  der Teilstrahlen zu bestimmen. Dieser ergibt sich wie in Aufgabe 4.27 trigonometrisch:

$$\varepsilon = \arcsin\left(\frac{h}{R}\right).$$

Somit erhalten wir für die Brennweite des Hohlspiegels für eine Strahleinfallshöhe von  $h_1 = 2$  mm

$$f(h_1) = 500 \text{ mm} \cdot \left(1 - \frac{1}{2 \cdot \cos\left(\arcsin\left(\frac{2 \text{ mm}}{500 \text{ mm}}\right)\right)}\right) = 249,998 \text{ mm}.$$

Dies entspricht nahezu exakt der Brennweite des Hohlspiegels im Paraxialraum ( $f = R/2 = 250$  mm). Für eine Strahleinfallshöhe von 100 mm ergibt sich die Brennweite jedoch zu  $f(h_2) = 244,85$  mm. Die durch sphärische Aberration verursachte Brennweitendifferenz beträgt somit  $\Delta f = 5,15$  mm.

### 5.52

(a) Die Abbe-Zahl des verwendeten optischen Glases ergibt sich gemäß Gl. 3.3 zu

$$\nu_e = \frac{1,855.04 - 1}{1,874.25 - 1,838.08} = 23,64.$$

- (b) Die Brennweite einer dünnen Linse ist gegeben durch Gl. 4.15. Für eine Wellenlänge von 564,1 nm, bei welcher das optische Glas einen Brechungsindex von 1,855.04 hat, ergibt sich diese somit zu

$$f_{564,1 \text{ nm}} = \frac{1}{1,855.04 - 1} \cdot \frac{177 \text{ mm} \cdot (-238 \text{ mm})}{(-238 \text{ mm}) - 177 \text{ mm}} = 118,72 \text{ mm}.$$

Analog dazu ergeben sich die Brennweiten für die anderen gegebenen Wellenlängen zu  $f_{480 \text{ nm}} = 116,11 \text{ mm}$  und  $f_{643,8 \text{ nm}} = 121,12 \text{ mm}$ .

- (c) Die Berechnung der Brennweite einer dicken Linse erfolgt mithilfe von Gl. 4.18. Sie ergibt sich für die Wellenlänge von 564,1 nm mit  $n_e = 1,85504$  zu

$$f_{564,1 \text{ nm}} = \frac{1}{1,855.04 - 1} \cdot \frac{1,855.04 \cdot 177 \text{ mm} \cdot (-238 \text{ mm})}{(1,855.04 - 1) \cdot 50 \text{ mm} + 1,85504 \cdot [(-238 \text{ mm}) - 177 \text{ mm}]}$$

$$= 125,70 \text{ mm}.$$

Die Brennweiten für  $\lambda = 480 \text{ nm}$  und  $\lambda = 643,8 \text{ nm}$  betragen dann  $f_{480 \text{ nm}} = 123,02 \text{ mm}$  bzw.  $f_{643,8 \text{ nm}} = 128,16 \text{ mm}$ .

- (d) Die Brennweitendifferenz  $\Delta f(\lambda) = f_{643,8 \text{ nm}} - f_{480 \text{ nm}}$  für die dünne Linse beträgt 5,01 mm. Für die dicke Linse ergibt sich eine Brennweitendifferenz von 5,14 mm.
- (e) Für die dicke Linse liegt bei den betrachteten Wellenlängen eine größere Brennweitendifferenz als für die dünne Linse vor. Dies ist dadurch zu erklären, dass bei einer dicken Linse der optische Weg durch das Glasmedium länger ist und somit eine größere effektive Strecke für eine farbliche Aufspaltung des die Linse durchlaufenden Lichts aufgrund von Dispersion zur Verfügung steht.
- (f) Die ermittelten Brennweitendifferenzen stellen den Farblängsfehler (chromatische Längsaberration) dar.

### 5.53

Zur Realisierung eines Achromats muss die Achromasiebedingung aus Gl. 5.37,

$$f'_1 \cdot \nu_1 = -f'_2 \cdot \nu_2,$$

erfüllt sein. Gemäß Gl. 5.41 und 5.42 ergeben sich die Brennweiten der Einzel-linsen zu

$$f'_1 = 200 \text{ mm} \cdot \frac{63,96 - 32}{63,96} = 99,94 \text{ mm}$$

für die Sammellinse bzw. zu

$$f_2' = 200 \text{ mm} \cdot \frac{63,96 - 32}{32} = 199,75 \text{ mm}$$

für die Zerstreulinse. Man überprüft das Ergebnis durch Einsetzen der berechneten Brennweiten in Gl. 5.37:

$$99,94 \text{ mm} \cdot 63,96 = -(-199,75 \text{ mm}) \cdot 32.$$

### 5.54

(a) Der Farblängsfehler folgt aus Gl. 5.36 und ergibt sich zu

$$\Delta f'(\lambda) = -\frac{(-100 \text{ mm})^2 \cdot 150 \text{ mm}}{((-100 \text{ mm}) + 150 \text{ mm})^2 \cdot 26} = -23,08 \text{ mm}.$$

(b) Nach Umstellen von Gl. 5.36 ergibt sich die geforderte Abbe-Zahl zu

$$\nu_e = -\frac{(-100 \text{ mm})^2 \cdot 150 \text{ mm}}{((-100 \text{ mm} + 150 \text{ mm})^2 \cdot (-10 \text{ mm}))} = 60.$$

### 5.55

(a) Die prozentuale Verzeichnung  $V$  ergibt sich aus Gl. 5.44 und beträgt

$$V = \frac{15 \text{ mm} - 17,5 \text{ mm}}{15 \text{ mm}} \cdot 100 \% = -16,7 \%$$

(b) Die prozentuale Verzeichnung ist kleiner als 0 %, somit liegt eine tonnenförmige Verzeichnung vor.

### 5.56

Die Modulationstransferfunktion ergibt sich aus den auch als Modulation bezeichneten Michelson-Kontrasten des Objekts und des Bilds. Mit Gl. 5.45 erhält man für das Objekt die Modulation

$$M = \frac{0,5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} - 0,27 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}{0,5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} + 0,27 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}} = 0,3.$$

Analog dazu ergibt sich die Modulation des Bilds zu 0,27. Die Modulationstransferfunktion ist gegeben durch Gl. 5.46:

$$MTF = \frac{0,27}{0,3} = 0,9.$$

## Lösungen der Übungsaufgaben aus Kapitel 6

### Verständnisfragen

#### 6.1

Die optische Abbildung im Auge wird im Wesentlichen von Hornhaut, Augenlinse, Glaskörper und Netzhaut bewirkt.

#### 6.2

Das Maximum der Lichtempfindlichkeit des menschlichen Auges bei Tageslicht liegt bei einer Wellenlänge von ca. 555 nm vor. Es handelt sich hierbei um grünes Licht.

#### 6.3

Liegt die Brennebene der Augenlinse vor der Netzhaut im Glaskörper des Auges, liegt Kurzsichtigkeit vor.

#### 6.4

Weitsichtigkeit kann durch sammelnde Brillengläser korrigiert werden.

#### 6.5

Durch eine Lupe wird der Sehwinkel des Auges vergrößert, dabei entsteht ein virtuelles vergrößertes Bild des beobachteten Objekts.

#### 6.6

Ein Objekt kann bei einem Abstand von 25 cm vom gesunden Auge ohne optische Hilfsmittel scharf erkannt werden. Dieser Abstand wird als Normsehweite bezeichnet.

#### 6.7

Parallel zur optischen Achse einfallende kollimierte Lichtstrahlen werden in den Brennpunkt der eingangsseitigen abbildenden Komponente eines Teleskops fokussiert (der Parallelstrahl wird zum Brennpunktstrahl). Fallen die Brennpunkte der eingangsseitigen und ausgangsseitigen abbildenden Komponenten auf denselben Punkt, so werden die Lichtstrahlen durch das ausgangsseitige optische Element kollimiert, da dessen Brennpunktstrahlen zu Parallelstrahlen werden.

#### 6.8

Ein Galilei-Teleskop besteht aus einem sammelnden und einem zerstreuen optischen Element oder System, ein Kepler-Teleskop hingegen aus zwei sammelnden optischen Elementen oder Systemen. Dabei kann es sich im einfachsten Fall um zwei Einzellinsen handeln.

#### 6.9

Ein Galilei-Teleskop weist eine kürzere Baulänge als ein Kepler-Teleskop auf.

#### 6.10

Die optische Baulänge von Teleskopen kann durch eine Faltung des Strahlengangs zwischen den eintritts- und austrittsseitigen optischen Komponenten verkürzt werden. Hierfür eignen sich besonders Umlenkprismen, die standardmäßig in Ferngläsern eingesetzt werden.

**6.11**

Die Vergrößerung eines Teleskops ergibt sich aus den Brennweiten der verwendeten optischen Komponenten bzw. aus den Durchmessern der Eintritts- und Austrittspupille.

**6.12**

Die wichtigsten optischen Komponenten eines Mikroskops sind das Objektiv und das Okular.

**6.13**

Das Okular bildet das durch das Objektiv erzeugte reelle Zwischenbild als vergrößertes virtuelles Bild in das Auge bzw. auf den Detektor ab.

**6.14**

Das Produkt aus Objektivvergrößerung und Okularvergrößerung ist die Mikroskopvergrößerung.

**6.15**

Immersionsflüssigkeiten vergrößern die Numerische Apertur des Mikroskopobjektivs.

**6.16**

Grundlage interferometrischer Messverfahren ist die konstruktive bzw. destruktive Interferenz zwischen einem Referenz- und einem Messsignal.

**6.17**

Interferenzmaxima und -minima werden durch ein Interferogramm dargestellt.

**6.18**

Zu den Anwendungsmöglichkeiten von Interferometern zählen unter anderem die Analyse von Oberflächengeometrien, die Messung von Oberflächenrauheiten, die Abstandsmessung, die Geschwindigkeitsmessung, die Wellenlängenselektion sowie die Strömungsanalyse.

**6.19**

Zur Zerlegung polychromatischen Lichts in dessen spektralen Anteile wird in Spektrometern entweder die Beugung an Gittern oder die Dispersion in Prismen genutzt.

**6.20**

Gitterspektrometer haben im Allgemeinen eine höhere spektrale Auflösung als Prismenspektrometer.

**6.21**

Die Wechselwirkung eines starken externen Magnetfelds mit einem geeigneten optischen Medium erlaubt die Realisierung von optischen Rotatoren oder Isolatoren. Diese basieren auf dem Faraday-Effekt, bei dem das Magnetfeld eine Drehung der Polarisationsrichtung verursacht.

**6.22**

Die Selbstfokussierung erlaubt zusammen mit einer geeigneten Blende die Realisierung eines optischen Schalters zur Erzeugung kurzer Laserpulse.

**Rechenaufgaben****6.23**

Nach Umstellen von Gl. 6.1 ergibt sich für die Brennweite der Lupe



$$f_L = \frac{250 \text{ mm}}{10} = 25 \text{ mm}.$$

**6.24**

Der vergrößerte Sehwinkel  $w'$  ergibt sich nach Umstellen von Gl. 6.1 zu

$$w' = \arctan \left( \frac{250 \text{ mm} \cdot \tan 30^\circ}{40 \text{ mm}} \right) = 74,51^\circ.$$

Die Verwendung der Lupe hat somit eine Vergrößerung des Sehwinkels um  $44,51^\circ$  zur Folge.

**6.25**

Zur Bestimmung der Dämmerungszahl ist vorab der Eintrittspupillendurchmesser  $D_{EP}$  zu ermitteln. Dieser ergibt sich nach Umstellen von Gl. 6.4 zu

$$D_{EP} = \frac{150 \text{ mm} \cdot 20 \text{ mm}}{75 \text{ mm}} = 40 \text{ mm}.$$

Die Dämmerungszahl  $z_T$  folgt nach weiterem Umstellen von Gl. 6.4 oder unter direkter Verwendung von Gl. 6.5 zu

$$z_T = \sqrt{\frac{|f_1'| \cdot D_{EP}}{|f_2|}} = \sqrt{D_{EP} \cdot \Gamma_T} = \sqrt{40 \text{ mm} \cdot 2} = 8,94 \text{ [mm}^{1/2}\text{]}$$

(Anmerkung: Die Einheit von  $z_T$  wird in der Praxis meist nicht angegeben).

**6.26**

(a) Die Vergrößerung des Teleskops beträgt gemäß Gl. 6.4

$$\Gamma_T = \frac{250 \text{ mm}}{50 \text{ mm}} = 5.$$

(b) Da es sich um ein Galilei-Teleskop handelt, erfolgt die Berechnung der Baulänge über Gl. 6.2, sie beträgt

$$L = 250 \text{ mm} - 50 \text{ mm} = 200 \text{ mm}.$$

(c) Für ein Kepler-Teleskop ist die Baulänge gemäß Gl. 6.3 durch die Summe aus Objektiv- und Okularbrennweite gegeben, sie würde dann 300 mm betragen.

**6.27**

Die Vergrößerung eines Mikroskops ist gemäß Gl. 6.6 durch das Produkt der Vergrößerungen von Objektiv und Okular gegeben. Die Vergrößerung des Objektivs ergibt sich aus Gl. 6.7 zu

$$\Gamma_{\text{Obj}} = \frac{150 \text{ mm}}{5 \text{ mm}} = 30.$$

Die Vergrößerung des Okulars folgt aus Gl. 6.8 und beträgt

$$\Gamma_{\text{Ok}} = \frac{250 \text{ mm}}{10 \text{ mm}} = 25.$$

Somit hat das Mikroskop die Vergrößerung

$$\Gamma_{\text{M}} = 30 \cdot 25 = 750.$$

### 6.28

Die Numerische Apertur eines Mikroskopobjektivs kann erhöht werden, wenn eine Immersionsflüssigkeit als Umgebungsmedium zwischen Objektiv und Objekt eingebracht wird. Im vorliegenden Fall muss diese Flüssigkeit gemäß Gl. 6.9 einen Brechungsindex von

$$n_{\text{Flüssigkeit}} = \frac{0,96}{0,64} = 1,5$$

aufweisen.

### 6.29

Der Abstand zwischen benachbarten Interferenzmaxima beträgt  $\lambda/2$ . Aus 20 Interferenzmaxima folgt bei einer Wellenlänge von 546 nm daher eine Abweichung des Krümmungsradius von  $5,46 \mu\text{m} = 0,005 \text{ mm}$ . Aus der reinen Betrachtung der Anzahl der Newton'schen Ringe im statischen Fall lässt sich nicht ableiten, ob der Krümmungsradius der geprüften Linse größer oder kleiner als der des Probeglasses ist. Daher kann der Radius der geprüften Linsenoberfläche entweder 5,005 mm oder 4,995 mm betragen.

### 6.30

Durch Einsetzen der gegebenen Werte in Gl. 6.17 ergibt sich der Betrag des Krümmungsradius zu

$$|R| = \frac{(2 \text{ mm})^2}{8 \cdot 633 \cdot 10^{-6} \text{ mm}} \approx 790 \text{ mm}.$$

Der Krümmungsradius der Linse kann +790 mm oder -790 mm betragen.

### 6.31

Nach Umstellen von Gl. 6.17 und Einsetzen der Werte ergibt sich die Wellenlänge zu

$$\lambda = \frac{(0,5 \cdot 355,8 \text{ } \mu\text{m})^2}{10 \cdot 5 \text{ mm}} \approx 633 \text{ nm.}$$

**6.32**

Umstellen von Gl. 6.10 und Einsetzen der Werte führt für die Wellenlänge auf

$$\lambda = \frac{2 \cdot 158,25 \text{ } \mu\text{m}}{500} = 633 \text{ nm.}$$

**6.33**

Zur Bestimmung der Halbwertsbreite der Resonanzfrequenz ist zunächst die Finesse des Interferometers zu bestimmen. Gemäß Gl. 6.16 ergibt sich diese zu

$$F = \frac{\pi \cdot (0,985 \cdot 0,99)^{1/4}}{1 - (0,985 \cdot 0,99)^{1/2}} = 249,7.$$

Mit dem durch Gl. 6.13 gegebenen freien Spektralbereich,

$$FSR = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 0,01 \text{ m}} = 15 \cdot 10^7 \text{ Hz,}$$

ergibt sich die Halbwertsbreite der Resonanzfrequenz gemäß Gl. 6.14 zu 600,1 kHz.

## Lösungen der Übungsaufgaben aus Kapitel 7

### Verständnisfragen

**7.1**

Die beiden Laserbedingungen besagen, dass erstens zur Erzeugung von Laserlicht eine Besetzungsinversion vorliegen und zweitens bei einem Durchgang der Laserstrahlung durch den Laserresonator die Verstärkung größer sein muss als die Verluste.

**7.2**

Die Besetzungsinversion wird durch äußere Energiezufuhr realisiert, dieser Prozess wird als Pumpen bezeichnet.

**7.3**

Wenn eine Besetzungsinversion der Laser-Energieniveaus erreicht ist, werden angeregte Elektronen durch einfallende Photonen abgereggt. Bei dieser Abregung werden Photonen mit identischen Eigenschaften emittiert.

**7.4**

Die emittierten Photonen weisen die gleiche Wellenlänge und Phase auf wie die Photonen, die die stimulierte Emission auslösen.

**7.5**

Die Resonatorlänge muss ein Vielfaches der halben Laserwellenlänge sein, damit sich eine stehende Welle ausbilden kann. Für andere Wellenlängen wird die Strahlung durch destruktive Interferenz der hin- und herlaufenden Strahlen ausgelöscht.

**7.6**

Frequenz und Wellenlänge der Laserstrahlung hängen direkt von der Energiedifferenz der genutzten Elektronenzustände (Energieniveaus) im laseraktiven Medium ab.

**7.7**

Ein Laser besteht prinzipiell aus einem Laserresonator, in dem sich ein laseraktives Medium befindet, und einer Pumpenergiezufuhr.

**7.8**

Zu den laseraktiven Medien zählen hauptsächlich Gase, kristalline oder glasartige Festkörper und in Flüssigkeiten gelöste Farbstoffe.

**7.9**

Der Helium-Neon-Laser ist ein Gaslaser.

**7.10**

Laseraktive Medien können optisch oder elektrisch gepumpt werden. So werden Festkörperlaser beispielsweise durch Blitzlampen oder andere Laserquellen gepumpt.

**7.11**

In stabilen Laserresonatoren wird das erzeugte Laserlicht vollständig geführt, es kann nicht seitlich aus dem Resonator entweichen. Bei instabilen Resonatoren kann es nach mehreren Durchläufen des Laserlichts durch den Resonator hingegen dazu kommen, dass ein Anteil des Lichts seitlich aus dem Resonator austritt. Der letztere Effekt kann bei einigen Laserkonzepten durchaus beabsichtigt sein.

**7.12**

Laserquellen können Laserlicht kontinuierlich (continuous wave/cw) oder gepulst emittieren.

**7.13**

Kurze Laserpulse können durch aktive oder passive Modenkopplung erzeugt werden. Durch aktive Modenkopplung kann man Pulsdauern von minimal einigen Nanosekunden bis Subnanosekunden realisieren. Kürzere Pulse bis in den Femto- oder sogar Attosekundenbereich sind durch den Einsatz passiver Modenkopplungstechniken erreichbar.

**7.14**

Die derzeit kürzeste erreichbare Dauer eines Laserpulses liegt unter 100 Attosekunden (Sommer 2015).

**7.15**

Excimerlaser sind eine Untergruppe der Gaslaser.

**7.16**

Als Trägermaterial für laseraktive Dotierungen kommen in Festkörperlasern hauptsächlich Kristalle und Gläser zum Einsatz. Beispiele hierfür sind Yttrium-Aluminium-Granat (YAG) oder Yttrium-Vanadat (YVO<sub>4</sub>).

**7.17**

Halbleiterlaser zählen zu den Festkörperlasern.

**7.18**

Farbstofflaser haben in Flüssigkeit gelöste Farbstoffe als laseraktives Medium. Das Pumpen erfolgt hier mittels einer externen Laserquelle (meist Festkörperlaser).

**7.19**

Laserstrahlung mit diskreten Wellenlängen kann in einem weiten Bereich von ultraviolettem bis zu infrarotem Licht erzeugt werden. So beträgt die Wellenlänge von Argon-Excimerlaser-Strahlung 126 nm, wohingegen ein Kohlenstoffdioxidlaser Laserlicht bei einer Wellenlänge von 10.600 nm emittiert. Liegt die stimulierte Wellenlänge im Mikrowellenbereich, spricht man von Masern.

**7.20**

Die Einteilung von Lasern in die Laserschutzklassen erfolgt vorrangig in Abhängigkeit von der Wellenlänge und der Ausgangsleistung des Lasers.

**7.21**

Die gesuchte Laserschutzklasse ergibt sich aus den in Tab. 7.3 gegebenen Vorgaben und Grenzwerten. Die Wellenlänge des Laserpointers liegt zwischen 302,5 und  $10^6$  nm, seine Ausgangsleistung ist größer als 1 mW, jedoch kleiner als 5 mW. Somit ist dieser Laserpointer der Laserschutzklasse 3R zuzuordnen.

**7.22**

Als transversale Lasermoden (TEM-Moden) werden die in einem Laserresonator verstärkten Schwingungszustände senkrecht zur optischen Achse bezeichnet.

**7.23**

Die Beugungsmaßzahl eines Laserstrahls ergibt sich aus der Verteilung der TEM-Moden.

**7.24**

Die Beugungsmaßzahl ist eine Kenngröße zur Beschreibung der Fokussierbarkeit eines Laserstrahls. Je geringer die Beugungsmaßzahl, desto besser kann ein Laserstrahl fokussiert werden, d. h. desto kleiner wird dessen Fokussdurchmesser nach einer Fokussierung.

**7.25**

Die Grundmode wird als TEM<sub>00</sub>-Mode bezeichnet, ihre Beugungsmaßzahl beträgt 1.

**7.26**

Laserstrahlung ist weitestgehend monochromatisch und hat eine sehr geringe Frequenzbandbreite und somit eine hohe Kohärenzlänge.

**7.27**

Im Vergleich zu ideal kollimierter Strahlung, etwa von einer „unendlich entfernten“ Punktlichtquelle wie der Sonne, weist Laserstrahlung einen kleinen, aber endlichen Divergenzwinkel auf. Dieser beträgt in der Regel wenige Millirad, weshalb Laserlicht in erster Näherung ebenfalls als kollimiert angesehen werden kann.

**7.28**

Als Strahltaille wird der kleinste Durchmesser eines (divergierenden) realen Laserstrahls bezeichnet.

**7.29**

Der Abstand von der Strahltaile zu dem Ort entlang der optischen Achse eines Laserstrahls, an welchem der Strahltaillenradius um den Faktor  $\sqrt{2}$  vergrößert ist, ist die Rayleigh-Länge  $z_R$ .

**7.30**

Die Qualität eines Laserstrahls kann anhand der Beugungsmaßzahl  $M^2$ , der Strahlqualitätskennzahl  $K$  und des Strahlparameterprodukts  $SPP$  beschrieben werden.

**7.31**

Zur Beschreibung der Propagation von Laserstrahlung durch optische Komponenten und Systeme wird das Prinzip der Gauß'schen Strahlpropagation verwendet.

**7.32**

Der Modenverteilung und damit der Fokussierbarkeit eines Laserstrahls wird bei der Berechnung seiner Propagation durch abbildende optische Elemente durch Berücksichtigung der Beugungsmaßzahl Rechnung getragen.

**Rechenaufgaben****7.33**

Die Länge eines Laserresonators folgt aus der Resonatorbedingung

$$l_R = \frac{N \cdot \lambda}{2}$$

(Gl. 7.1). Die fundamentale Laserwellenlänge eines Nd:YAG-Lasers beträgt 1064 nm (Tab. 7.2). Die Resonatorlänge muss somit einem ganzzahligen Vielfachen von 532 nm entsprechen.

**7.34**

(a) Gemäß Gl. 7.2 bzw. Gl. 7.3 ergeben sich die Spiegelparameter zu

$$g_1 = g_2 = g = 1 - \frac{1,5 \text{ m}}{800 \text{ mm}} = -0,875.$$

Somit ist der Resonator stabil, da gemäß Gl. 7.5 die Stabilitätsbedingung

$$-1 \leq -0,875 \leq 1$$

erfüllt ist.

(b) Nun hat der Spiegelparameter  $g_2$  den Wert

$$g_2 = 1 - \frac{1,5 \text{ m}}{600 \text{ mm}} = -1,5.$$

Die durch Gl. 7.4 gegebene Resonatorbedingung für einen Laserresonator mit ungleichen Spiegelkrümmungsradien,

$$0 \leq g_1 \cdot g_2 \leq 1,$$

ist nicht erfüllt, da nun gilt:

$$g_1 \cdot g_2 = (-0,875) \cdot (-1,5) = 1,3125 > 1.$$

Somit ist dieser Resonator instabil.

### 7.35

Die Stabilitätsbedingung Gl. 7.5 verlangt für den Spiegelparameter eines Resonators mit gleich gekrümmten Spiegeln

$$-1 \leq g \leq 1.$$

Somit kann die Länge des Resonators nach Umstellen von Gl. 7.2 und Gl. 7.3 unter Vorgabe der Extremwerte für die Spiegelparameter ermittelt werden, was auf eine minimale und eine maximale Resonatorlänge  $l_{R, \min}$  bzw.  $l_{R, \max}$ , führt:

$$l_{R, \max} = (1 - (-1)) \cdot 1000 \text{ mm} = 2000 \text{ mm}$$

und

$$l_{R, \min} = (1 - 1) \cdot 1000 \text{ mm} = 0 \text{ mm}.$$

Ein stabiler Resonator darf somit eine Länge zwischen 0 und 2 m aufweisen (wobei der Wert 0 natürlich nicht sehr sinnvoll wäre).

### 7.36

Gemäß Gl. 7.6 und mit der Näherung, dass die Lichtgeschwindigkeit innerhalb des Resonators  $3 \cdot 10^8$  m/s beträgt, ergibt sich die gesuchte Länge zu

$$l_R = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 3,95 \text{ MHz}} \approx 38 \text{ m}.$$

Solche Resonatorlängen sind durch mehrfaches Falten des Strahlengangs realisierbar, dies wird zur Erzeugung von gepulster Laserstrahlung mit geringer Pulswiederholrate eingesetzt.

### 7.37

Der Frequenzabstand der beiden verstärkten Moden ergibt sich direkt aus Gl. 7.7. Er beträgt

$$\Delta f = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 30 \text{ cm}} = 500 \text{ MHz}.$$

### 7.38

Bei den in der Abbildung dargestellten TEM-Moden handelt es sich um (a)  $\text{TEM}_{00}$ , (b)  $\text{TEM}_{01}$  und (c)  $\text{TEM}_{11}$ . Dies sieht man durch Auszählen der Intensitätsminima in  $x$ -Richtung ( $m$ ) und  $y$ -Richtung ( $n$ ). Gemäß Gl. 7.8,

$$M^2 = 2 \cdot m + n + 1,$$

betragen die jeweiligen Beugungsmaßzahlen a)  $M^2 = 1$ , b)  $M^2 = 2$  und c)  $M^2 = 4$ . Die Strahlqualitätskennzahl ergibt sich dann jeweils als Kehrwert der Beugungsmaßzahl zu a)  $K = 1$ , b)  $K = 0,5$  und c)  $K = 0,25$ .

### 7.39

Die Strahltaillenlage innerhalb eines Laserresonators errechnet man mit Gl. 7.9 aus den Spiegelparametern. Zu deren Bestimmung benutzen wir Gl. 7.2 und 7.3:

$$g_1 = 1 - \frac{200 \text{ mm}}{500 \text{ mm}} = 0,6$$

und

$$g_2 = 1 - \frac{200 \text{ mm}}{800 \text{ mm}} = 0,75.$$

Einsetzen in Gl. 7.9 ergibt dann

$$z_0 = 200 \text{ mm} \cdot \frac{(1 - 0,6) \cdot 0,75}{0,6 + 0,75 - 2 \cdot 0,6 \cdot 0,75} = 133,3 \text{ mm}.$$

### 7.40

Die Vergrößerung des Strahlradius von  $30 \mu\text{m}$  auf  $42,4264 \mu\text{m}$  entspricht einem Faktor von  $1,4142 \approx \sqrt{2}$ . Bei einer Vergrößerung des Strahltaillenradius um den Faktor  $\sqrt{2}$  entspricht der Abstand zur Strahltaille der Rayleigh-Länge  $z_R$ . Diese stellt somit den gesuchten Abstand dar und beträgt gemäß Gl. 7.10 im vorliegenden Fall

$$z_R = \frac{\pi \cdot (30 \mu\text{m})^2}{266 \text{ nm}} = 10,63 \text{ mm}.$$

### 7.41

Der gesuchte Strahlradius  $w(z)$  kann über Gl. 7.12 bestimmt werden. Vorab ist jedoch die Rayleigh-Länge  $z_R$  zu ermitteln, sie beträgt gemäß Gl. 7.10

$$z_R = \frac{\pi \cdot (200 \mu\text{m})^2}{10.600 \text{ nm}} = 11,86 \text{ mm}.$$

Der Radius des Laserstrahls im Abstand von 10 cm zu dessen Strahltaille ergibt sich somit zu

$$w(z) = 200 \mu\text{m} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{10 \text{ cm}}{11,86 \text{ mm}}\right)^2} = 1698,16 \mu\text{m}.$$



**7.42**

- (a) Die fundamentale Wellenlänge eines Nd:YAG-Lasers beträgt 1064 nm (Tab. 7.2). Nach Auflösen von Gl. 7.10 nach  $w_0$  ergibt sich der Strahltaillendurchmesser  $2w_0$  zu

$$2w_0 = 2 \cdot \sqrt{\frac{3 \text{ mm} \cdot 1064 \text{ nm}}{\pi}} = 63,75 \text{ } \mu\text{m}.$$

- (b) Aus dem in (a) ermittelten Strahltaillendurchmesser und der gegebenen Rayleigh-Länge ergibt sich die Fernfelddivergenz  $\theta$  direkt aus Gl. 7.11 zu

$$\theta = \arctan \left( \frac{31,875 \text{ } \mu\text{m}}{3 \text{ mm}} \right) = 10,6 \text{ mrad} = 0,61^\circ.$$

- (c) Das Strahlparameterprodukt  $SPP$  folgt nun gemäß Gl. 7.14 direkt aus dem in (a) ermittelten Strahltaillendurchmesser und der in (b) berechneten Fernfelddivergenz. Es beträgt

$$SPP = 10,6 \text{ mrad} \cdot 31,875 \text{ } \mu\text{m} = 0,34 \text{ mm} \cdot \text{mrad}.$$

**7.43**

Um den Krümmungsradius am Ort  $z = 6 \text{ mm}$  zu bestimmen, ist vorab die Rayleigh-Länge zu ermitteln. Gemäß Gl. 7.10 beträgt diese

$$z_R = \frac{\pi \cdot (23 \text{ } \mu\text{m})^2}{193 \text{ nm}} = 8,61 \text{ mm}.$$

Der Krümmungsradius der Wellenfront folgt dann aus Gl. 7.13 zu

$$R(z) = 6 \text{ mm} \cdot \left( 1 + \left( \frac{8,61 \text{ mm}}{6 \text{ mm}} \right)^2 \right) = 18,36 \text{ mm}.$$

**7.44**

Zur Ermittlung des Abstands der beiden Strahltaillen muss zunächst der Abstand der Strahltaille des fokussierten Laserstrahls zur Hauptebene der Fokussierlinse,  $z(w'_0)$ , ermittelt werden. Nach Einsetzen von Gl. 7.20,

$$\Delta f = \frac{a \cdot f^2}{a^2 + z_R^2},$$

in Gl. 7.19,

$$z(w'_0) = f + \Delta f,$$

folgt

$$z(w'_0) = 100 \text{ mm} + \frac{50 \text{ cm} \cdot (100 \text{ mm})^2}{(50 \text{ cm})^2 + (4 \text{ mm})^2} = 120 \text{ mm}.$$

Der Abstand der beiden Strahltaillen beträgt somit  $50 \text{ cm} + 120 \text{ mm} = 62 \text{ cm}$ .

#### 7.45

(a) Bei der Bestimmung des Strahltaillenradius  $w'_0$  nach der Fokussierung ist die Beugungsmaßzahl zu berücksichtigen. Diese beträgt gemäß Gl. 7.8,

$$M^2 = 2 \cdot m + n + 1,$$

für eine TEM<sub>00</sub>-Mode  $M^2 = 1$ , für eine TEM<sub>01</sub>-Mode  $M^2 = 2$  und für eine TEM<sub>11</sub>-Mode  $M^2 = 4$ . Für die TEM<sub>00</sub>-Mode beträgt der Strahltaillenradius nach der Fokussierung somit gemäß Gl. 7.18

$$w'_0 \approx \frac{532 \text{ nm} \cdot 150 \text{ mm} \cdot 1}{\pi \cdot 4,5 \text{ mm}} = 5,64 \text{ } \mu\text{m}.$$

Analog dazu ergeben sich die Strahltaillenradien nach Fokussierung für eine TEM<sub>01</sub>-Mode zu  $11,3 \text{ } \mu\text{m}$  und für eine TEM<sub>11</sub>-Mode zu  $22,6 \text{ } \mu\text{m}$ .

(b) Prinzipiell kann der Strahltaillenradius nach einer Fokussierung gemäß Gl. 7.18 durch

- eine Aufweitung des Rohstrahls und somit eine Vergrößerung des Laserstrahldurchmessers am Ort des fokussierenden optischen Elements,
- die Verwendung eines fokussierenden optischen Elements mit kürzerer Brennweite sowie
- die Auswahl von Laserstrahlen mit möglichst geringer Beugungsmaßzahl verringert werden.

#### 7.46

Die gesuchte Brennweite ergibt sich nach Umstellen von Gl. 7.20 zu

$$f = \sqrt{\frac{11 \text{ mm} \cdot \left( (2000 \text{ mm})^2 + (3,5 \text{ mm})^2 \right)}{2000 \text{ mm}}} = 148,32 \text{ mm}.$$

## Verzeichnis verwendeter Formelzeichen und Abkürzungen

In nachfolgender Tabelle sind die wichtigsten verwendeten Formelzeichen und Abkürzungen aufgelistet. Aufgrund der Fülle physikalischer Größen und Parameter können einige Formelzeichen mehrere Bedeutungen haben. Zur Übersichtlichkeit sind zudem lediglich die grundlegenden Formelzeichen aufgeführt, diese sind in vorliegendem Werk zum Teil um geeignete Indizes erweitert.

| Formelzeichen | Bedeutung                    |
|---------------|------------------------------|
| $a$           | Abstand                      |
| $A$           | Amplitude                    |
|               | Absorptionsgrad              |
|               | Auflösungsvermögen           |
| $b$           | Breite                       |
|               | Bildweite                    |
| $B$           | magnetische Flussdichte      |
|               | Bildhöhe                     |
| $c$           | Lichtgeschwindigkeit         |
| $d$           | Dicke, Weg, Abstand          |
| $D$           | elektrische Flussdichte      |
|               | Brechkraft                   |
|               | Durchmesser                  |
| $e$           | Elementarladung              |
| $E$           | Energie                      |
|               | elektrische Feldstärke       |
|               | Elastizitätsmodul            |
| $f$           | Brennweite                   |
|               | Frequenz                     |
| $F$           | Fresnel-Zahl                 |
|               | Kraft                        |
|               | Brennpunkt                   |
|               | Finesse                      |
| $f_p$         | Pulswiederholrate            |
| $FSR$         | freier Spektralbereich       |
| $g$           | Gitterkonstante              |
|               | Objektweite                  |
|               | Spiegelparameter             |
| $G$           | Objekthöhe                   |
| $h$           | Strahleinfallshöhe           |
|               | Planck'sches Wirkungsquantum |
| $H$           | Hauptpunkt                   |
| $HK$          | Knoop-Härte                  |
| $I$           | Intensität                   |
| $j$           | elektrische Stromdichte      |

(Fortsetzung)

| Formelzeichen | Bedeutung   |
|---------------|---|
| $k$           | Wellenzahl<br>Blendenzahl   |
| $K$           | photoelastischer Koeffizient<br>Kontrast<br>Strahlqualitätskennzahl |
| $k_B$         | Boltzmann-Konstante   |
| $l$           | Länge   |
| $L$           | Baulänge  |
| $m$           | Beugungsordnung   |
| $M^2$         | Beugungsmaßzahl   |
| $m_e$         | Elektronenmasse   |
| $n$           | Brechungsindex, Brechzahl   |
| $N$           | Besetzungsdichte<br>komplexer Brechungsindex                        |
| $NA$          | numerische Apertur  |
| $N_e$         | Anzahl freier Elektronen  |
| $OD$          | optische Dichte   |
| $OWL$         | optische Weglänge   |
| $p$           | Pfeilhöhe   |
| $P$           | Polarisation  |
| $P_{xy}$      | Teildispersion  |
| $R$           | Reflexionsgrad<br>Radius  |
| $s$           | Schnittweite  |
| $S$           | Streuung<br>Seidel'sche Summe                                       |
| $SPP$         | Strahlparameterprodukt  |
| $t$           | Tiefe<br>Zeit   |
| $T$           | Temperatur<br>Periodendauer<br>Transmissionsgrad                    |
| $u$           | Aperturwinkel   |
| $V$           | Verdet-Konstante  |
| $V$           | Versatz<br>Faserparameter   |
| $v_{Ph}$      | Phasengeschwindigkeit   |
| $w$           | Sehwinkel<br>Laserstrahlradius                                      |
| $z$           | Ausbreitungsrichtung  |
| $z_R$         | Rayleigh-Länge  |
| $z_T$         | Dämmerungszahl  |
| $\alpha$      | Absorptionskoeffizient  |
| $\alpha_{th}$ | thermischer Längenausdehnungskoeffizient                            |

(Fortsetzung)

| Formelzeichen    | Bedeutung  |
|------------------|--|
| $\beta$          | Beugungswinkel<br>Abbildungsmaßstab              |
| $\gamma$         | Oberflächenenergie<br>Keilwinkel                 |
| $\Gamma$         | Vergrößerung                                     |
| $\delta$         | Ablenkung  |
| $\Delta f$       | Frequenzbandbreite                               |
| $\Delta s$       | Gangunterschied                                  |
| $\Delta w$       | Wellenfrontdeformation                           |
| $\Delta \varphi$ | Phasenverschiebung                               |
| $\epsilon$       | Einfallswinkel, Brechungswinkel                  |
| $\epsilon_0$     | elektrische Feldkonstante                        |
| $\epsilon_B$     | Brewster-Winkel                                  |
| $\epsilon_g$     | Grenzwinkel der Totalreflexion                   |
| $\theta$         | Ablenkung<br>Fernfelddivergenz<br>Öffnungswinkel |
| $\lambda$        | Wellenlänge                                      |
| $\mu$            | magnetische Feldkonstante                        |
| $\nu$            | Abbe-Zahl  |
| $\rho$           | Ladungsdichte                                    |
| $\sigma$         | mechanische Spannung<br>Bruchfestigkeit          |
| $\tau$           | Verweildauer                                     |
| $\varphi$        | Phasenwinkel                                     |
| $\chi$           | elektrische Suszeptibilität                      |
| $\omega$         | Kreisfrequenz                                    |
| $\omega_p$       | Plasmafrequenz                                   |

## Verzeichnis relevanter Naturkonstanten

| Naturkonstante               | Formelzeichen | Wert   |
|------------------------------|---------------|--|
| Boltzmann-Konstante          | $k_B$         | $1,380.648.52 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$    |
| elektrische Feldkonstante    | $\epsilon_0$  | $8,854.187.817 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$ |
| Elektronenmasse              | $m_e$         | $9,109.383.56 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$     |
| Elementarladung              | $e$           | $1,602.176.620.8 \cdot 10^{-19} \text{ C}$   |
| magnetische Feldkonstante    | $\mu_0$       | $12,566.370.614 \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$ |
| Planck'sches Wirkungsquantum | $h$           | $6,626.070.40 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$     |
| Vakuumlichtgeschwindigkeit   | $c_0$         | $299.792.458 \text{ m/s}$                    |



---

## Weiterführende Literatur

Jens Bliedtner, Günter Gräfe: „Optiktechnologie“, Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München (2010)

umfassendes Lehrbuch zu optischen Medien und zur Fertigung optischer Komponenten

Johannes Flügge, Georg Hartwig, Walter Weiershausen: „Studienbuch zur technischen Optik“, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen (1985)

handliches Grundlagenwerk zu nahezu allen Teilbereichen der technischen Optik

Wolfgang Glaser: „Lichtwellenleiter. Eine Einführung“, VEB Verlag Technik, Berlin (1990)  
übersichtliches und leserfreundliches Werk zu nahezu allen Teilaspekten der optischen Datenübertragung und Nachrichtentechnik mittels Fasern und Lichtwellenleitern; leider nur noch antiquarisch erhältlich

Heinz Haferkorn: „Optik“, Wiley-VCH Verlag, Weinheim (2002)

leserfreundlich aufgebautes und leicht verständliches Werk mit Fokus auf physikalische Grundlagen des Lichts sowie optische Komponenten und Geräte

Heinz Haferkorn (Hrsg.): „Lexikon der Optik“, Verlag Werner Dausien, Hanau (1990)

wie der Titel bereits ankündigt ein lexikalisch und daher sehr übersichtlich aufgebautes Nachschlagewerk zu allen Teilbereichen der Optik; leider nur noch antiquarisch erhältlich

Eugene Hecht: „Optik“, De Gruyter, Berlin (2014)

umfassendes Standardwerk zur Physik des Lichts. Enthält ausführliche mathematische Beschreibungen der Lichtausbreitung, Polarisation, Interferenz, Beugung etc.

Helmut Hügel, Thomas Graf: „Laser in der Fertigung. Grundlagen der Strahlquellen, Systeme, Fertigungsverfahren“, Springer Vieweg, Wiesbaden (2014)

Standardwerk zur Lasermaterialbearbeitung inklusive umfassender Grundlagen zur Erzeugung und Physik von Laserlicht, Lasertechnik, Laserstrahlführung und -formung sowie zu Lasersicherheitsaspekten

Gerd Litfin (Hrsg.): „Technische Optik in der Praxis“, Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York (2005)

interdisziplinäres Werk zu den Teilbereichen geometrische Optik und Wellenoptik, Optikdesign, optische Werkstoffe und Feinoptikfertigung, Optoelektronik, optische Fasern und Laser

Helmut Naumann, Gottfried Schröder, Martin Löffler-Mang: „Baulemente der Optik“, Carl Hanser Verlag, München Wien (2014)

umfassendes Werk über optische Komponenten und Geräte sowie mechanische Komponenten optomechanischer Gesamtsysteme

Frank Pedrotti, Leno Pedrotti, Werner Bausch, Hartmut Schmidt: „Optik für Ingenieure“, Springer Verlag, Berlin Heidelberg (2008)

umfangreiches Grundlagenwerk zu allen Teilbereichen der Optik, insbesondere zur Physik des Lichts, mit umfassenden mathematischen und physikalischen Hintergrundinformationen

Heinz Pforte: „Der Optiker“ (2 Bände), Verlag Gehlen, Bad Homburg vor der Höhe (1993–95) früher das Standardwerk für Auszubildende des Lehrberufs Feinoptiker. Es bietet eine leicht verständliche Übersicht über die Eigenschaften optischer Medien, die Grundlagen der optischen Abbildung und die Fertigungsmethoden zur Herstellung optischer Komponenten, ist aber leider nur noch antiquarisch erhältlich.

Alfred Recknagel: „Physik – Optik“, VEB Verlag Technik, Berlin (1990)

äußerst leserfreundliches Hochschullehrbuch zu allen Teilbereichen der technischen Optik sowie zu den Eigenschaften des Lichts; leider nur noch antiquarisch erhältlich

Gottfried Schröder: „Technische Optik“, Vogel Buchverlag, Würzburg (2014)

umfassendes Werk zur optischen Abbildung und zu optischen Geräten mit zahlreichen Übungsaufgaben

Bert Struve: „Laser – Grundlagen, Komponenten, Technik“, Verlag Technik, Berlin (2001)

sehr informatives und verständliches Werk zu den Grundlagen der Lasertechnik und Laserphysik inklusive Lasersicherheitsaspekten



---

# Stichwortregister

## A

Abbe-Diagramm, 68  
Abbe'sche Invariante, 129  
Abbe-Zahl, 37, 68  
Abbildung  
  reell, 129–130  
  virtuell, 129–130  
Abbildungsfehler, 132  
Abbildungsgleichung, 130–132  
Abbildungsmaßstab, 131  
Abbildungsmodelle, 123–126  
Aberration  
  chromatische, 137–140  
  sphärische, 136  
Aberrationen, 132  
Absorption, 37–41  
Absorptionskoeffizient, 17  
Achromasiebedingung, 138  
Achromat, 137  
Airy-Scheibchen, 125  
akustooptischer Effekt, 18  
akustooptischer Modulator, 177  
Akzeptanzwinkel, 109  
Amplitude, 9  
Antireflexschichten, 99  
Aperturwinkel, 124  
Astigmatismus, 141–142  
Asymmetriefehler, 140–141  
Auflösungsgrenze, 126  
Auflösungsvermögen  
  eines Spektrometers, 174  
Auge, 159–161  
Augenlinse, 159  
Autofokussensor, 173

## B

Bauernfeindprisma, 88  
Beschichtungen, 97

Besetzungsinversion, 188–189  
Beugung, 50–53  
  am Spalt, 50–52  
  an Hindernissen, 52–53  
Beugungsgitter, 101–102  
Beugungsmaßzahl, 198, 201  
Beugungsordnung, 50, 101  
Beugungsscheibchen, 125  
Bildebenenversatz, 83  
Blazegitter, 101  
Blendenzahl, 125  
Boltzmann-Verteilung, 3  
Bouguer-Lambert'sches Gesetz, 38  
Braggzelle, 177  
Brechkraft, 95  
Brechung, 30–32  
Brechungsindex, 28–34  
  komplexer, 37  
Brechungsindexinhomogenität, 70  
Brennpunkt, 90  
Brennpunktstrahl, 127  
Brennweite, 90  
Brewster-Fenster, 102  
Brewster-Winkel, 44

## C

Cassegrain-Teleskop, 164  
chromatische Längsaberration, 137  
chromatische Queraberration, 137  
Cornea, 159  
cw-Laser, 194

## D

Dauerstrichlaser, 194  
Dämmerungszahl, 163  
dicke Linse, 94  
Diodenlaser, 196

Dioptrie, 95  
 Dispersion, 35–37  
     anomale, 35, 40  
     normale, 35, 40  
 Dispersionsprismen, 88–89  
 Divergenzwinkel, 199  
 Doppelbrechung, 34  
 Dove-Prisma, 87  
 Drahtgitterpolarisator, 103  
 Dualismus  
     Welle-Teilchen-, 4  
 dünne Linse, 94  
  
**E**  
 elektrische Suszeptibilität, 33  
 elektromagnetische Welle, 6–14  
 elektrooptischer Effekt, 19  
 elliptisch polarisiert, 12  
 Emission  
     spontane, 4  
     stimulierte, 189–190  
 Endoskop, 162  
 Entspiegelung, 99  
 evaneszentes Feld, 110  
 Excimerlaser, 196  
 Extinktionskoeffizient, 38  
  
**F**  
 Fabry-Pérot-Interferometer, 170  
 Faraday-Isolator, 177–178  
 Faraday-Rotator, 177–178  
 Farben dünner Blättchen, 49  
 Farblängsfehler, 137  
 Farbquerfehler, 137  
 Farbstofflaser, 196  
 Faserparameter, 109  
 Feldaberrationen, 140  
 Fernfelddivergenz, 200  
 Ferngläser, 164  
 Fernrohr, 162  
 Festkörperlaser, 196  
 Fizeau-Interferometer, 169  
 Flintglas, 68  
 Flüssigkeiten  
     optische, 76  
 Flüssigkeitslinsen, 96  
 Flussmittel, 65  
 Fokus, 90  
 Folienpolarisator, 103  
 Fraunhofer-Beugung, 51

Frequenzabstand, 170  
 Frequenzverdopplung, 19  
 Frequenzvervielfachung, 20  
 Fresnel-Beugung, 51  
 Fresnel-Linse, 96  
 Fresnel'sche Formeln, 43  
 Fresnel-Zahl, 51

**G**

Galilei-Teleskop, 163  
 Gangunterschied, 29, 46  
 Gaslaser, 195  
 Gauß'sche Abbildung, 124  
 Gauß'scher Raum, 124  
 Gauß-Strahlen, 198  
 Geisterbilder, 144–145  
 geometrisch-optisches Abbildungsmodell,  
     124  
 Geradsichtprisma, 89  
 Gitterkonstante, 101  
 Gitterspektrometer, 174–176  
 Glan-Taylor-Prisma, 106  
 Glan-Thompson-Prisma, 105  
 Glas  
     optisches, 65  
 Glasbildner, 65  
 Glasherstellung, 67  
 Glaskeramik, 73–74  
 Glaskörper, 159  
 Glasübergangstemperatur, 66  
 Gradientenindexfaser, 111  
 Gradientenindexlinsen, 96  
 Gradientenindexmaterial, 74–75  
 Grenzwinkel der Totalreflexion, 44

**H**

Halbleiterlaser, 196  
 Hauptstrahl, 127  
 Hochpassfilter, 101  
 Hornhaut (Cornea) 159  
 Huygens'sches Prinzip, 13

**I**

Intensitätskontrast, 145  
 Interferenz, 46–49  
     destruktive, 47, 99  
     konstruktive, 47, 98  
 Interferenzbedingungen, 47–48  
 Interferenzfilter, 100

Interferogramm, 166  
 Interferometer, 166–172  
 Isolatoren, 177–179

**K**

Kepler-Teleskop, 162–163  
 Kerbfilter, 101  
 Kerr-Linsen-Modenkopplung, 178  
 Kohärenz, 13  
 Kohärenzlänge, 13  
 Kohärenzzeit, 13  
 Koma, 140  
 Konfokalsensoren, 174  
 konkav, 89  
 Konstruktionsstrahlen, 126  
 Kontrast, 145  
 konvex, 89  
 Kreisfrequenz, 10  
 Kristalle, 72  
 Kronglas, 68  
 Kunststoffe  
   optische, 75  
 Kurzpulslaser, 194  
 Kurzsichtigkeit, 160

**L**

Längsversatz, 83  
 Lambert-Beer'sches Gesetz, 38  
 Laser, 187  
 Laserbedingungen, 190  
 Laserkavität, 191  
 Lasermoden, 197–199  
   longitudinale, 197  
   transversale, 198  
 Laserresonator, 191  
 Laserschutzklassen, 196–197  
 Licht  
   Entstehung, 3  
 Lichtfarben, 15  
 Lichtgeschwindigkeit, 9  
 Lichtquellen, 16  
 Lichtstärke, 126  
 Lichtwellenleiter, 108  
 lineare Polarisation, 11  
 Linienbreite  
   natürliche, 5–6  
 Linse  
   elastische, 96  
 Linsen, 91–97  
   sphärische, 91

  sphärische, 91  
   torische, 93  
 Linsenteleskop, 162–164  
 Lorenz-Mie-Streuung, 54  
 Lupe, 161

**M**

Mach-Zehnder-Interferometer, 168  
 magnetooptischer Effekt, 19  
 Maxwell'sche Gleichungen, 8  
 Meridionalebene, 93  
 Michelson-Interferometer, 166–168  
 Michelson-Kontrast, 145  
 Mie-Streuung, 54  
 Mikrolinsenarrays, 97  
 Mikroskop, 164–166  
 Modenkopplung, 194  
 Modulationstransferfunktion, 145  
 monochromatisch, 14  
 Monomodefaser, 109  
 Multimodefaser, 109

**N**

Netzhaut, 159  
 Netzwerkbildner, 65  
 Netzwerkwandler, 65  
 Neutralfilter, 101  
 Newton-Gleichung, 130  
 Newton'sche Ringe, 171  
 Newton-Teleskop, 164  
 nichtlinearer Brechungsindex, 32–33  
 Nicol'sches Prisma, 105  
 Normsehweite, 161  
 Numerische Apertur, 109, 125

**O**

Öffnungsverhältnis, 126  
 Öffnungswinkel, 124  
 Objektiv, 162  
 Okular, 162  
 optische Abbildung, 123  
 optische Achse, 90  
 optische Dichte, 29, 100  
 optische Eindringtiefe, 17  
 Optische Fasern, 108–111  
 optischer Keil, 84  
 Optische Schalter, 177–179  
 optische Schichten, 97–101  
 optische Weglänge, 29–30

**P**

Parallelstrahl, 127  
 Parallelversatz, 83  
 paraxiale Abbildung, 124  
 paraxiale Größen, 128  
 Paraxialraum, 90  
 Pentagonalphisma, 88  
 Petzval'sche Bildfeldwölbung,  
 142–143  
 Pfeilhöhe, 92  
 Phasengeschwindigkeit, 11  
 Phasenverschiebung, 11, 47  
 Phasenwinkel, 10  
 Photonenenergie, 5  
 Planparallelplatten, 83  
 Planplatten, 83–84  
 Plasmafrequenz, 18  
 $\lambda/2$ -Platte, 106  
 $\lambda/4$ -Platte, 106  
 Pockels-Zelle, 178  
 Polarisierung, 11  
 Polarisationsgrad, 102  
 Polarisationsprismen, 104  
 Polarisatoren, 102–106  
 polychromatisch, 14  
 Poynting-Vektor, 9  
 90°-Prisma, 87  
 Prismen, 84–89  
 Prismenspektrometer, 176–177  
 Prismenwinkel, 86  
 Probeglas, 171  
 Pulsdauer, 194  
 Pulsfolgefrequenz, 195  
 Pulswiederholrate, 195  
 Pumpen (Laser) 188  
 Punktlosigkeit, 141

**R**

Rayleigh-Kriterium, 126  
 Rayleigh-Länge, 200  
 Rayleigh-Streuung, 53  
 Reflektivität, 42  
 Reflektor, 164  
 Reflexion, 41–46  
 Reflexionsgesetz, 41  
 Reflexionsgrad, 42  
 Reflexionsschichten, 97–99  
 Refraktor, 164  
 Reintransmissionsgrad, 39  
 relative Brechzahl, 32  
 Resonatorkonfigurationen, 193  
 Rochon-Prisma, 105

**S**

sättigbare Absorber, 178  
 Sagittalebene, 93  
 Sammellinsen, 91  
 Schlieren, 69  
 Sehfehler, 160–161  
 Seidel-Gebiet, 124  
 Seidel'sche Summen, 132–135  
 Selbstfokussierung, 19  
 Sellmeier-Gleichung, 36  
 Snellius'sches Brechungsgesetz, 30–32  
 Spannungsdoppelbrechung, 69  
 Spektrometer, 174–177  
 Spektrum  
 elektromagnetisches, 14  
 Spiegel, 89–91  
 Spiegelparameter, 192  
 Spiegelschichten, 97  
 Spiegelteleskop, 164  
 Stabilitätskriterium  
 eines Lasers, 192  
 stimulierte Emission, 189–190  
 Strahlenoptik, 124  
 Strahlparameterprodukt, 201  
 Strahlqualitätskennzahl, 201  
 Strahltaile, 199  
 Strahlteiler, 107–108  
 Strahlteilerplatte, 107  
 Strahlteilerwürfel, 107  
 Streuung, 53–54  
 Streuzentren, 53  
 Stufenindexfaser, 108–111  
 Suszeptibilität  
 elektrische, 33

**T**

Teleskop, 162–164  
 Tiefpassfilter, 101  
 Totalreflexion, 45  
 Transformationspunkt, 66  
 Transmissionsgrad, 39  
 Transversalwelle, 9  
 Tubuslänge, 165

**U**

Umlenkprismen, 87–88

**V**

Vergrößerungsglas, 161  
 Verzeichnung, 143

Verzögerungsplatten, 106  
Vier-Schritt-Methode, 85

**W**

Weißlichtsensor, 173  
Weitsichtigkeit, 160  
Welle  
  elektromagnetische, 6–7  
Wellenaberration, 145  
Wellenlänge, 9

wellenoptisches Abbildungsmodell, 125  
Wellenzahl, 10  
Welle-Teilchen-Dualismus, 4, 6  
Wollaston-Prisma, 105

**Z**

Zerstreuungslinsen, 91  
zirkular polarisiert, 12  
Zweischalenfehler, 141  
Zylinderlinsen, 93



# Willkommen zu den Springer Alerts

Jetzt  
anmelden!

- Unser Neuerscheinungs-Service für Sie:  
aktuell \*\*\* kostenlos \*\*\* passgenau \*\*\* flexibel

Springer veröffentlicht mehr als 5.500 wissenschaftliche Bücher jährlich in gedruckter Form. Mehr als 2.200 englischsprachige Zeitschriften und mehr als 120.000 eBooks und Referenzwerke sind auf unserer Online Plattform SpringerLink verfügbar. Seit seiner Gründung 1842 arbeitet Springer weltweit mit den hervorragendsten und anerkanntesten Wissenschaftlern zusammen, eine Partnerschaft, die auf Offenheit und gegenseitigem Vertrauen beruht.

Die SpringerAlerts sind der beste Weg, um über Neuentwicklungen im eigenen Fachgebiet auf dem Laufenden zu sein. Sie sind der/die Erste, der/die über neu erschienene Bücher informiert ist oder das Inhaltsverzeichnis des neuesten Zeitschriftenheftes erhält. Unser Service ist kostenlos, schnell und vor allem flexibel. Passen Sie die SpringerAlerts genau an Ihre Interessen und Ihren Bedarf an, um nur diejenigen Information zu erhalten, die Sie wirklich benötigen.