

Anhang A Bloom'sche Taxonomie

Bloom'sche Taxonomie von Lernzielen im kognitiven Bereich

BT1: Wissen

Das Wissen und Erinnern von gelernten Fakten, Begriffen, Regeln ohne Berücksichtigung der Frage, ob Verständnis vorliegt oder ob Beziehungen gesehen werden.

BT2: Verstehen

Mit dieser Kategorie ist das „niedrigste Verständnisniveau“ angesprochen. Der Studierende kann mit eigenen Worten Zusammenfassungen des Gelernten geben; Beziehungen zu anderen Informationen werden auf dieser Ebene nicht verlangt.

BT3: Anwenden

Auswahl und Anwendung einer Methode, Regel, Idee, Wissen oder Fertigkeiten zur Lösung eines Problems in einer (neuen) gegebenen Situation.

BT4: Analysieren

Vom Studierenden wird gefordert, Informationen in ihre Teile zu zerlegen, das heißt eine Idee zu identifizieren, ihre Hierarchie sowie die zwischen ihnen bestehenden Beziehungen zu erkennen.

BT5: Synthetisieren

Die Synthese fordert vom Studierenden, Informationen aus anderen Informationen zusammenzubauen, Elemente zu einem Ganzen zusammenzufügen. Zuvor identifizierte Teile werden neu geordnet und kombiniert, damit das Lernmaterial zu einer Klarheit gebracht wird, die vorher nicht bestanden hat.

BT6: Bewerten

Finden eines Urteils bezüglich des Wertes von Material und Methoden, die für bestimmte Zwecke eingesetzt werden. Fähigkeit, qualitative Urteile abzugeben und konstruktiv Kritik zu üben.

Literaturverzeichnis

- [AZ04] Aigner M. und Ziegler G.M. (2004) Proofs from THE BOOK. Third Edition. Springer, Berlin.
- [Be03] Behrends E. (2003) Analysis I. Vieweg, Braunschweig.
- [Bl72] Bloom B.S. (1972) Taxonomie von Lernzielen im kognitiven Bereich. 4. Aufl., Beltz, Weinheim und Basel.
- [Eb92] Ebbinghaus H.-D. et al. (1992) Zahlen. Springer, Berlin.
- [Fi10] Fischer G. (2010) Lernbuch Lineare Algebra und Analytische Geometrie. Vieweg+Teubner, Wiesbaden.
- [Ha72] Halmos P.R. (1972) Naive Mengenlehre. Vandenhoeck & Rupprecht, Göttingen.
- [HH12] Hilgert I. und Hilgert J. (2012) Mathematik – Ein Reiseführer. Springer Spektrum, Heidelberg.
- [Ho12] Houston K. (2012) Wie man mathematisch denkt. Springer Spektrum, Heidelberg.
- [Kö02] Königsberger, K. (2004) Analysis 1 + 2. Springer, Berlin.
- [KvP13] Kramer J. und von Pippich A. (2013) Von den natürlichen Zahlen zu den Quaternionen. Springer Spektrum, Heidelberg.
- [LS01] M. Braun et al. (2001) Lambacher Schweizer Lineare Algebra mit analytischer Geometrie – Mathematisches Unterrichtswerk für das Gymnasium Ernst Klett Verlag, Stuttgart.
- [LS05] M. Braun et al. (2005) Lambacher Schweizer 6 – Mathematik für Gymnasien. Ernst Klett Verlag, Stuttgart.
- [MM93] Mikusinski J. und Mikusinski P. (1993) An Introduction to Analysis. John Wiley & Sons, New York.

Mathematische Symbole und Index

$\lfloor x \rfloor$, ganzzahliger Anteil von x , 272
 $\binom{n}{k}$, Binomialkoeffizient, 131
 $(\mathbb{Z}/m\mathbb{Z})^*$, Einheiten in $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$, 147
 $\inf(X)$, Infimum von X , 175
 $\complement A$, Komplement von A , 12
 \max , Maximum, 215
 \mathbb{N} , natürliche Zahlen, 201, 203
 \emptyset , leere Menge, 48
 $\mathfrak{P}(M)$, Potenzmenge von M , 48
 \mathbb{Q} , rationale Zahlen, 239
 \mathbb{Q}^+ , positive rationale Zahlen, 240
 \mathbb{R} , reelle Zahlen, 251
 \mathbb{R}^+ , positive reelle Zahlen, 253
 \mathbb{Z} , ganze Zahlen, 227
 \mathbb{Z}^\times , ganze Zahlen ohne Null, 238
 $\{ \}$, leere Menge, 48
 $A \subseteq B$, A ist Teilmenge von B , 12
 $A \cup B$, disjunkte Vereinigung von Mengen, 48
 \forall , für alle, 12
 $A \cap B$, Schnitt von Mengen, 48
 $A \times B$, kartesisches Produkt, 49
 $A \not\subseteq B$, A ist nicht Teilmenge von B , 12
 $A \cup B$, Vereinigung von Mengen, 48
 $x + y$, Addition auf \mathbb{N} , 213
 $[a]$, Äquivalenzklasse von a , 250
 $:\Leftrightarrow$, definitionsgemäß äquivalent, 173
 $B \setminus A$, B ohne A , 12
 $b - a$, Differenz von Zahlen, 140
 $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$, Folge, 250
 $\mathbb{Z}[i]$, Gauß'sche Zahlen, 163
 \Rightarrow , Implikation, 104
 $A \amalg B$, mengentheoretische Summe, 48
 $-a$, Negatives einer Zahl, 140
 a^{-1} , multiplikatives Inverses einer Zahl, 143
 $\neg A$, nicht A , 103
 $a < b$, Ordnung auf geordnetem Körper, 173
 \prod , Produktzeichen, 134
 $\frac{b}{a}$, Quotient von Zahlen, 143
 $\mathbb{Z}/k\mathbb{Z}$, Menge der Restklassen modulo k , 26
 $\bigcap_{i \in I} A_i$, Schnitt von Mengen, 48
 \sum , Summenzeichen, 126
 $\bigcup_{i \in I} A_i$, Vereinigung von Mengen, 48
 $\bigcup_{i \in I} A_i$, disjunkte Vereinigung von Mengen, 48
 $[k]$, Restklasse, 19
 $a \in M$, a ist Element von M , 11

$a \notin M$, a ist nicht Element von M , 11
 \Leftrightarrow , dann und nur dann, 202
 $:=$, definierende Gleichheit, 48
 \exists , es existiert, 103, 201, 202
 f^{-1} , Umkehrabbildung, 51
 \forall , für alle, 103, 201
 \Rightarrow , impliziert, 202
 $\equiv \text{ mod } m$, Äquivalenz modulo m , 19
 \equiv_m , Äquivalenz modulo m , 19

Abbildung, 50
 bijektive, 51
 injektive, 51
 surjektive, 51
 Abel, Niels Hendrik (1802–1829), 139
 abelsche Gruppe, 139
 Abgeschlossenheit unter einer Verknüpfung, 144
 Absolutbetrag, 159, 174
 abzählende Kombinatorik, 74
 Addition, 139
 auf \mathbb{N} , 213
 auf \mathbb{Q} , 239
 auf \mathbb{R} , 251
 auf \mathbb{Z} , 228
 von Brüchen, 143, 244
 von Restklassen, 19
 äquivalente Elemente, 250
 Äquivalenz, logische, 103
 Äquivalenzklasse, 50, 58, 250
 schwache, 114
 Äquivalenzrelation, 50
 schwache, 114, 250
 algebraische Struktur, 21, 139
 Anordbarkeit, 173
 Antireflexivität einer Relation, 79
 Antisymmetrie einer Relation, 68, 79, 160
 Archimedes (287–212 v. Chr.), 176
 Axiom, 176
 arithmetisches Mittel, 184
 Assoziativität
 der Addition in \mathbb{N} , 213
 der Addition in \mathbb{R} , 253
 der Addition in \mathbb{Z} , 139
 der Multiplikation in \mathbb{N} , 215
 der Multiplikation in \mathbb{R} , 253
 Asymmetrie-Axiom der natürlichen Zahlen, 201
 ausgeschlossenes Drittes, 117
 Aussagenlogik, 103
 Axiomensystem, 139

- beschränkt, 201
 nach oben, 175
 nach unten, 175
 Betrag einer Zahl, 174, 254
 Beweis
 durch Induktion, 120
 durch Widerspruch, 103
 bijektiv, 51
 Binomialkoeffizient, 131, 308

 Cantor, Georg (1845–1918), 10
 Cauchy, Augustin-Louis (1789–1857)
 Folge, 251, 272

 De Morgan, Augustus (1806–1871)
 Gesetze, 78
 Differenz, 140
 disjunkte Mengen, 48
 Distributivität, 155, 215, 253
 Division mit Rest, 17, 86, 229
 doppelte Negation, 117
 Dreiecksungleichung, 175

 Einheitengruppe, 147, 165
 Eins, 155, 228
 Element
 einer Menge, 11
 inverses, 140, 155
 neutrales, 139, 141
 Eratosthenes, (ca. 276–194 v.Chr.), 110
 Euklid (325–265 v. Chr.), 86
 euklidischer Algorithmus, 86
 erweiterter, 98

 Fermat, Pierre de (1601–1665), 131
 Zahlen, 134
 Folge, 151, 221, 249
 Folgerung, 109
 Fundamentalfolge, 251
 Fundamentalsatz der Zahlentheorie, 121
 Funktion, 50

 ganze Zahlen, 227
 Gauß, Carl Friedrich (1777–1855), 129
 Zahlen, 163
 geometrische Reihe, 133
 geordnete Gruppe, 160
 geordneter Körper, 173
 Gesetz
 der doppelten Negation, 117
 des Syllogismus, 117
 vom ausgeschlossenen Dritten, 117
 ggT (größter gemeinsamer Teiler), 84, 85
 Gleichheit von Mengen, 11
 Grenzwert, 259
 größter gemeinsamer Teiler (ggT), 84, 85

 größtes Element, 201
 Gruppe
 abelsche, 139
 kommutative, 139

 Halbgruppe, kommutative, 139
 Homomorphismus, 180

 Implikation, 103, 104
 Induktion, vollständige, 120, 203
 Infimum, 175, 186
 injektiv, 51
 Inverses
 additives, 140
 multiplikatives, 143
 irrationale Zahlen, 271
 Isomorphismus, 180

 kartesisches Produkt, 49
 kausale Ordnung, 194
 kleinstes Element, 201
 Koeffizienten, 196
 Körper, 156
 geordneter, 173
 Kommutativität
 der Addition in \mathbb{N} , 213
 der Addition in \mathbb{R} , 253
 der Addition in \mathbb{Z} , 139
 der Multiplikation in \mathbb{N} , 215
 der Multiplikation in \mathbb{R} , 253
 Komplement einer Menge, 12
 komplexe Zahlen, 198
 Kongruenz
 modulo m , 60
 von Dreiecken, 61
 Kronecker, Leopold (1823–1891), 169
 Kürzungseigenschaft
 der Addition in \mathbb{N} , 213
 der Multiplikation in \mathbb{N} , 215
 in \mathbb{R} , 253
 in \mathbb{Z} , 239

 leere Menge, 48
 lexikografische Ordnung, 193
 Lösbarkeit, 139
 logische Äquivalenz, 103

 mathematische Struktur, 137
 Maximalprinzip, 201
 Maximum, 187
 Menge, 10, 11, 21
 Mengen, gleichmächtige, 73
 Mengenlehre, 11
 Minimalprinzip, 201
 Minimum, 187
 Modell

- für die natürlichen Zahlen, 203
 - für die reellen Zahlen, 265
- modulo, 19
- Multiplikation, 142
 - auf \mathbb{N} , 215
 - auf \mathbb{Q} , 239
 - auf \mathbb{R} , 251
 - auf \mathbb{Z} , 228
 - von Restklassen, 19
- Nachfolger einer natürlichen Zahl, 216
- natürliche Zahlen, 203
- Negation, 103
- negative Zahlen, 173, 233
- Negatives, 140
- negatives Element, 195
- negierte Aussage, 103
- neutrales Element, 139
- Null, 139, 228
- Nullteilerfreiheit, 196, 239
- Ordnung
 - auf einem Zahlbereich, 173
 - kausale, 194
 - lexikografische, 193
 - partielle, 160
 - totale, 173
- partielle Ordnung, 68, 160
- Peano, Giuseppe (1858–1932), 216
- Permutationen, 75
- Polynomfunktionen, 196
- positive Zahlen, 173
 - ganze, 233
 - rationale, 240
 - reelle, 253
- positives Element, 195
- Potenzen, 219
- Potenzgesetze, 220
- Potenzmenge, 48
- Prämisse, 104
- Primteiler, 109
- Primzahl, 105
- Primzahlfaktorisation, 91, 110, 121
- Quantoren, 103
- Quersumme, 15
 - alternierende, 20
 - gewichtete, 20
- Quersummenregel, 17
 - gewichtet, 18, 20, 21, 34–38, 40–42
- Quotient, 143
- Quotientenkörper, 197
- rationale Zahlen, 239
- reelle Zahlen, 176, 251
- Reflexivität einer Relation, 49, 59
- Relation, 49
- Repräsentant einer Äquivalenzklasse, 50, 250
- Restklasse, 19, 50
- Restklassenring, 154
- Ring, kommutativer, 155
 - mit Eins, 155
- Schluss, 104, 109
- Schnitt von Mengen, 48
- Schranke
 - größte untere, 175
 - kleinste obere, 175
 - obere, 175
 - untere, 175, 186
- Sieb des Eratosthenes, 110
- Struktur
 - algebraische, 139
 - mathematische, 137
 - strukturertretend, 180
- Summe, mengentheoretische, 48
- Supremum, 175
- surjektiv, 51
- Syllogismus, 117
- Symmetrie
 - einer Relation, 50
- Symmetrie einer Relation, 50, 59
- Teilbarkeit, 19, 49
 - in \mathbb{N} , 60
 - in \mathbb{Z} , 60
- Teilen mit Rest, 18, 86
- teilerfremd, 87
- Teilmengen, 12
- Totalordnung, 173, 193
- Transitivität einer Relation, 49, 59, 173
- Trichotomie, 173, 201
- Tupel, 150
- Umkehrabbildung, 51
- Umkehrschluss, 104, 109, 117
- Unbeschränktheitsaxiom, 203
- Vereinigung von Mengen, 48
- Verknüpfung von Elementen, 21
- Verträglichkeit, 173
- vollständige Induktion, 120, 203
- Vollständigkeit, 175
- Voraussetzung, 109
- Wahrheitwertetabelle, 103
- Weierstraß, Karl (1815–1897), 259
- Widerspruchsbeweise, 105, 122
- Wohldefiniertheit, 227, 232

Zahlen

ganze, 227
irrationale, 271
komplexe, 197

natürliche, 203
negative, 173
rationale, 239
reelle, 176, 251