Literaturverzeichnis

Ableitinger, C., & Herrmann, A. (2011). *Lernen aus Musterlösungen zur Analysis und linearen Algebra: ein Arbeits- und Übungsbuch* (1. ed.). Wiesbaden: Vieweg + Teubner.

Antosch-Bardohn, J., Beege, B., & Primus, N. (2016). *Tutorien erfolgreich gestalten: Ein Handbuch für die Praxis*: UTB.

Arnold, K.-H., & Schreiner, S. (2009). Üben. In K.-H. Arnold, U. Sandfuchs, & J. Wiechmann (Eds.), *Handbuch Unterricht* (2. ed., pp. 246-249). Stuttgart UTB.

Aschersleben, K. (1999). *Frontalunterricht - klassisch und modern eine Einführung*. Neuwied: Luchterhand.

Atrash, E. (2013). *Teaching Linear Algebra: Pedagogical Practices of Experienced Lecturers.* (Dissertation), Technion-Israel Institute of technology, Haifa.

Bacher, J., Pöge, A., & Wenzig, K. (2010). *Clusteranalyse: Anwendungsorientierte Einführung in Klassifikationsverfahren*. München: Oldenbourg Verlag.

Bauersfeld, H. (1978). Kommunikationsmuster im Mathematikunterricht. Eine Analyse am Beispiel der Handlungsverengung durch Antworterwartung. In H. Bauersfeld (Ed.), *Fallstudien und Analysen zum Mathematikunterricht* (pp. 158-170). Hannover: Schroedel.

Baumert, J., & Lehrmann, R. (1997). *TIMSS - Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich - Deskriptive Befunde*. Opladen: Leske + Budrich.

Beck, P., Hawkins, T., Silver, M., Bruffee, K. A., Fishman, J., & Matsunobu, J. T. (1978). Training and Using Peer Tutors. *College English, 40*(4), 432-449.

Bescherer, C., Spannagel, C., & Zimmermann, M. (2012). Neue Wege in der Hochschulmathematik - Das Projekt SAiL-M. In M. Zimmermann, C. Bescherer, & C. Spannagel (Eds.), *Mathematik lehren in der Hochschule - Didaktische Innovationen für Vorkurse, Übungen und Vorlesungen* (pp. 93-104). Hildesheim, Berlin: Franzbecker.

Biehler, R., Hochmuth, R., Klemm, J., Schreiber, S., & Hänze, M. (2012). Fachbezogene Qualifizierung von MathematiktutorInnen - Konzeption und erste Erfahrung im LIMA-Projekt. In M. Zimmermann, C. Bescherer, & C. Spannagel (Eds.), *Mathematik lehren in der Hochschule - Didaktische Innovationen für Vorkurse, Übungen und Vorlesungen* (pp. 45-56). Hildesheim, Berlin: Franzbecker.

Biehler, R., Hänze, M., Hochmuth, R., Becher, S., Fischer, E., Püschl, J., & al., e. (2013). *Lehrinnovation in der Studieneingangsphase „Mathematik im Lehramtsstudium" – Hochschuldidaktische Grundlagen, Implementierung und Evaluation - Gesamtabschlussbericht des BMBF-Projekts LIMA*. Hannover: TIB.

J. Püschl, *Kriterien guter Mathematikübungen*, Studien zur Hochschuldidaktik und zum Lehren und Lernen mit digitalen Medien in der Mathematik und in der Statistik, https://doi.org/10.1007/978-3-658-25803-0

Blum, W. (2010). Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht. Herausforderung für Schüler und Lehrer. *Praxis der Mathematik, 34*(52), 42-48.

Blum, W., Drüke-Noe, C., Hartung, R., & Köller, O. (2012). *Bildungsstandards Mathematik: konkret - Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen.* Berlin: Cornelsen Scriptor.

Blum, W., Drüke-Noe, C., Leiß, D., Wiegand, B., & Jordan, A. (2005). Zur Rolle von Bildungsstandards für die Qualitätsentwicklung im Mathematikunterricht. *ZDM, 37*(4), 267-274.

Blum, W., & Wiegand, B. (2000). Vertiefen und Vernetzen. Intelligentes Üben im Mathematikunterricht. *Friedrich Jahresheft*, 24-25.

Blömeke, S., Eichler, D., & Müller, C. (2003). Rekonstruktion kognitiver Strukturen von Lehrpersonen als Herausforderung für die empirische Unterrichtsforschung - Theoretische und methodologische Überlegungen zu Chancen und Grenzen von Videostudie. *Unterrichtswissenschaft, 31*(2), 103-121.

Borich, G. D. (2011). *Effective teaching methods: Research-based practice* (7. ed.). Boston: Pearson/Allyn and Bacon.

Bortz, J. (2005). *Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler* (6 ed.). Heidelberg: Springer.

Bromme, R. (1997). Kompetenzen, Funktionen und unterrichtliches Handeln des Lehrers. In F. E. Weinert (Ed.), *Psychologie des Unterrichts und der Schule* (pp. 177-212). Göttingen: Hogrefe.

Brophy, J. (2000). *Teaching*. Brussels: International Academy of Education.

Brophy, J. (2002). *Gelingensbedingungen von Lernprozessen*. Soest: Material des Landesinstituts für Schule und Weiterbildung, Lehrerfortbildungsmaßnahme „Schulprogramm und Evaluation“ des Landes Nordrhein-Westfalen.

Brophy, J., & Good, T. L. (1986). *Teacher behavior and student achievement*. East Lansing, MI: Institute for Research on Teaching, Michigan State University.

Bruder, R. (2008). Üben mit Konzept. *mathematik lehren, 147*, 4-11.

Bruder, R., & Collet, C. (2011). *Problemlösen lernen im Mathematikunterricht*: Cornelsen Scriptor Berlin.

Büchter, A., & Henn, H.-W. (2010). *Elementare Analysis - Von der Anschauung zur Theorie*. Heidelberg: Spektrum.

Clausen, M., Reusser, K., & Klieme, E. (2003). Unterrichtsqualität auf der Basis hochinferenter Unterrichtsbeurteilungen - Ein Vergleich zwischen Deutschland und der deutschsprachingen Schweiz. *Unterrichtswissenschaft, 31*(2), 122-141.

Collins, A., Brown, J. S., & Newman, S. E. (1988). Cognitive apprenticeship: Teaching the craft of reading, writing and mathematics. *Thinking: The Journal of Philosophy for Children, 8*(1), 2-10.

Colvin, J. W. (2015). Peer Mentoring and Tutoring in Higher Education. In M. Li & Y. Zhao (Eds.), *Exploring Learning & Teaching in Higher Education* (pp. 207-229). Berlin, Heidelberg: Springer.

Dalehefte, I. M. (2006). *Unterrichtsskripts - ein multikriterialer Ansatz: eine Videostudie zum Zusammenspiel von Mustern unterrichtlicher Aktivitäten, Zielorientierung und prozessorientierter Lernbegleitung.* (Dissertation), Christian-Albrechts-Universität, Kiel.

Davis, R. B., & Vinner, S. (1986). The Notion of Limit: Some Seemingly Unavoidable Misconception Stages. *The Journal of Mathematical Behavior, 5*, 281-303.

Deci, E. L., & Ryan, R. M. (1993). Die Selbstbestimmungstheorie der Motivation und ihre Bedeutung für die Pädagogik. *Zeitschrift für Pädagogik, 39*(2), 223-238.

DeFranco, T., & McGivney-Burelle, J. (2001). The Beliefs and Instructional Practices of Mathematics Teaching Assistants Participating in a Mathematics Pedagogy Course. In *Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 23, pp. 681-690).

Ditton, H. (2007). Erwartungen verdeutlichen und Ergebnisse sichern. *Pädagogik, 59*(9), 40-43.

Dubs, R. (2009). *Lehrerverhalten ein Beitrag zur Interaktion von Lehrenden und Lernenden im Unterricht* (2. ed.). Stuttgart: Steiner.

Ellis, J. F. (2014). *Preparing future college instructors: the role of graduate student teaching assistants (GTAs) in successful college calculus programs.* (Dissertation), San Diego State University, San Diego, CA.

Ernest, P. (1989). The Knowledge, Beliefs and Attitudes of the Mathematics Teacher: a model. *Journal of Education for Teaching, 15*(1), 13-33.

Fennema, E., Carpenter, T., Franke, M., Levi, L., Jacobs, V. R., & Empson, S. B. (1996). A longitudinal study of learning to use children's thinking in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(4), 403-434.

Fischler, H., Schröder, H.-J., Tonhäuser, C., & Zedler, P. (2002). *Unterrichtsskripts und Lehrerexpertise: Bedingungen ihrer Modifikation.* Paper presented at the Bildungsqualität von Schule: Schulische und außerschulische Bedingungen mathematischer, naturwissenschaftlicher und überfachlicher Kompetenzen.

Fischler, H., Zedler, P., Kirchner, S., & Schröder, H.-J. (2004). Fachdidaktisches Coaching-Veränderungen von Lehrerkognitionen und unterrichtlichen Handlungsmustern. In J. Doll & M. Prenzel (Eds.), *Bildungsqualität von Schule: Lehrerprofessionalisierung, Unterrichtsentwicklung und Schülerförderung als Strategien der Qualitätsverbesserung* (pp. 114-132). Münster: Waxmann.

Flick, U. (2009). *Qualitative Forschung ein Handbuch* (7. ed.). Reinbek bei Hamburg: Rowohlt-Taschenbuch-Verlag.

Flick, U. (2010). *Qualitative Sozialforschung eine Einführung* (3. ed.). Reinbek bei Hamburg: Rowohlt-Taschenbuch-Verlag.

Flum, H., & Kaplan, A. (2006). Exploratory orientation as an educational goal. *Educational Psychologist, 41*(2), 99-110.

Freyn, W., & Weiß, C. H. (2016). Neue Maßnahmen für eine verbesserte Schulung und Betreuung von Übungsleitern. In A. Hoppenbrock, R. Biehler, R. Hochmuth, & H.-G. Rück (Eds.), *Lehren und Lernen von Mathematik in der Studieneingangsphase* (pp. 213-227). Wiesbaden: Springer.

Fries, S. (2002). *Wollen und Können: Ein Training zur gleichzeitigen Förderung des Leistungsmotivs und des induktiven Denkens*. Münster: Waxmann.

Furdek, A., & Röttel, K. (2004). Mach'n Se doch mal wieda 'n Fehla! *mathematik lehren, 125*, 13-16.

Gerhardt, U. (2009). Idealtypen in der fallvergleichenden Forschung. In G. Jüttemann (Ed.), *Komparative Kasuistik. Die psychologiesche Analyse spezifischer Entwicklungsphänomene* (pp. 82-94). Lengerich: Pabst.

Glathe, A. (2015). Die Wirkung von Tutorentraining - welche Effekte lassen sich nachweisen? In O. Zitzelsberger, B. Kühner-Stier, J. Meuer, G. Rößling, & T. Trebing (Eds.), *Neue Wege in die Tutorielle Lehre in der Studieneingangsphase: Dokumentation der gleichnahmigen Tagung im März 2014 an der TU Darmstadt*. Münster: WTM.

Glathe, A. (2017). *Effekte von Tutorentraining und die Kompetenzentwicklung von MINT-Fachtutor* innen in Lernunterstützungsfunktion.* (Dissertation), Technische Universität Darmstadt, Darmstadt.

Grass, B. (2008). *Schritt für Schritt zur erfolgreichen Präsentation*. Berlin: Springer.

Grieser, D. (2016). Mathematisches Problemlösen und Beweisen: Ein neues Konzept in der Studieneingangsphase. In A. Hoppenbrock, R. Biehler, R. Hochmuth, & H.-G. Rück (Eds.), *Lehren und Lernen von Mathematik in der Studieneingangsphase: Herausforderungen und Lösungsansätze* (pp. 661-675). Wiesbaden: Springer.

Gruehn, S. (2000). *Unterricht und schulisches Lernen. Schüler als Quellen der Unterrichtsbeschreibung*. Münster: Waxmann.

Gudjons, H. (2005). Methoden und Strategien intelligenten Übens. *Pädagogik, 57*(11), 12-15.

Gudjons, H. (2006). *Neue Unterrichtskultur - veränderte Lehrerrolle*. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Gudjons, H. (2011a). *Frontalunterricht - neu entdeckt Integration in offene Unterrichtsformen* (3., aktualisierte Aufl. ed.). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Gudjons, H. (2011b). *Frontalunterricht - Neu Entdeckt: Integration in offene Unterrichtsformen* (3. ed.). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Görts, W. (2011). *Tutoreneinsatz und Tutorenausbildung - Studierende als Tutoren, Übungsleiter, Mentoren, Trainer, Begleiter und Coaches-Analysen und Anleitung für die Praxis*. Bielefeld: UVW Universitätsverlag.

Götz, T., Lohrmann, K., Ganser, B., & Haag, L. (2005). Einsatz von Unterrichtsmethoden: Konstanz oder Wandel? *Empirische Pädagogik, 19*(4), 342-360.

Haase, J., Hochmuth, R., Bender, P., Biehler, R., Blum, W., Kolter, J., & Schukajlow-Wasjutinski, S. (eingereicht). *Tutorenschulung als Basis für ein kompetenz-orientiertes Feedback in fachmathematischen Anfängervorlesungen*. Universitäten Paderborn, Hannover, Kassel, Münster.

Haenisch, H. (1999). Merkmale erfolgreichen Unterrichts - Forschungsbefunde als Grundlage für die Weiterentwicklung von Unterrichtsqualität. In L. f. S. u. Weiterbildung (Ed.), *Was ist guter Unterricht?* (pp. 42-53). Bönen: Druckverlag Kettler.

Hattie, J. (2003). Teachers Make a Difference - What is the research evidence? Retrieved 02.07.2018, from Australian Council for Educational Research https://research.acer.edu.au/cgi/viewcontent.cgi?article=1003&context=research_conference_2003

Hattie, J. (2009). *Visible Learning - A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. Abingdon: Routledge.

Hattie, J., Biggs, J., & Purdie, N. (1996). Effects of Learning Skills Interventions on Student Learning: A Meta-Analysis. *Review of Educational Research, 66*(2), 99-136.

Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The Power of Feedback. *Review of Educational Research, 77*(1), 81-112.

Heinrich, F., Bruder, R., & Bauer , C. (2015). Problemlösen lernen. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme, & H.-G. Weigand (Eds.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (pp. 279-301). Berlin, Heidelberg: Springer.

Heinze, A. (2004). Zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch der Sekundarstufe I. *Journal für Mathematik-Didaktik, 25*(3), 221-244.

Helmke, A. (2003). *Unterrichtsqualität erfassen, bewerten, verbessern*. Seelze: Kallmeyer.

Helmke, A. (2012). *Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität: Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts* (4. ed.). Seelze: Klett/Kallmeyer.

Helmke, A., Hosenfeld, I., & Schrader, F.-W. (2002). Unterricht, Mathematikleistung und Lernmotivation. In A. Helmke & R. S. Jäger (Eds.), *Das Projekt MARKUS* (pp. 413-480). Landau: Verlag Empirische Pädagogik e.V.

Helmke, A., Rindermann, H., & Schrader, F.-W. (2008). Wirkfaktoren akademischer Leistungen in Schule und Hochschule. In W. Schneider & M. Hasselhorn (Eds.), *Handbuch der Pädagogischen Psychologie* (pp. 145-155). Göttingen: Hogrefe.

Helmke, A., & Weinert, F. E. (1997). Bedingungsfaktoren schulischer Leistungen. In F. E. Weinert (Ed.), *Enzyklopädie der Psychologie, Band 3 (Psychologie des Unterrichts in der Schule)* (pp. 71-176). Göttingen: Hogrefe.

Helmke, A., & Weinert, F. E. (2009). *Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität: Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts* (2. ed.). Seelze: Klett/Kallmeyer.

Heymann, H. (1998). Üben und Wiederholen - neu betrachtet. *Pädagogik, 50*(10), 7-11.

Heymann, H. (2005). Was macht Üben "intelligent"? *Pädagogik, 57*(11), 6-10.

Hiebert, J., Stigler, J. W., Jacobs, J., Bogard Givvin, K., Garnier, H., Smith, M., . . . Gallimore, R. (2005). Mathematics Teaching in the United States Today (and Tomorrow): Results From the TIMSS 1999 Video Study. *Educational Evaluation and Policy Analysis, 27*(2), 111-132.

Hoffkamp, A., & Moll, G. (2011). Fortbildungen für Hochschullehrende und Tutoren zu aktivierenden Veranstaltungskonzepten im Mathematikstudium. In R. Haug & L. Holzäpfel (Eds.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2011* (pp. 399-402). Münster: WTM.

Hugener, I. (2008). *Inszenierungsmuster im Unterricht und Lernqualität*. Münster: Waxmann.

Hänze, M. (2008). Was bringen kooperative Lernformen? Ergebnisse aus der empirischen Lehr-Lern-Forschung. *Friedrich Jahresheft, 26*, 24-25.

Hänze, M., Fischer, E., Schreiber, S., Biehler, R., & Hochmuth, R. (2013). Innovationen in der Hochschullehre: empirische Überprüfung eines Studienprogramms zur Verbesserung von vorlesungsbegleitenden Übungsgruppen in der Mathematik. *Zeitschrift für Hochschulentwicklung, 8*(4), 89-103.

Jaworski, B. (2002). Sensitivity and challenge in university mathematics tutorial teaching. *Educational Studies in Mathematics, 51*(1), 71-94.

Jaworski, B., & Didis, M. G. (2014). *Relating student meaning-making in mathematics to the aims for and design of teaching in small group tutorials at university level.* Paper presented at the 38th Conference of the Psychology of Mathematics Education (PME38), Vancouver, Canada.

Kelle, U., & Kluge, S. (2010). *Vom Einzelfall zum Typus: Fallvergleich und Fallkontrastierung in der qualitativen Sozialforschung* (2 ed.). Wiesbaden: Springer.

Kirsch, S. (2013). Tutorenarbeit: Unterstützung aus Sicht eines Lehrenden. In H. Kröpke & A. Ladwig (Eds.), *Tutorienarbeit im Diskurs - Qualifizierung für die Zukunft* (pp. 143-154). Berlin: LIT Verlag.

Klauer, K. J., & Leutner, D. (2007). *Lehren und Lernen: Einführung in die Instruktionspsychologie*. Weinheim: Beltz.

Klieme, E. (2002). Was ist guter Unterricht? Ergebnisse der TIMSS-Videostudie im Fach Mathematik. *Herausforderungen der Bildungsgesellschaft, 4*, 89-113.

Klieme, E., & Reusser, K. (2003). Unterrichtsqualität und mathematisches Verständnis im internationalen Vergleich - Ein Forschungsprojekt und erste Schritte zur Realisierung. *Unterrichtswissenschaft, 31*(3), 194-205.

Klieme, E., Schümer, G., & Knoll, S. (2001). Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I: "Aufgabenkultur" und Unterrichtsgestaltung im internationalen Vergleich. In E. Klieme & J. Baumert (Eds.), *TIMSS - Impulse für Schule und Unterricht* (pp. 43-57). Bonn: BMBF.

Klinger, M. (2011). Merkmale guter Hochschullehre: Definitionsversuche und Operationalisierbarkeit. *bwp@, 21*.

Kluge, S. (1999). *Empirisch begründete Typenbildung*. Opladen: Leske + Budrich.

Knauf, H. (2006). Vom Frosch zum Adler - Wie Tutorinnen und Tutoren ihre Arbeit durch Coaching verbessern können. In J. Wildt, B. Szczyrba, & B. Wildt (Eds.), *Consulting, Coaching, Supervision. Eine Einführung in Formate und Verfahren hochschuldidaktischer Beratung* (pp. 203-214). Bielefeld: WBV.

Knauf, H. (2007). *Tutorenhandbuch: Einführung in die Tutorenarbeit* (5 ed.). Bielefeld: Universitätsverlag Webler.

Kounin, J. S. (2006). *Techniken der Klassenführung* (3 ed.). Münster: Waxmann.

Krauss, S., Kunter, M., & Brunner, M. (2004). COACTIV: Professionswissen von Lehrkräften, kognitiv aktivierender Mathematikunterricht und die Entwicklung von mathematischer Kompetenz. In J. Doll (Ed.), *Bildungsqualität von Schule. Lehrerprofessionalisierung, Unterrichtsentwicklung und Schülerförderung als Strategien der Qualitätsverbesserung*. Münster: Waxmann.

Kröpke, H. (2014). Who is who? Tutoring und Mentoring–der Versuch einer begrifflichen Schärfung. In U. Hamburg (Ed.), *Tutoring und Mentoring* (Vol. 5, pp. 21-30). Hamburg: Universitätskolleg-Schriften.

Kröpke, H., & Szczyrba, B. (2009). Wer stützt den Sherpa? Tutorenweiterbildung als Investition in die Qualität der Lehre. In B. Berendt, H.-P. Voss, & J. Wildt (Eds.), *Neues Handbuch Hochschullehre. Lehren und Lernen effizient gestalten*. Berlin: Raabe.

Kuckartz, U. (2010a). *Einführung in die computergestützte Analyse qualitativer Daten* (3 ed.). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Kuckartz, U. (2010b). *Einführung in die computergestützte Analyse qualitativer Daten* (3., aktualisierte Aufl. ed.). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Kuckartz, U. (2010c). Typenbildung. In K. Mruck & G. Mey (Eds.), *Handbuch qualitative Forschung in der Psychologie.* (pp. 553-568). Wiesbaden: Springer.

Kuckartz, U. (2012). *Qualitative Inhaltsanalyse. Methoden, Praxis, Computerunterstützung*. Weinheim: Beltz Juventa.

Kuckartz, U., Rädiker, S., Ebert, T., & Schehl, J. (2010). *Statistik - Eine verständliche Einführung*. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Kung, D. (2010). Teaching Assistants Learning How Students Think. In F. Hitt, D. Holton, & P. W. Thompson (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education VII* (Vol. 7, pp. 143-170). Providence, Rhode Island: American Mathematical Society.

Kung, D., & Speer, N. M. (2009). Mathematics teaching assistants learning to teach: Recasting early teaching experiences as rich learning opportunities. *Journal of Graduate and Professional Student Development, 12*, 1-23.

Kunter, M. (2005). *Multiple Ziele im Mathematikunterricht*. Münster: Waxmann.

Kunter, M., Brunner, M., Baumert, J., Klusmann, U., Krauss, S., Blum, W., . . . Neubrand, M. (2005). Der Mathematikunterricht der PISA-Schülerinnen und -Schüler. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 8*(4), 502-520.

Kuntze, S., Heinze, A., & Reiss, K. (2008). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. *Journal für Mathematik-Didaktik, 29*(3/4), 199-222.

Lalley, J., & Miller, R. (2007). The Learning Pyramid: Does it point teachers in the right direction? *Education, 128*(1), 64-80.

Lamnek, S. (2010). *Qualitative Sozialforschung* (5 ed.). Weinheim: Beltz.

Leiss, D. (2007). *Hilf mir es selbst zu tun - Lehrerinterventionen beim mathematischen Modellieren*. Hildesheim: Franzbecker.

Lersch, R. (2012). Kompetenzorientiertes Lernen ermöglichen. *Lernende Schule, 15*(58), 13-16.

Leuders, T. (2001). *Qualität im Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I und II*. Berlin: Cornelsen-Scriptor.

Lew, K., Fukawa-Connelly, T. P., Mejía-Ramos, J. P., & Weber, K. (2016). Lectures in advanced mathematics: Why students might not understand what the mathematics professor is trying to convey. *Journal for Research in Mathematics Education, 47*(2), 162-198.

Liese, R. (1994). *Unterrichtspraktische Übungen für Übungsgruppenleiter in Mathematik - Ein Beitrag zur Verbesserung der Lehre durch Ausbildung und Training von Fachtutoren*: TU Darmstadt.

Lipowsky, F. (2007). Was wissen wir über guten Unterricht? Im Fokus: die fachliche Lernentwicklung. *Friedrich Jahresheft*, 26-30.

Lipowsky, F. (2009). Merkmale und Merkmalskonfigurationen erfolgreichen Unterrichts. In E. Wild & J. Möller (Eds.), *Pädagogische Psychologie* (pp. 83-101). Heidelberg: Springer.

Lou, Y., Abrami, P. C., Spence, J. C., Poulsen, C., Chambers, B., & d'Apollonia, S. (1996). Within-Class Grouping: A Meta- Analysis. *Review of Educational Research, 66*(4), 423-458.

Mali, A., Biza, I., & Jaworski, B. (2015). Investigating mathematics teaching at university: a mathematician and a mathematics educator. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of the 9th Conference of European Research in Mathematics Education* (pp. 2187-2193). Prague, Czech Republic.

Mayring, P. (2010). *Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken* (11 ed.). Weinheim: Beltz.

Mayring, P., Gläser-Zikuda, M., & Ziegelbauer, S. (2005). Auswertung von Videoaufnahmen mit Hilfe der Qualitativen Inhaltsanalyse - ein Beispiel aus der Unterrichtsforschung. *MedienPädagogik, 9*, 1-17.

Menzel, W. (2000). Kein reines Vergnügen - Grundprinzipien des Übens. *Friedrich Jahresheft*, 10-13.

Meyer, H. (1987). *UnterrichtsMethoden II: Praxisband*. Frankfurt am Main: Cornelson Scriptor.

Meyer, H. (2004). *Was ist guter Unterricht?* (1 ed.). Berlin: Cornelsen Scriptor.

Meyer, H. (2011). *Was ist guter Unterricht?* (8 ed.). Berlin: Cornelsen Scriptor.

Meyer, H. (2012). Kompetenzorientierung allein macht noch keinen guten Unterricht! *Lernende Schule, 58*, 7-12.

Meyer, H. (2014). *Leitfaden Unterrichtsvorbereitung* (7 ed.). Berlin: Cornelsen Scriptor.

Milburn, K. (1996). *Peer Education with Young People about Sexual Health: a Critical Review*. Edinburgh: Health Education Board for Scotland.

Mortimore, P., Sammons, P., Stoll, L., Lewis, D., & Ecob, R. (1988). *School matters*. Berkeley, CA: University of California Press.

Muijs, D., & Reynolds, D. (1999). School Effectiveness and Teacher Effectiveness in Mathematics: Some Preliminary Findings form the Evaluation of the Mathematics Enhancement Programme (Primary). *School Effectiveness and School Improvement, 11*(3), 273-303.

Muijs, D., & Reynolds, D. (2011). *Effective teaching: Evidence and practice* (2 ed.). London: Sage.

Nardi, E., Jaworski, B., & Hegedus, S. (2005). A Spectrum of Pedagogical Awareness for Undergraduate Mathematics: From "Tricks" to "Techniques". *Journal for Research in Mathematics Education, 36*(4), 284-316.

Neubrand, J. (2006). The TIMSS 1995 and 1999 Video Studies. In F. K. S. Leung, K.-D. Graf, & F. J. Lopez-Real (Eds.), *Mathematics Education in Different Cultural Traditions-A Comparative Study of East Asia and the West: The 13th ICMI Study* (pp. 291-318). Boston, MA: Springer US.

Oser, F., Hascher, T., & Spychiger, M. (1999). Lernen aus Fehlern. Zur Psychologie des „negativen“ Wissens. In W. Althof (Ed.), *Fehlerwelten: Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern.* (pp. 11-41). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Oser, F., & Spychiger, M. (2005). *Lernen ist schmerzhaft: Zur Theorie des negativen Wissens und zur Praxis der Fehlerkultur*. Weinheim: Beltz.

Ostermeier, C., Carstensen, C. H., Prenzel, M., & Geiser, H. (2004). Kooperative unterrichtsbezogene Qualitätsentwicklung in Netzwerken. Ausgangsbedingungen für die Implementation im BLK-Modellversuchsprogramm SINUS. *Unterrichtswissenschaft, 32*(3), 215-237.

Park, C. (2004). The graduate teaching assistant (GTA): lessons from North American experience. *Teaching in Higher Education, 9*(3), 349-361.

Pauli, C., & Reusser, K. (2003). Unterrichtsskripts im schweizerischen und im deutschen Mathematikunterricht. *Unterrichtswissenschaft, 31*(3), 238-272.

Pinto, A. (2013). Revisiting University Mathematics Teaching: A Tale of Two Instructors. In B. Ubuz, C. Haser, & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the 8th Congress of European Research in Mathematics Education* (pp. 2416-2425). Antalya, Turkey.

Pinto, A. (2017). Why different mathematics instructors teach students different lessons about mathematics in lectures. In R. Göller, R. Biehler, R. Hochmuth, & H.-G. Rück (Eds.), *Didactics of Mathematics in Higher Education as a Scientific Discipline - Conference Proceedings* (pp. 236-240). Kassel: Universitätsbibliothek Kassel.

Pintrich, P. R., & Schunk, D. H. (1996). *Motivation in Education: Theory, Research & Applications*. Englewood Cliffs, NJ: Pentrice Hall.

Polya, G. (1995). *Schule des Denkens: Vom Lösen mathematischer Probleme*. Tübingen, Basel: Francke.

Prediger, S., & Wittmann, G. (2009). Aus Fehlern lernen–(wie) ist das möglich. *Praxis der Mathematik in der Schule, 51*(3), 1-8.

Prenzel, M., Seidel, T., Lehrke, M., Rimmele, R., Duit, R., Euler, M., . . . Widodo, A. (2002). Lehr-Lernprozesse im Physikunterricht - eine Videostudie. *Zeitschrift für Pädagogik - Beiheft, 45*, 139-156.

Priebe, B. (2012). Zur Kompetenzorientierung des Lernens und Lehrens im Unterricht. *Lernende Schule, 15*(58), 4-6.

Pólya, G. (1995). *Schule des Denkens: Vom Lösen mathematischer Probleme* (4 ed.). Tübingen, Basel: Francke.

Püschl, J. (2013). Wie besprechen Tutoren Hausaufgaben? - Potentiale und Grenzen in der Aus- und Weiterbildung von Übungsgruppenleitern. In G. Greefrath, F. Käpnick, & M. Stein (Eds.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013*. Münster: WTM.

Püschl, J., Biehler, R., Hochmuth, R., & Schreiber, S. (2013). Wie geben Tutoren Feedback? - Anforderungen an studentischer Korrekturen und Weiterbildungsmaßnahmen im LIMA-Projekt. In A. Hoppenbrock, S. Schreiber, R. Göller, R. Biehler, B. Büchler, R. Hochmuth, & H.-G. Rück (Eds.), *Mathematik im Übergang Schule/Hochschule und im ersten Studienjahr. Extended Abstracts zur 2. khdm-Arbeitstagung 20.02 - 23.02.2013* (pp. 120-121).

Püschl, J., Biehler, R., Hochmuth, R., & Schreiber, S. (2016). Wie geben Tutoren Feedback? Anforderungen an studentische Korrekturen und Weiterbildungsmaßnahmen im LIMA-Projekt. In A. Hoppenbrock, R. Biehler, R. Hochmuth, & H.-G. Rück (Eds.), *Lehren und Lernen von Mathematik in der Studieneingangsphase: Herausforderungen und Lösungsansätze* (pp. 387-404). Wiesbaden: Springer.

Rach, S., Siebert, U., & Heinze, A. (2016). Operationalisierung und empirische Erprobung von Qualitätskriterien für mathematische Lehrveranstaltungen in der Studieneingangsphase. In A. Hoppenbrock, R. Biehler, R. Hochmuth, & H.-G. Rück (Eds.), *Lehren und Lernen von Mathematik in der Studieneingangsphase: Herausforderungen und Lösungsansätze* (pp. 601-618). Wiesbaden: Springer.

Rechtien, W. (2009). Struktur, Beziehung und Leistung in gruppalen Settings. In C. J. Schmidt-Lellek & A. Schreyögg (Eds.), *Praxeologie des Coaching* (pp. 88-101). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Reimpell, M., & Szczyrba, B. (2007). Studierende als Dozierende. In B. Berendt, H.-P. Voss, & J. Wildt (Eds.), *Neues Handbuch Hochschullehre. Lehren und Lernen effizient gestalten*. Berlin: Raabe.

Reiss, K., & Hammer, C. (2013). *Grundlagen der Mathematikdidaktik: eine Einführung für den Unterricht in der Sekundarstufe*. Basel: Birkhäuser.

Renkl, A. (1996). Träges Wissen: Wenn Erlerntes nicht genutzt wird. *Psychologische Rundschau, 47*, 78-92.

Renkl, A. (2000). Automatisierung allein reicht nicht aus - Üben aus kognitionspsychologischer Perspektive. *Friedrich Jahresheft*, 16-19.

Reusser, K., & Pauli, C. (2010). Unterrichtsgestaltung und Unterrichtsqualität - Ergebnisse einer internationalen und schweizerischen Videostudie zum Mathematikunterricht: Einleitung und Überblick. In K. Reusser, C. Pauli, & M. Waldis (Eds.), *Unterrichtsgestaltung und Unterrichtsqualität - Ergebnisse einer internationalen und schweizerischen Videostudie zum Mathematikunterricht* (pp. 9-56). Münster: Waxmann.

Rezat, S. (2009). *Das Mathematikbuch als Instrument des Schülers*. Wiesbaden: Vieweg + Teubner.

Roeder, P. M. (1997). Binnendifferenzierung im Unterricht von Gesamtschullehrern. *Zeitschrift für Pädagogik, 43*, 241-259.

Rosenshine, B. (1979). Content, Time, and Direct Instruction. In P. L. Peterson & H. J. Walberg (Eds.), *Research on Teaching: Concepts, Findings, and Implications*. Berkeley, CA: McCutchan.

Rosenshine, B., & Stevens, R. (1986). Teaching Function. In M. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on Teaching*. New York: Macmillan.

Rumpf, M. (2009). *Tutorenqualifizierung - "Ich kann mir jetzt vorstellen, was da auf mich zukommt".* (Projektbericht), FH Gießen-Friedberg, Friedberg.

Rutter, M. (1983). School Effects on Pupil Progress - Research Findings and Policy Implications. *Child Development, 54*(1), 1-29.

Sandfuchs, U. (2000). Vom Sinn und Zweck des Übens - Eine Einführung in das Thema. *Friedrich Jahresheft*, 4-8.

Schank, R. C., & Abelson, R. P. (1977). *Scripts, plans, goals, and understanding: an inquiry into human knowledge structures*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.

Scharlach, C. (2009). Mathematik-Didaktik für Tutor/-innen (und WMs). In M. Neubrand (Ed.), *Beiträge zum Mathematikunterricht*. Münster: WTM.

Scheerens, J. (1992). *Effective Schooling - Research, Theory and Practice*. London: Cassell.

Schendera, C. (2010). *Clusteranalyse mit SPSS*. München: Oldenbourg.

Schlesinger, L., & Jentsch, A. (2016). Theoretical and methodological challenges in measuring instructional quality in mathematics education using classroom observations. *ZDM, 48*(1), 29-40.

Schlömerkemper, A. (2005). Didaktische Fortbildung von Tutorinnen und Tutoren in der Mathematik. *Das Hochschulwesen, 5*, 198-203.

Schreier, M. (2012). *Qualitative Content Analysis in Practice*. London: Sage.

Schreier, M. (2014). Varianten qualitativer Inhaltsanalyse: Ein Wegweiser im Dickicht der Begrifflichkeiten. *Forum: Qualitative Sozialforschung, 15*(1).

Schröder, H. (2002). *Lernen-Lehren-Unterricht: Lernpsychologische und didaktische Grundlagen*. München: Oldenbourg.

Schukajlow-Wasjutinski, S. (2010). *Schüler-Schwierigkeiten und Schüler-Strategien beim Bearbeiten von Modellierungsaufgaben als Bausteine einer lernprozess-orientierten Didaktik.* (Dissertation), Universität Kassel, Kassel.

Seidel, T. (2002). "Jetzt bitte alle nach vorne schauen!"-Lehr-Lernskripts im Physik-unterricht und damit verbundene Bedingungen fur individuelle Lernprozesse. *Unterrichtswissenschaft, 30*(1), 52-77.

Seidel, T. (2003). *Lehr-Lernskripts im Unterricht*. Münster: Waxmann Verlag.

Selent, P., & Wiemer, M. (2011). Der Blick aufs eigene Fach: Reflexion der Fachkulturen als Element hochschuldidaktischer Qualifizierung von Tutor/inn/en. In I. Jahnke & J. Wildt (Eds.), *Fachbezogene und fachübergreifende Hochschuldidaktik* (pp. 193-200). Bielefeld: Bertelsmann Verlag.

Shayer, M., & Adhami, M. (2007). Fostering Cognitive Development Through the Context of Mathematics: Results of the CAME Project. *Educational Studies in Mathematics, 64*(3), 265-291.

Siburg, K.-F., & Hellermann, K. (2009). Mathematik lehren lernen. *DVM Nachrichten, 17*, 174-176.

Simpson, R. D., & Smith, K. S. (1993). Validating teaching competencies for graduate teaching assistants: A national study using the Delphi method. *Innovative Higher Education, 18*(2), 133-146.

Smith, B. (2001). Just give us the right answer. In H. Edwards, B. Smith, & G. Webbs (Eds.), *Lecturing. Case studies, experience and practice* (pp. 123-129). London: Taylor & Francis.

Speer, N. M. (2001). *Connecting Beliefs and Teaching Practices: A Study of Teaching Assistants in Reform-oriented Calculus Courses*. Berkeley: University of California.

Speer, N. M. (2008). Connecting beliefs and practices: a fine-grained analysis of a college mathematics teacher's collections of beliefs and their relationship to his instructional practices. *Cognition and Instruction, 26*(2), 218-267.

Speer, N. M., Gutmann, T., & Murphy, T. J. (2005). Mathematics Teaching Assistant Preparation and Development. *College Teaching, 53*(2), 75-80.

Speer, N. M., Murphy, T. J., & Gutmann, T. (2009). Educational research on mathematics graduate student teaching assistants: A decade of substantial progress. *Studies in Graduate and Professional Student Development, 12*, 1-10.

Speer, N. M., Smith, J. P., & Horvath, A. (2010). Collegiate mathematics teaching: An unexamined practice. *The Journal of Mathematical Behavior, 29*(2), 99-114.

Speer, N. M., Strickland, S., Johnson, N., & Gudler, B. (2006). *Mathematics graduate students' knowledge of undergraduate students' strategies and difficulties: Derivative and supporting concepts.* Paper presented at the 9. Conference on Research in Untergraduate Mathematics Education, Piscataway, NJ.

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (2009). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Simon and Schuster.

Tietze, U.-P. (1997). *Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II*. Braunschweig: Vieweg.

Ufer, S., Heinze, A., & Lipowsky, F. (2015). Unterrichtsmethoden und Instruktionsstrategien. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme, & H.-G. Weigand (Eds.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (pp. 411-434). Berlin, Heidelberg: Springer.

Vollrath, H.-J. (2001). *Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe*. Heidelberg: Spektrum.

Vollstedt, M. (2011). Datenauswertung und Theoriebildung. In *Sinnkonstruktion und Mathematiklernen in Deutschland und Hongkong: Eine rekonstruktiv-empirische Studie* (pp. 109-126). Wiesbaden: Vieweg+Teubner.

Walberg, H. J., & Paik, S. J. (2000). *Effective educational practices*. Brüssel: International Academy Education.

Wang, M. C., Haertel, G. D., & Walberg, H. J. (1997). Learning Influences. In H. J. Walberg & G. D. Haertel (Eds.), *Psychology and Educational Practice* (pp. 199-211). Berkley, CA: McCuthan.

Weber, K. (2004). Traditional instruction in advanced mathematics courses: A case study of one professor’s lectures and proofs in an introductory real analysis course. *The Journal of Mathematical Behavior, 23*(2), 115-133.

Webler, W.-D. (1991). Kriterien für gute akademische Lehre. *Das Hochschulwesen, 6*, 243-249.

Weicker, N., & Thumser, K. (2002). Umfassende didaktische Schulung studentischer MultiplikatorInnen. Konzeption, didaktische Analyse und erprobte Realisierungsmöglichkeiten zur Vorbereitung von TutorInnen. In B. Berendt, H.-P. Voss, & J. Wildt (Eds.), *Neues Handbuch Hochschullehre. Lehren und Lernen effizient gestalten* (Vol. 6). Berlin: Raabe.

Weihofen, K., Ladwig, A., & Auferkorte-Michaelis, N. (2008). Train-the-Tutors - Hochschuldidaktische Qualifizierung für studentische Tutor/inn/en. *Journal Hochschuldidaktik, 19*(2), 19-20.

Weinert, F. E. (1997). *Notwendige Methodenvielfalt - Unterschiedliche Lernfähigkeit der Schüler erfordern variable Unterrichtsmethoden des Lehrens*. Seelze: Max-Planck-Institut für Psychologische Forschung.

Weinert, F. E., & Helmke, A. (1988). Individual differences in cognitive development - Does instruction make a difference? In M. Heatherington, R. Lerner, & M. Perlmutter (Eds.), *Child development in life span perspective* (pp. 219-239). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Weinert, F. E., & Helmke, A. (1996). Der gute Lehrer: Person, Funktion oder Fiktion? In A. Leschinsky (Ed.), *Die Institutionalisierung von Lehren und Lernen. Beiträge zu einer Theorie der Schule.* (pp. 223-233). Weinheim: Beltz.

Wellenreuther, M. (2005). *Lehren und Lernen - aber wie? Empirisch-experimentelle Forschungen zum Lehren und Lernen im Unterricht* (2 ed.). Baltmannsweiler: Schneider-Verlag Hohengehren.

Wellenreuther, M. (2009). Handwerkszeug für erfolgreichen Unterricht - Klassenmanagment ist mehr als Ermahnen und Strafen. *Friedrich Jahresheft*, 45-47.

Wiechmann, J. (2002). *Zwölf Unterrichtsmethoden. Vielfalt für die Praxis* (3 ed.). Weinheim: Beltz.

Wiedenbeck, M., & Züll, C. (2001). Klassifikation mit Clusteranalyse: Grundlegende Techniken hierarchischer und k-means-Verfahren. *ZUMA how-to-Reihe, 10*(2), 18.

Wilbers, K. (2014). *Wirtschaftsunterricht gestalten. Lehrbuch*. Erlangen-Nürnberg: Friedrich-Alexander Universität.

Wild, K.-P., & Schiefele, U. (1994). Lernstrategien im Studium - Ergebnisse zur Faktorenstrukturen und Reliabilität eines neuen Fragebogens. *Zeitschrift für Differentielle und Diagnostische Psychologie, 15*, 185-200.

Wildt, J. (2013). Ein hochschuldidaktischer Blick auf die Tutorenqualifizierung. *Tutorienarbeit im Diskurs. Qualifizierung für die Zukunft*, 39-49.

Winter, H. (1984). Begriff und Bedeutung des Übens im Mathematikunterricht. *mathematik lehren, 2*, 4-16.

Winter, M. (2002). Über Verständigung zu Verständnis? - Was Gelegenheit zu Kommunikation in und über Mathematik bewirken kann. In S. Prediger & K. Lengnink (Eds.), *Mathematik und Kommunikation* (pp. 3-17). Darmstadt: Verlag Allgemeine Wissenschaft.

Anhang

Aufgaben in den Hausaufgabenbesprechungen

Aufgabe 1

Betrachte die folgende Aussage:

„Die Menge der natürlichen Zahlen ist gleichmächtig zur Menge der Kubikzahlen."

Entscheiden Sie, ob die Aussage richtig oder falsch ist. Begründen Sie Ihre Antwort! Bei falschen Aussagen reicht ein Gegenbeispiel; richtige Aussagen müssen begründet werden, ein Beispiel reicht in diesem Fall nicht aus!

Aufgabe 2

a) Verwandeln Sie die folgenden Brüche in einen Dezimalbruch: $\frac{2}{33}, \frac{1}{6}, \frac{12}{9990}$

b) Schreiben Sie als Bruch:
   (i) $1{,}234$
   (ii) $0,\overline{23}$;
   (iii) $3{,}11\overline{3}$;
   (iv) $0,12\overline{34}$.

c) Die folgenden unendlichen Dezimalbrüche legen ein Bildungsgesetz nahe, das man mit Worten beschreiben kann. Setzen Sie den Dezimalbruch um weitere sechs Stellen fort und beschreiben sie das Bildungsgesetz. Handelt es sich jeweils um eine rationale oder irrationale Zahl? Begründen Sie Ihre Antwort.
   (i) 1,123123123123...
   (ii) 1,12345678910...
   (iii) 0,149162536496481...

d) Geben Sie zwei nicht-periodische unendliche Dezimalbrüche an. Erläutern Sie anschließend das zugrunde liegende Bildungsgesetz in eigenen Worten.

Aufgabe 3

Betrachten Sie die Zahl x = 0,49999... = $0{,}4\overline{9}$.

a) Geben Sie eine Intervallschachtelung für die Zahl x an.

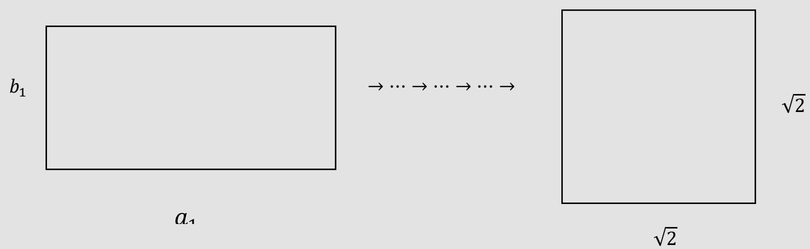
b) *"Weil die Intervallschachtelung von x aus unendlich vielen Intervallen besteht, ist x eine irrationale Zahl."* Nehmen Sie zu dieser Behauptung Stellung.

c) Kann man die Zahl x auf dem Zahlenstrahl darstellen? Wenn ja, wie ist das möglich? Wenn nein, warum nicht? Begründen Sie!

J. Püschl, *Kriterien guter Mathematikübungen*, Studien zur Hochschuldidaktik und zum Lehren und Lernen mit digitalen Medien in der Mathematik und in der Statistik, https://doi.org/10.1007/978-3-658-25803-0

Aufgabe 4

Nach dem griechischen Mathematiker und Ingenieur Heron von Alexandria ist ein Verfahren benannt worden, mit dessen Hilfe man Näherungswerte für Irrationalzahlen der Form $\sqrt{p}$, wobei p eine Primzahl ist, berechnen kann. Sein Verfahren sollen Sie am Beispiel der näherungsweisen Bestimmung von $\sqrt{2}$ im Folgenden durchführen. Da die Seitenlänge eines Quadrats mit dem Flächeninhalt 2 gerade die gesuchte Irrationalzahl $\sqrt{2}$ liefert, startet man bei diesem Verfahren die Sache nach Näherungswerten mit Hilfe eines zum Quadrat flächengleichen Rechtecks.



1. Schritt: Starten Sie mit einem Rechteck, das die Seitenlängen $a_1 = 2$ und $b_1 = 1$ und somit den Flächeninhalt 2 besitzt.
   Strategie: Schritt für Schritt werden die Seitenlängen des Rechtecks so geändert, dass sich seine Form immer mehr der eines Quadrats annähert, während der Flächeninhalt gleich bleibt.
2. Schritt: Wählen Sie dazu als neue Rechtecksseiten

$$a_2 = \frac{a_1 + b_1}{2}; b_2 = \frac{2}{a_2}$$

Wenn Sie mit dieser Strategie weiter fortfahren, erhalten Sie zwei Zahlenfolgen $\langle a_n \rangle_{\mathbb{N}}$ und $\langle b_n \rangle_{\mathbb{N}}$, die die Seitenlängen neuer, zunehmend „quadratischer" Rechtecke beschreiben und somit Näherungswerte für $\sqrt{2}$ bilden.

Im Folgenden sollen Sie diese beiden Folgen genauer untersuchen:

a) Fertigen Sie zunächst eine Skizze an, die die ersten beiden Schritte des Heron-Verfahrens geometrisch veranschaulicht.
b) Geben Sie die Seitenlängen der ersten fünf Rechtecke an und vergleichen Sie die Ergebnisse.
c) Geben Sie eine rekursive Beschreibung für die beiden Folgenglieder a_n und b_n an.
d) Inwiefern handelt *es* sich bei dem Heron-Verfahren um eine Intervallschachtelung? *(Hinweis: Fassen Sie die Längen a_n der Rechtecke als Intervallgrenzen auf.)*
   (i) Geben Sie die ersten 5 Intervalle der Intervallschachtelung an.
   (ii) Beschreiben Sie die Rolle von $\sqrt{2}$ in diesem Kontext.

Aufgabe 5

a) Nennen Sie drei rationale Zahlen, die auf der Zahlengeraden zwischen $-\frac{1}{10}$ und $-\frac{1}{11}$ liegen. Wie haben Sie diese Zahlen gefunden? Beschreiben Sie Ihre Vorgehensweise.

b) Im Folgenden sollen Sie zeigen, dass auf der Zahlengeraden zwischen zwei beliebigen rationalen Zahlen immer noch eine weitere rationale Zahl liegt. Gehen Sie dazu wie folgt vor:
Weisen Sie für natürliche Zahlen $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ mit $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ nach, dass die rationale Zahl $m = \frac{a+c}{b+d}$ zwischen den beiden Ausgangsbrüchen liegt, d. h.:

$$\frac{a}{c} < m < \frac{c}{d}.$$

Aufgabe 6

a) Beweisen Sie für eine beliebige Primzahl p, dass $\sqrt{p}$ irrational ist.

b) In der folgenden Tabelle ist der Beginn einer dezimalen Intervallschachtelung zur Bestimmung von $\sqrt{5}$ dargestellt, die man durch systematisches Probieren erhält. Geben Sie die nächsten drei Intervalle an. Erläutern Sie, warum durch diese Intervallfolge die Zahl $\sqrt{5}$ festgelegt wird.

Einschachtelung	**Begründung durch Quadrieren**
$2 < \sqrt{5} < 3$	4 < 5 < 9
$2{,}2 < \sqrt{5} < 2{,}3$	…
…	…

c) Durch die Vorschrift $a_{n+1} = 2 + \frac{1}{2+a_n}$ für $n \in \mathbb{N}$ kann eine Folge rekursiv beschrieben werden. Bestimme n Sie die ersten zehn Folgenglieder für das Anfangsglied $a_1 = 2$. Was fällt auf? Warum ist das so?

d) Geben Sie eine rekursive Darstellung einer Folge an, deren erste zehn Folgenglieder sich Schritt für Schritt immer näher der Irrationalzahl $\sqrt{17}$ annähern. Erläutern Sie Ihr Vorgehen.

Aufgabe 7

a) Beweise: Für $a, b \in \mathbb{N}$ ist $a + b \leq ggT(a;b) + kgV(a;b)$
Drücke diesen Satz zuerst umgangssprachlich aus.

Hinweise zum Beweis: Setze $d = ggT(a;b)$, zeige durch einfache Umrechnung, dass die behauptete Ungleichung äquivalent zur Ungleichung $(a-d) \cdot (b-d) \geq 0$ ist, und begründe diese.

b) Genau in welchen Fällen gilt das "="-Zeichen?

Aufgabe 8 (nur d) relevant)

Bestimme jeweils die "kleinsten" Lösungen:

a) $122 \cdot x + 74 \cdot y = 112$
b) $122 \cdot x + 74 \cdot y = 111$
c) $121 \cdot x + 74 \cdot y = 112$
d) Frei nach einem indischen Rechenbuch, um 850 n.Chr.: Aus Kirschen wurden 189 gleich große Haufen gebildet, wobei 21 Kirschen übrigblieben. Es kamen 69 Reisende, unter denen die Kirschen gleichmäßig ohne Rest verteilt wurden. Keiner & keinem Reisenden wurde es nach denn Verspeisen aller ihrer bzw. seiner Kirschen schlecht.
   - Wie viele Kirschen waren es?
   - Stelle eine linDG auf, und löse diese gemäß der Vorlesung.

Aufgabe 9

Wähle zwei der folgenden vier Funktionen aus, zeichne für beide den Graphen und begründe den qualitativen Verlauf:

a) $\frac{f}{g}$ $mit\ f(x) = e^x - \frac{1}{2}$ und $g(x) = \sqrt{x^2 - \frac{1}{4}}$
b) $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$
c) $f(x) = x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right)$
d) $f(x) = 2 \cdot x - x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$.

Aufgabe 10

Beantworte für jeden der folgenden vier Terme:

a) $5 \cdot x^2 + 0{,}8$
b) $-5 \cdot (x^2 + 0{,}8)$
c) $-(5 \cdot x^2 + 0{,}8)$
d) -5 $\cdot\ (x + 0{,}8)^2$

Welchen Scheitelpunkt hat der Graph der Funktion f mit dem jeweiligen Term? Welche Operationen muss man hintereinander ausführen, um die Normalparabel ($y = x^2$) in den Graph von f zu überführen?

Aufgabe 11

Zeichne die Graphen der Funktionen mit den folgenden Termen, und gib für jede die Wertemenge an. Versuche, mit Skizzen hinzukommen.

Beschreibe, wie sukzessive a) in b) in c) in d) in e) überführt wird.

a) $\sin(x)$
b) $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$
c) $\sin\left(2 \cdot \left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right)$
d) $\frac{\sin\left(2 \cdot \left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right)}{4}$
e) $\frac{\sin\left(2 \cdot \left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right)}{4} - \frac{1}{2}$

Aufgabe 12

Sei $u: \mathbb{R}^{\geq 0} \to \mathbb{R};\ x \longmapsto \sqrt{x}$ und $v: \mathbb{R} \to \mathbb{R};\ x \longmapsto x^2 + 3$. Überprüfe, dass die beiden Hintereinanderausführungen $u \circ v$ und $v \circ u$ existieren, gib sie an, und zeichne ihre Graphen sowie die Graphen von u und v.

Aufgabe 13

Zerlege die Funktion f mit $f(x) = \sqrt{sin(x)}$ in zwei Funktionen u und v so dass $u \circ v = f$ ist. Gib für alle drei Funktionen passende Definitions- und Wertebereiche an, und zeichne ihre Graphen.

Fast jeder Autofahrer kennt folgende Situation: auf der leeren Autobahn überlegt man, ob man weiter 130 km/h fahren sollte, um Benzin zu sparen, oder ob man vielleicht seine Geschwindigkeit auf 170 km/h erhöhen sollte, um früher ans Ziel zu kommen. Vielen ist bekannt, dass der Benzinverbrauch mit steigender Geschwindigkeit sehr stark wächst. Mit folgender Formal kann man abhängig von der Geschwindigkeit x den Benzinverbrauch $f(x)$ (in I pro 100 km) für einen durchschnittlichen Fahrzeugtyp berechnen:

$$f\ (x)\ =\ 0{,}0000081\ \cdot (x — 40)^3\ +\ 4$$

(Die Formel gilt erst für Geschwindigkeiten ab etwa 80 km/h)

Aufgabe 14

Welche vereinfachenden Annahmen wurden hier getroffen, um einen funktionalen Zusammenhang herstellen zu können?

Aufgabe 15

Erstelle eine Tabelle, die den Benzinverbrauch für verschiedene Geschwindigkeiten angibt. Stelle den Sachverhalt auch durch einen Graphen dar.

Hinweis: Es können an dieser Stelle auch gerne Programme wie Excel, Cinderella, GeoGebra, etc. zur Hilfe genommen werden.

Aufgabe 16

Wie viel Zeit gewinnt man auf einer Strecke von 100 km, wenn man seine Durchschnittsgeschwindigkeit von 130 km/h auf 170 km/h erhöht? Wie viel kostet jede gewonnene Minute bei einem Benzinpreis von 1,70 €/l?

Aufgabe 17

Autofahrer 1 erhöht seine Geschwindigkeit von 100 km/h auf 120 km/h, Autofahrer 2 erhöht seine Geschwindigkeit von 200 km/h auf 220 km/h. Beide Autofahrer fahren also 20 km/h schneller als zuvor. Vergleiche den Zeitgewinn und die entstehenden Mehrkosten. Was fällt auf?

Aufgabe 18

Denk dir eine konvergente und eine divergente Folge aus. Erkläre anhand deiner Beispielfolgen anschaulich, was man unter einem Grenzwert versteht.

Aufgabe 19

Untersuche, ob es sich bei der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}},\ a_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$ um eine konvergente Folge handelt. Falls eine Konvergenz vorliegt, beweise dies unter Verwendung der Definition 3.1.3.

Aufgabe 20

Entscheide ohne formale Untersuchung, ob die Folgen $(b_n)_{n\in N}$ bis $(g_n)_{n\in N}$ konvergent sind. Begründe deine Entscheidung kurz und gib im Falle einer Konvergenz den Grenzwert an.

a) $b_n = \frac{n^2}{n+1}$
b) $c_n = \frac{3n-2}{2n+8}$
c) $d_n = \frac{\cos(n)}{2}$
d) $e_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{n^2}$
e) $f_n = \sqrt[n]{5}$
f) $g_n = 7$

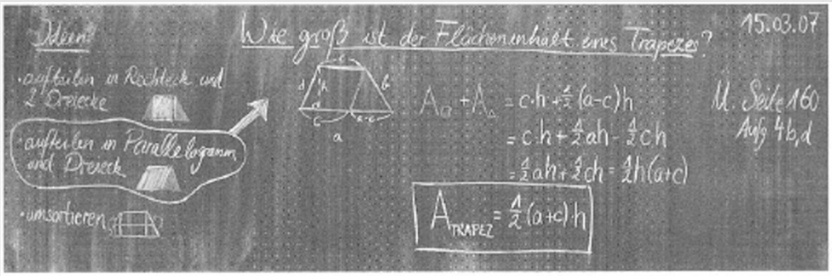
Aufgabe 21

a) Formulieren Sie zwei verschiedene charakterisierende Definitionen des Begriffs Drachenviereck. Wodurch unterscheiden sich Ihre beiden Definitionen voneinander? Geben Sie anschließend noch eine genetische Definition an.
b) Entscheiden Sie, ob die folgenden Beschreibungen charakterisierend oder genetisch sind. Entscheiden Sie anschließend, ob die Beschreibungen eindeutig ein Drachenviereck definieren.
   - „Ein Drachenviereck ist ein Viereck, in dem die Diagonalen senkrecht aufeinander stehen.“
   - „Ein Viereck, bei dem es zwei Paare benachbarter gleichlanger Seiten gibt, heißt Drachenviereck."
   - „Ein Drachenviereck entsteht, wenn man eine Diagonale einer Raute verlängert und einen zugehörigen Eckpunkt entlang dieser Diagonale herauszieht."
   - „Bei einem Drachenviereck sind je zwei nebeneinanderliegende Seiten gleich.“
   - „Ein Viereck, bei dem eine Diagonale Symmetrieachse ist, heißt Drachenviereck.“
   - „Ein Drachenviereck entsteht, wenn man ein spitzwinkliges oder stumpfwinkliges Dreieck an einer seiner Seiten oder ein rechtwinkliges Dreieck an seiner Hypotenuse spiegelt.”
   - „Ein Drachenviereck ist ein Viereck, in dem eine der Diagonalen durch eine andere
   - „Ein Viereck heißt Drachenviereck, wenn es zwei gegenüberliegende, gleichgroße Winkel besitzt."
   - „Ein Drachenviereck entsteht, wenn man eine Diagonale eines Rechtecks verlängert und einen zugehörigen Eckpunkt entlang dieser Diagonale herauszieht."
c) Erläutern Sie am Beispiel des Drachenvierecks,
   - was man unter einem Begriffserwerb durch Konstruktion verstellt und wie man diesen Zugang konkret umsetzen kann.
   - was man unter einem Begriffserwerb durch Abstraktion versteht und wie man diesen Zugang konkret umsetzen kann.

Aufgabe 22

Das unten abgedruckte Tafelbild ist in einer Unterrichtsstunde zum Thema Flächeninhalt eines Trapezes entstanden. Die Unterrichtsstunde wies folgende Gliederung auf:

- Ideensammlung in einem Unterrichtsgespräch mit phasenweiser Schülerinteraktion im Unterrichtsgespräch
- Begründung, warum die Zerlegung des Trapezes in Parallelogramm und Dreieck weiterverfolgt wird
- selbstständige Arbeitsphase (10 min) zur Herleitung des Flächeninhalts
- anschließende Sicherung an der Tafel
- Hausaufgabe: Anwendung der Flächeninhaltsformel anhand von Schulbuchaufgaben



a) Leiten Sie die Formel für den Flächeninhalt eines Trapezes aus den beiden nicht weiter verfolgen Ideen her („aufteilen in Rechteck und 2 Dreiecke" sowie „umsortieren").

b) Dokumentieren Sie die beiden Herleitungen jeweils in Form eines übersichtlichen Tafelbildes. Worauf ist dabei zu achten?

c) Welches Vorwissen. ist nötig, um die jeweilige Herleitung zu verstehen?

d) Vergleichen Sie die Vor- und Nachteile dieser beiden verschieden Wege zum Trapezflächeninhalt.

e) Nach dem Kernlehrplan G8 für Gymnasien soll der Trapezflächeninhalt in Jahrgangsstufe 6 unterrichtet werden. Entwickeln Sie daher eine (weitere) geometrische Herleitung der Formel, die ohne Termumformungen auskommt.
(Tipp: Es gibt verschiedene Wege. Recherchieren Sie in Schulbüchern.)

Kodierleitfäden für die Kategorien aus Kapitel 6

Die folgenden Tabellen zeigen die Kodierleitfäden der einzelnen Hauptkategorien, welche in Kapitel 6 verwendet wurden. Jede Aufgabenbesprechung zählt als Fall und bildet somit die Analyseeinheit. Die Aufgabe wird dabei nicht in Teilaufgaben unterschieden. Die Kodiereinheit der einzelnen Hauptkategorien wird vor jeder Tabelle angegeben.

Kodierleitfaden der Hauptkategorie „Anfangsaktivitäten“

Kodiereinheit: Als Anfangsaktivität werden alle aufgabenbezogenen Aktivitäten kodiert, welche vor der inhaltlichen Besprechung der Aufgabe stattfinden. Aktivitäten organisatorischer Art, z.B. Verteilen der Hausaufgabenzettel, werden nicht als Anfangsaktivitäten betrachtet.

Subkategorien zu „Anfangsaktivitäten“	**Definition**	**Kodierregel**	**Beispiel**
Klärung der Aufgabenstellung	Die TutorInnen wiederholen die Aufgabenstellung, so dass allen Studierenden diese klar ist, unabhängig davon, ob sie sich vorher mit der Aufgabe auseinandergesetzt haben.	Folgende Fälle fallen in diese Subkategorie: Die TutorInnen oder die Studierenden geben die Aufgabenstellung in eigenen Worten wieder. Die TutorInnen oder die Studierenden lesen die Aufgabenstellung vor. Die TutorInnen bitten die Studierenden, die Aufgabenstellung nochmal durchzulesen.	*„Die eins, da solltet ihr eine konvergente und eine divergente Folge finden und erklären, was man unter einem Grenzwert versteht.“* (AS121, Min 00:05-00:17) *„Und würde danach, euch bitten, dass ihr euch dann kurz nochmal einlest. Und vor allem die Fragestellung bei Aufgabenteil a) euch nochmal durchlest und versucht, in eigenen Worten wiederzugeben, was da eigentlich gefragt war, was ihr da machen sollt.“* (CI31a, Min 00:08-00:26)
Ablauf der Aufgabenbesprechung	Die TutorInnen geben den Studierenden eine Orientierung für den Verlauf der Aufgabenbesprechung.	Folgende Fälle fallen in diese Subkategorie: Die TutorInnen erklären, wie sie bestimmte Inhalte besprechen möchten oder bitten die Studierenden, dies zu entscheiden (methodisch). Die TutorInnen erklären, welche Inhalte der Aufgabe sie besprechen möchten oder bitten die	*„Zuerst möchten wir mit euch Nr.8 besprechen und zwar in der Reihenfolge b), c), d) und dann erst die a), weil die meisten haben einfach b) und c) bearbeitet und ich finde es wichtig, dass die auf jeden Fall gut besprochen wird, auch relativ ausführlich, damit ihr das dann auch verstanden habt, …“* (KY38, Min 17:34-17:50) *„Wir machen erst die Hausaufgabe Nr.3 (11 Sek, Tutorin*

		Studierenden, dies zu entscheiden (inhaltlich).	*schreibt an Tafel). Sollen wir das eben so schnell zusammen machen und ich schreibe das auf, ihr sagt mir was ich tun muss? Oder will die jemand vorrechnen? (12 Sek, Studierende antworten nicht) Okay, dann machen wir das mal zusammen ganz schnell.“* (AI123, Min 00:17-00:52) *„Okay, zur Kirschenaufgabe, wie gesagt, wir wollen jetzt gleich schnell modellieren und die Aufgabe ausrechnen und eine sinnvolle Lösung bekommen.“* (MP423a, Min 00:14-00:27)
Rückmeldung zur Bearbeitungsqualität	Die TutorInnen geben eine Rückmeldung zu den Studierendenbearbeitungen.	Folgende Fälle fallen in diese Subkategorie: Die TutorInnen berichten nur oberflächlich, ob die Bearbeitungen der Studierenden gut waren oder es Probleme gab. Die TutorInnen erklären konkret, wo es Probleme bei den Bearbeitungen der Aufgabe gab.	*„Genau, die Nr.9 hat insgesamt nicht so viel Schwierigkeiten bereitet. Ich habe gesehen, dass viele von euch da mit der ersten Ableitung rangegangen sind. Es war zum größten Teil auch richtig, also ihr habt den richtigen Scheitelpunkt bestimmt. Da wir aber die erste Ableitung noch nicht irgendwie in der Vorlesung thematisiert haben, sollte die Aufgabe über die Scheitelpunktform gelöst werden.“* (KY39, Min 00:09-00:40) *„Gut, bei c) und d) gab es Probleme. Schwierigkeiten in dem Sinne, dass vielleicht nur eine Frage beantwortet wurde oder dass die Aufgabe falsch verstanden wurde.“* (AI31c, Min 00:12-00:25)
Wiederholung relevanter Inhalte	Die TutorInnen wiederholen Inhalte, die zur Lösung der Aufgabe helfen, jedoch nicht direkt von der Aufgabe gefordert werden.	In diese Subkategorien gehören keine Wiederholungen von Inhalten, die in der Aufgabenbesprechung nicht weiter benötigt werden.	Zitate zu lang (KJ42, Min 00:00-12:06)

Verdeutlichung der Aufgabenschwierigkeit	Die TutorInnen erklären auf einer Metaebene, wo die Herausforderung bei der Bearbeitung der Aufgabe lag.		*„Wo es am meisten Schwierigkeiten macht, ist glaube ich, da den Ansatz zu finden."* (AT423d, Min 01:53-01:57) *„In Aufgabenteil c) glaube ich, oder waren I. [die andere Tutoren] und ich uns eigentlich einig, dass da die Schwierigkeit nicht darin bestand, diese Rechnungen durchzuführen. Denn es waren ja eigentlich kleine Rechnungen wie z.B. 100 durch 130 oder so, wo auch jeder gerne den Taschenrechner zu benutzen kann. Wir waren eher der Meinung, dass es schwierig war, die Struktur dieser Aufgabe zu verstehen und sich erst mal irgendwie so ein Konzept zu überlegen, wie man die Aufgabe löst.* (CI31c, Min 00:01-00:28)
Sonstiges	Hier werden alle Fälle kodiert, die nicht in die obigen Subkategorien eingeordnet werden können.		*„Gibt es bis dahin irgendwelche Fragen, Unklarheiten bezüglich Korrektur, oder /"* (KJ43, Min 00:33-00:38)

Kodierleitfaden der Hauptkategorie „Vollständigkeit“

Kodiereinheit: Die Kodiereinheit für die Vollständigkeit stellt die gesamte Aufgabenbesprechung dar. In MAXQDA wird nur die letzte Sekunde der Aufgabebesprechung kodiert, um den Speicherplatz möglichst gering zu halten.

Subkategorien zu „Hauptteil – Vollständigkeit“	**Definition**	**Kodierregel**	**Beispiel**
vollständige Aufgabe	Die TutorInnen besprechen die komplette Aufgabe. Die Besprechung ist dabei so ausführlich, dass alle relevanten Inhalte mündlich oder an der Tafel diskutiert wurden.	Alle Aufgabeteile und von der Aufgabe geforderten Inhalte werden angesprochen. Ob die Inhalte an der Tafel festgehalten werden oder nur mündlich diskutiert werden, ist für die Kodierung nicht relevant.	AS310; CT411
nicht vollständige Aufgabe	Die TutorInnen treffen eine Auswahl und besprechen nur bestimmte Teile der Aufgabe ausführlich.	Die Aufgabe wird nicht komplett besprochen. Dabei können die folgenden Fälle auftreten: Die TutorInnen besprechen nur bestimmte Teilaufgaben. Die TutorInnen besprechen nur bestimmte Inhalte der Aufgabe, z.B. da diese besonders schwierig waren. Die TutorInnen geben nur kurze Anmerkungen zur Aufgabe, die Aufgabe selbst wird nicht besprochen.	Besprechung bestimmter Teilaufgaben: KJ42 Besprechung von Problemstellen: AS121 nur Anmerkung: OU121

Kodierleitfaden der Hauptkategorie „Sozialformen“

Kodiereinheit: Als Hauptteilaktivität werden alle aufgabenbezogenen Aktivitäten kodiert, welche sich auf die inhaltliche Besprechung der Aufgabe beziehen. Sozialformen beschreiben die unterschiedliche Interaktions- und Kommunikationsprozesse in der Übung.

Anmerkung: Der Frontalunterricht wird dabei in drei Arbeitsformen aufgeteilt: Lehrgespräch im Plenum, Tutorenvortrag und Studierendenvortrag. Jede Phase einer Hausaufgabenbesprechung kann einer Sozial- bzw. Arbeitsform zugeordnet werden und wird dementsprechend vollständig kodiert.

Kategorie 1: Lehrgespräch

Als Lehrgespräch werden diejenigen Phasen bezeichnet, in denen die TutorInnen die Leitung der Aufgabenbesprechung übernehmen und eine Diskussion im Plenum entsteht. Während des Lehrgesprächs können Phasen entstehen, in denen sowohl die TutorInnen als auch die Studierenden 1-2 Minuten am Stück reden. Die eigentlichen Inhalte werden jedoch im Dialog erarbeitet.

Subkategorie „Lehrgespräch“	Definition	Kodierregel
Lehrgespräch mit Tafelnutzung	Die TutorInnen erarbeiten die Aufgabenlösung oder einen Teil davon im Lehrgespräch und halten dabei die besprochenen Inhalte fest.	Die Ergebnisse des Lehrgesprächs werden entweder an der Tafel oder auf Folie festgehalten. Die TutorInnen können sich auch auf den vorhandenen, vorab entwickelten Anschrieb beziehen.
Lehrgespräch ohne Tafelnutzung	Die TutorInnen erarbeiten die Aufgabenlösung oder einen Teil davon im Lehrgespräch ohne die besprochenen Inhalte an der Tafel festzuhalten.	Die TutorInnen beziehen sich dabei auch nicht auf den vorhanden, vorab entwickelten Anschrieb.

Kategorie 2: Tutorenvortrag

Als Tutorenvortrag werden diejenigen Phasen beschrieben, in denen allein die TutorInnen inhaltlich aktiv werden. Die Studierenden werden während dieser Phase nicht miteinbezogen, sondern bleiben passiv. Der Tutorenvortrag kann auch durch eine Studierendenfrage ausgelöst werden, jedoch muss sich die Antwort der TutorInnen mindestens über 2 Minuten erstrecken, damit dies als Tutorenvortrag und nicht als Teil eines Lehrgesprächs kodiert wird.

Subkategorie „Tutorenvortrag“	**Definition**	**Kodierregel**
Tutorenvortrag mit Tafelnutzung	Die TutorInnen erarbeiten die Aufgabenlösung oder einen Teil davon im Tutorenvortrag und halten dabei die besprochenen Inhalte fest.	Die Ergebnisse des Vortrags werden entweder an der Tafel oder auf Folie festgehalten. Die TutorInnen können sich auch auf den vorhandenen, vorab entwickelten Anschrieb beziehen.
Tutorenvortrag ohne Tafelnutzung	Die TutorInnen erarbeiten die Aufgabenlösung oder einen Teil davon im Tutorenvortrag ohne die besprochenen Inhalte an der Tafel bzw. auf Folie festzuhalten.	Die TutorInnen beziehen sich dabei auch nicht auf den vorhanden, vorab entwickelten Anschrieb.

Kategorie 3: Studierendenvortrag

Als Studierendenvortrag werden diejenigen Phasen bezeichnet, in denen nur ein Studierender inhaltlich aktiv wird. Die TutorInnen und die anderen Studierenden werden während dieser Phase nicht miteinbezogen, sondern bleiben passiv.

Ein Studierender stellt seine Aufgabenlösung oder einen Teil davon vor. Er bzw. sie kann seine bzw. ihre Lösung an der Tafel anschreiben, wobei nicht danach unterschieden wird, ob der bzw. die Studierende nur die Lösung anschreibt oder diese zusätzlich ausführlich erklärt. Ein Studierender kann aber auch die eigene Aufgabenlösung oder einen Teil davon vorlesen, ohne dass Ergebnis an der Tafel festzuhalten. Der Studierendenvortrag kann sowohl aus Eigeninitiative des Studierenden als auch durch Ansprechen der TutorInnen initiiert werden.

Kategorie 4: Einzelarbeit

Als Einzelarbeit werden diejenigen Phasen beschrieben, in denen nur die Studierenden inhaltlich arbeiten. Dabei entsteht kein Austausch zwischen den Studierenden und die TutorInnen bleiben in der Regel passiv.

Subkategorie „Einzelarbeit“	Definition	Kodierregel
Einzelarbeit – Studierende überlegen	Die Studierenden erhalten von den TutorInnen Zeit, sich allein mit einem Inhalt auseinander zu setzen.	Die TutorInnen können einzelnen Studierenden Hilfestellung geben.
Einzelarbeit – Studierende schreiben ab	Die Studierenden schreiben in Einzelarbeit den Tafelabschrieb oder die Folie ab.	Zuvor muss also eine Aufgabenlösung oder ein Teil davon festgehalten worden sein.

Kategorie 5: Partner- bzw. Gruppenarbeit

Die Studierenden arbeiten in Partner- oder Gruppenarbeit. Die TutorInnen können ihnen ggfs. Hinweise geben. Auch Phasen, in denen die TutorInnen eigentlich eine Einzelarbeit angekündigt hat, jedoch durch die Diskussionen der Studierenden untereinander deutlich wird, dass sie über die Inhalte diskutieren, werden hier kodiert.

Kodierleitfaden der Hauptkategorie „Didaktische Elemente“

Analyseeinheit: Jede Aufgabenbesprechung zählt als Fall und bildet somit die Analyseeinheit. Die Aufgabe wird dabei nicht in Teilaufgaben unterschieden.

Kodiereinheit: Als Hauptteilaktivität werden alle aufgabenbezogenen Aktivitäten kodiert, welche sich auf die inhaltliche Besprechung der Aufgabe beziehen. Didaktische Elemente sind dabei diejenigen Aktivitäten der TutorInnen, die den Lernprozess der Studierenden zusätzlich unterstützen können. Diese Aktivitäten werden dabei nicht direkt von der Aufgabenstellung gefordert.

Subkategorien zu „Hauptteil – Didaktische Elemente“	**Definition**	**Kodierregel**	**Beispiel**
Veranschaulichung	Die TutorInnen veranschaulichen Inhalte, obwohl dies von der Aufgabenstellung nicht direkt gefordert ist.	Folgende Fälle fallen in diese Subkategorie: Die TutorInnen oder ein Studierender visualisieren einen Inhalt an der Tafel, am Overhead oder einem anderen Medium. Die TutorInnen visualisieren einen Inhalt durch Gestik.	Eine Tutorin fordert Studierenden dazu auf, die Definition eines Drachenvierecks zu veranschaulichen: *„Okay, was passiert denn, wenn wir das so machen? (2 Sek) Vielleicht malst du das noch einmal kurz für uns an?“* (S7, Min 12:11-12:20) Nach einer nachträglichen Korrektur der Tutorin, wird die Definition wie folgt an der Tafel visualisiert: 
Hinweis auf häufige Fehler	Die TutorInnen heben einen häufigen Fehler bei dem gerade besprochenen Inhalt hervor.	Die TutorInnen können dabei allgemein bleiben oder sich auf die Studierendenbearbeitung oder ihre Erfahrung beziehen. Das Hervorheben von Studierendenschwierigkeiten am Anfang der Übung wird nicht kodiert, dies ist Teil der Anfangsaktivitäten.	*„Wichtig ist nur eins, denkt immer daran (zeigt auf Tafel). Wenn ihr als rechte Intervallgrenze 0,5 habt, was genau ziemlich alle in ihrer Intervallschachtelung hatten, dann denkt dran, dass wenn ihr in der Mitte 0,4999 habt, dass ihr schreibt $\leq$. Das ist nicht nur $<$, denn wir können, das machen wir gleich, zeigen, dass 0,499 das Gleiche ist wie 0,5. Deswegen muss da unbedingt $\leq$ stehen, sonst ist das falsch.“* (KJ42, Min 12:26-12:57)

Leistungserwartung	Die TutorInnen erklären den Studierenden, was von ihnen erwartet wird.	Die Leistungserwartung der TutorInnen kann rein inhaltlich sein, sich aber auch auf die Darstellung beziehen. Dabei können die TutorInnen Bezug zur Korrektur der Hausaufgaben oder Klausur nehmen.	ausführlicher*: „Wenn wir jetzt schon mal bei dem Thema sind: Es geht darum, wie ihr Funktionen aufschreibt. Mir ist in den Hausaufgaben aufgefallen, dass Funktionen, also die Zuordnungsvorschrift mit Definitionsbereich, Wertebereich teilweise recht kreuz und quer aufgeschrieben wurden. In der Klausur oder in den nächsten Hausaufgaben möchte ich, dass jede Funktion so (zeigt zur Tafel) aufgeschrieben wird. Es gibt noch eine zweite Möglichkeit, die wir durchgehen lassen. Also es gehört einmal dazu der Name, wie die heißt, der Definitionsbereich, der Wertebereich mit dem Pfeil dazwischen und das hier ist die Zuordnungsvorschrift (zeigt diese an Tafel). Es gibt alternativ, würde auch gehen in diesem Fall* $f(x) = x^2 + 3$. *Das würden wir auch noch durchgehen lassen. Also diese beiden Sachen sind äquivalent zu sehen (zeigt beide Zuordnungsvorschriften), aber vor jeder Funktion will ich in den nächsten Hausaufgaben dieses hier sehen (zeigt auf Definitions- und Wertebereich). Oder zu jeder. [...]“* (DJ411, Min 02:55-03:52) kurz: *„Das, was wir gerade mündlich hier mit Argumentieren machen, das solltet ihr bitte ausschreiben.“* (D123, Min 11:35-11:40)
Bezug zu anderen Aufgaben, VL, Schule	Die TutorInnen stellen Inhalte in Bezug zu anderen Bereichen.	Folgende Fälle fallen in diese Subkategorie: Die TutorInnen bringen die Inhalte der Aufgabe mit vorherigen Aufgaben in Zusammenhang. Die TutorInnen beziehen sich auf die Vorlesung. Die TutorInnen beziehen sich auf Mathematikveran-	zu anderen Veranstaltungen: *„Wer Geometrie noch im Kopf hat oder gerade Geometrie hört, weiß dass es immer längengetreu dann gespiegelt wird.“* (AS39, Min 15:46-15:51) zur Vorlesung: *„Aber wie habt ihr das in der Vorlesung gemacht, um so eine Gleichmächtigkeit zu zei-*

		staltungen, welche die Studierenden bereits besucht haben oder noch besuchen werden. Die TutorInnen stellen eine Verbindung zur Schulmathematik her.	*gen? Zum Beispiel habt ihr ja gezeigt, dass die natürlichen Zahlen und die ganzen Zahlen gleichmächtig sind.“* (CJ4h, Min 03:06-03:16) zu vorherigen Aufgaben: *„Genauso hattet ihr das ja auch bei Aufgabe 2, da konntet ihr bei b) ja auch Bezug zu a) nehmen, um die Antwort zu beantworten. Also ganz häufig ist das manchmal so, dass die Fragen und Antworten miteinander verknüpft sind.“* (AI43, Min 02:58-03:09) zur Schule: *„Ihr solltet Rechenregeln beachten. Es gibt viele, die hier (zeigt auf Tafel) gesagt haben, in der Schule macht man das einfach so, dass man ∞ einsetzt. n geht gegen ∞, dann setzt ihr ∞ einfach ein, dann steht hier (zeigt auf Tafel) ∞ durch ∞. Ja, ∞ durch ∞ wird ja wohl 1 sein. Dann ist der Grenzwert 1. Ihr seht aber / warum darf man das nicht machen?“* (D123, Min 10:34-10:52)
Verschiedene Lösungswege	Die TutorInnen vergleichen unterschiedliche Lösungswege.	Folgende Fälle fallen in diese Subkategorie: Die unterschiedlichen Wege werden explizit durchgeführt, z.B. indem Studierende unterschiedliche Lösungswege anschreiben. Es wird nur ein Lösungsweg durchgeführt, andere Möglichkeiten werden mündlich ergänzt.	Tutorin hat drei verschiedene Lösungswege von Studierenden an Tafel schreiben lassen, lässt jeden Lösungsweg erklären und vergleicht diese: *„Wie schon gesagt, dass ist sehr ähnlich, der einzige Unterschied ist, dass ihr mit Stammbrüchen gearbeitet habt.“* (IV31, Min 08:17-08:24) *„A. hat das mit dem Epsilon-Spiel die ganze Zeit versucht, oder an vielen Stellen. Funktioniert auch, ich würde euch aber empfehlen, wenn das nicht ausdrücklich in der Aufgabenstellung verlangt ist, es nicht zu tun, weil es sehr fehleranfällig ist, zeitaufwändiger und viel komplizierter.“* (D123 Min15:39-15:57)

Weiterführende Frage	Die TutorInnen stellen eine Frage, die über die Inhalte der Aufgabe hinausgeht.	Die TutorInnen können mit der weiterführenden Frage unterschiedliche Ziele verfolgen: Sie möchten feststellen, ob das Prinzip, welches in der Aufgabe geübt werden sollte, verstanden wurde. Sie möchten weitere Inhalte diskutieren, die in der Aufgabe nicht gefordert waren. Sie möchten auf mögliche Schwierigkeiten, Spezialfälle, etc. aufmerksam machen.	Tutor hat zuvor Monotoniekriterium als Konvergenzkriterium für Folgen diskutiert. *T: „Was ist denn andersrum? Wenn eine Folge konvergent ist, muss sie dann auch beschränkt und monoton sein? (5 Sek) Also sagen wir, eine Folge konvergiert, muss sie dann beschränkt und monoton sein?“* *S:“ Nee, beschränkt muss sie ja nicht sein.“* Zusammen werden dann Gegenbeispiele für diese Aussage aufgeführt. (D123, Min 21:47-22:17)
Strukturierungshilfe	Die TutorInnen lösen sich von der rein inhaltlichen Besprechung der Aufgabe und betrachten das Vorgehen auf einer Metaebene.	In diese Kategorie fallen die folgenden Fälle: Die TutorInnen Tutorin klären mit den Studierenden, welche Lösungsschritte für die Bearbeitung der Aufgabe gefordert werden. Es kann sich dabei auch nur um einen Kommentar handeln, wie man an eine solche Aufgabe rangehen sollte. Die TutorInnen geben den Studierenden ein Zwischenfazit. Dieses kann als Orientierung für die Studierenden dienen, um ihnen zu verdeutlichen, wo sie in der Besprechung gerade stehen. Es kann aber auch als Hervorhebung und Zusammenfassung eines zuvor besprochenen relevanten Inhalts dienen. Die TutorInnen gehen nach der Besprechung der Aufgabe nochmal die einzelnen Lösungsschritte mit den Studierenden durch. Fälle, in denen nicht die TutorInnen selbst diese Metabemerkungen macht, sondern die Studierenden	*„Dann hat das alles relativ gut funktioniert, dass wir das einordnen konnten. Das ist gut. Wichtig ist halt, wenn ihr irgendwie Definitionen unterscheidet, also wenn ihr die genetische Definition formulieren wollt, dass ihr halt guckt, okay, wie kann ich meinem Schüler nahebringen, wie er diese Figur erhält durch eine Konstruktion. Und bei den charakterisierenden Eigenschaften ist es halt wichtig, dass man wirklich über Eigenschaften wie, meinetwegen „es findet eine Spiegelung an der Symmetrieachse statt", aufgreift. Dass man dort wieder auf die Eigenschaften eingeht.“ (S7, Min 20:06-20:41)*

		gezielt danach fragt, werden hier auch kodiert.	
Provokation von kognitiven Konflikten	Die TutorInnen provozieren einen kognitiven Konflikt bei den Studierenden.	Folgende Fälle fallen in diese Subkategorie: Die TutorInnen lassen bewusst einen Fehler zu (unabhängig davon, ob sie ihn selbst gemacht hat oder ein Studierender), um diesen anschließend zu diskutieren. Die TutorInnen klären nach Studierendenantworten nicht sofort auf, ob diese richtig oder falsch ist.	Ein Studierender behauptet, dass es mehr natürliche Zahlen gibt als Kubikzahlen. *T: „Wie viele Zahlen gibt's denn? Natürliche Zahlen?“* *S: „Unendlich.“* *T: „Wie viele Kubikzahlen gibt es?“* *S: „Ja auch unendlich.“* *T: „Ja, das ist ja jetzt ein Problem. Weil das ist ja jetzt irgendwie dasselbe.“* (CJ4h, Min 05:21-05:32)
Zurückgeben von Studierendenfragen	Die TutorInnen beantworten die Frage eines Studierenden nicht selbst, sondern geben diese an Studierende weiter.		*S1: „Eine Frage zum Wertebereich von h: Wenn ich die Wurzel ziehe, dann ist das doch +/- oder nicht?“* *T1: „Genau, danke[1].“* *S1: „Und dann müsste der Wertebereich das ganze $\mathbb{R}$ sein, oder?“* *T1: „Gegenmeinungen dazu?“* *T2: „Seht ihr das alle so? (3 Sek). Kopfschütteln. Mehrfaches Kopfschütteln. Wieso?“* *(DJ411, Min 11:39-13:12)*
Fragemöglichkeit	Die TutorInnen geben den Studierenden bewusst Zeit, Nachfragen zu stellen.	Möglichkeit für Fragen kann durch eine Aufforderung die TutorInnen gegeben werden oder durch lange Pausen entstehen. Die Möglichkeit, am Ende der Besprechung Nachfragen zu stellen, wird hier nicht kodiert, sie ist Teil der Schlussaktivität.	*„Hat jetzt jemand noch Fragen zu dem Vorgehen? (Studierende unterhalten sich) (3 Sek) Wie es weitergeht? Wollt ihr noch wissen?“* (MP423a, Min 13:30-18:37)

[1] Durch die Betonung wird deutlich, dass dies keine Zustimmung zu der mathematischen Aussage des Studierenden ist, sondern eine Zustimmung dazu, dass diese Thematik noch diskutiert werden muss.

Kodierleitfaden der Hauptkategorie „Schlussaktivitäten“

Kodiereinheit: Als Schlussaktivität werden alle aufgabenbezogenen Aktivitäten kodiert, welche nach der inhaltlichen Besprechung der Aufgabe stattfinden. Aktivitäten organisatorischer Art, z.B. das Wischen der Tafel, werden nicht als Anfangsaktivitäten betrachtet.

Subkategorien zu „Schlussaktivitäten“	Definition	Kodierregel	Beispiel
Aufforderung zum Nachfragen	Die TutorInnen fordern die Studierenden auf, Fragen zu der besprochenen Aufgabe zu stellen.	Wird nur kodiert, wenn im Anschluss keine Studierendenfrage kommt und damit die inhaltliche Besprechung nicht weitergeführt wird.	*„Gibt es dazu noch Fragen? (3 Sek) Wenn es dazu keine Fragen mehr gibt, dann fangen wir mit Hausaufgabe 8 an.“* (D7, Min 31:53-32:04)
Ausblick und Weiterführung	Die TutorInnen verknüpfen die Inhalte der besprochenen Aufgabe mit weiteren Inhalten.	In diese Kategorie fallen die folgenden Fälle: Die TutorInnen erklären, welche weiterführenden Inhalte auf den Inhalten der besprochenen Aufgabe aufbauen. Die TutorInnen erklären, welche Erkenntnisse der Besprechung später in der Veranstaltung noch wichtig werden.	*„Also da wir noch gut in der Zeit liegen, will ich euch noch kurz eine Folie zeigen, wenn der Grenzwert falsch vermutet wird, was dann passiert (10 Sek, legt Folie auf). Beispielsweise, wenn wir die Folge $(\frac{1}{n})$ haben, eine ganz einfache, wäre ja der richtige Grenzwert 0. Wenn wir jetzt einfach mal einen falschen Grenzwert annehmen von 10 /“* (CI122, Min 23:56-23:30)
Fazit der Aufgabe	Die TutorInnen erklären, was man in der Aufgabe gelernt haben soll oder welche Folgerungen die Studierenden aus der Besprechung mitnehmen können.		*„Genau. Das was wir hier gemacht haben, solltet ihr in der Hausaufgabe natürlich auch machen. Also erst einmal ein paar Annahmen aufzählen und was dadurch dann deutlich wird: Man hat ja hier eine idealisierte Situation, man hat ja diese Annahmen nur getroffen, damit man hier diesen funktionalen Zusammenhang hat. Wie wir das in der Präsenzübung 1 damals auch gemacht haben. Deswegen kann man diese Situation als idealisierte Situation beschreiben (schreibt an Tafel).“* (AS31a, Min 05:24-05:59)

Nachbearbeitung der Studierenden	Die TutorInnen weisen darauf hin, dass sich die Studierenden die Aufgabe nochmal zu Hause anschauen sollen und/oder geben Hinweise darauf, wie die Studierenden noch weitere Informationen zu der besprochenen Aufgabe erhalten (z.B. in Form von Musterlösungen).		*„Also die Aufgaben e_n, f_n und c_n könnte man ganz gut mal noch zu Hause üben. Also Epsilon-Spiel üben an den drei konvergenten Folgen, die wir eh schon einmal haben. Das ist zwar jetzt nicht hier verlangt, aber das ist so wie das numerische Integrieren und Differenzieren, das muss man einfach fünf Mal machen, dann hat man es durch.“* (OU123, Min 19:31-19:54)
Sonstiges	Schlussaktivitäten, die nicht durch die anderen Kategorien abgedeckt werden.		*„Also wie gesagt, es sind alle drei Lösungen richtig. Es sind halt unterschiedliche Lösungen und welche ihr jetzt wählt, das ist euch überlassen, je nachdem, was ihr am besten findet oder wo ihr am besten mit klarkommt. Manche mögen lieber Geometrie, andere finden so mit Buchstaben / die algebraische Lösung besser. Das ist in eurem Ermessen.“* (IV31, Min 17:25-17:50)