Anhang

A

A.1 Physikalische Größen und Gleichungen

Physikalische Größe Physikalische Vorgänge werden durch mathematische Objekte (Zahlen, Vektoren, Funktionen ...) und Beziehungen zwischen ihnen mittels physikalischer Größen beschrieben:

▸ Eine physikalische Größe erfasst Merkmale eines physikalischen Objektes (Eigenschaft, Vorgang, Zustand der Natur und der Medien, in denen sich physikalische Prozesse abspielen), die qualitativ gekennzeichnet und quantitativ bestimmt, also gemessen werden können.

Jede physikalische Größe hat symbolhaft ein Formelzeichen (DIN 1313, DIN 1301-1, DIN 1304-1).

Da physikalische Größen keine reinen Zahlen sind, erfordern Rechenoperationen einige Hinweise:

- es lassen sich nur Größen gleicher Größenart addieren/subtrahieren,
- die Multiplikation-/Division von Größen gleicher und verschiedener Größenart ist zulässig.
- Potenzieren und Radizieren, Differenzieren und Integrieren sind zulässig,
- in den Argumenten transzendenter Funktionen oder Exponenten sind nur Zahlen zulässig, also entweder Größen mit reinem Zahlencharakter oder Produkte physikalischer Größen mit Zahlencharakter. Beispielsweise ist $\cos t$ (t Symbol der Größe Zeit) nicht zulässig, jedoch $\cos \omega t$ (ω Winkelgeschwindigkeit mit der Dimension 1/Zeit (s. u.)).

Schreibweise Formelzeichen bestehen aus einem Grundzeichen (lateinischer oder griechischer Buchstabe) und einem hoch- oder tiefgestellten Nebenzeichen. Grundzeichen werden immer in Kursivschrift angegeben (DIN 1338), Nebenzeichen dagegen nicht. Die Schreibweise von Vektoren (Tensoren) und Matrizen liegen nach DIN 1303, DIN 547 fest. Vektoren werden (im Buch) durch Fettdruck dargestellt, in handschriftlicher Darstellung

S. Paul, R. Paul, *Grundlagen der Elektrotechnik und Elektronik 1*, Springer-Lehrbuch,
DOI 10.1007/978-3-642-53948-0, © Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2014

Tab. A.1 Basis-, SI-Einheiten

Basisgröße	Formelzeichen	Grundeinheit	Einheit
Länge	l	Meter	m
Masse	m	Kilogramm	kg
Zeit	t	Sekunde	s
Elektr. Stromstärke	I	Ampere	A
Absolute Temperatur	T	Kelvin	K
Lichtstärke	I_v	Candela	cd
Stoffmenge	n	Mol	mol

durch einen Pfeil über dem Symbol. Die Kombination Fettdruck und Pfeil ist manchmal in Bildern üblich, wenn Fettdruck nicht deutlich hervortritt.

In *zeitabhängigen* physikalischen Größen wird die Zeitabhängigkeit zur Hervorhebung oft explizit ausgedrückt, z. B. für die Spannung $u(t)$. Für Strom und Spannung gilt zudem die Feststellung, dass zeitunabhängige Größen mit großem Buchstaben, zeitabhängige generell mit kleinem Buchstaben dargestellt werden (bei Weglassen der expliziten Angabe). Oft muss aus dem Zusammenhang auf die Zeitabhängigkeit geschlossen werden.

Arten physikalischer Größen Es gibt drei Arten von physikalischen Größen:

1. *Grund- oder Basisgrößen.* Das sind naturgegebene, nicht weiter zurückführbare Größen. Ihre Wahl erfolgt nach praktischen Gesichtspunkten im Zusammenhang mit einem Maß- und Einheitensystem. Für Physik und Technik wurden sieben Grundgrößen festgelegt. Ihnen sind *Grundeinheiten* zugeordnet definiert entweder durch Normale (Prototypen) oder Messvorschriften. In vielen Wissensgebieten reichen drei bis vier Grundgrößen (Tab. A.1) aus, z. B. in der Mechanik die Länge l, Masse m und Zeit t. Die Wärmelehre benötigt zusätzlich die Temperatur als Grundgröße.

▸ Die Grundgrößen der Elektrotechnik sind Länge l, Zeit t, Masse m, und elektrische Ladung Q.

   Als Grundeinheit wurde allerdings die der Stromstärke vereinbart. Die elektrische Ladung tritt als neue Grundgröße gegenüber der Mechanik auf. Sie wird nicht durch andere Größen erklärt, sondern dient selbst zur Erklärung anderer Erscheinungen (z. B. Strom, Feldstärke).
2. *Definitionsgrößen* (abgeleitete Größenarten) entstehen durch Zusammenfassung mehrerer physikalischer Größen über eine Definitionsgleichung.
3. *Naturkonstanten* mit einem festen Wert.

Dimensionen, Einheiten Jede physikalische Größe hat einen *qualitativen* und *quantitativen* Inhalt. Die *Qualität* drückt sich in der Dimension aus. Damit umfasst dieser Begriff mehr als etwa nur die Abmessung eines Gegenstandes. Wir kennzeichnen Länge, Fläche und Raum durch Angaben einer oder mehrerer Längen und nennen die Länge eindimensional, Fläche zweidimensional usw. Deshalb gilt für den Bereich von Physik und Technik:

- Die Dimension kennzeichnet die Qualität einer physikalischen Größe. Sie ist das aus Grundgrößenarten gebildete Potenzprodukt dieser Größe.

Beispielsweise ist die Qualität „Zeit“ unabhängig von ihrem Wert und der Angabe in einer bestimmten Einheit. In Kurzform gilt für die Dimension der Größe y: $\dim(y) = \dim(\text{physikalische Größe})$, also für

$$v = \frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}: \quad \dim(\text{Geschwindigkeit}) = \frac{\dim(\text{Länge})}{\dim(\text{Zeit})},$$

wenn Länge und Zeit als Grundgrößen gewählt werden.

Bei der Dimensionsbildung werden in physikalischen Gleichungen eventuell vorhandene Zahlenfaktoren, Infinitesimalzeichen (d, $\int$) sowie Vektoreigenschaften weggelassen. Größen von gleicher Dimension können daher von unterschiedlicher Art sein, z. B. Arbeit und Drehmoment.

Einheit

- Die Quantität einer physikalischen Größe wird immer als Produkt von Zahlenwert und Einheit (bei skalaren Größen) dargestellt.

$$\text{Physikalische Größe} = \text{Zahlenwert} \cdot \text{Einheit}.$$

Nur beide zusammen kennzeichnen die physikalische Größe. Bei Bedarf werden für die physikalische Größe G Zahlwert (in geschweiften Klammern $\{G\}$) und Einheit (in eckigen Klammern $[G]$) getrennt angegeben

$$G = \{G\}\,[G]. \qquad \text{Physikalische Größe } G \tag{A.1.1}$$

So muss es heißen: [Ladung] = Coulomb mit 1 C = 1 As, $[l] = \mathrm{m}$ Einheit der Länge l ist das Meter.

Beispielsweise hat die physikalische Größe Zeit $t = 3\,\mathrm{s}$ als Qualität die Dimension der Zeit, ihre Quantität 3 ist die dreifache Zeiteinheit. Eine Spannung $U = 230\,\mathrm{V}$ hat den Zahlenwert $\{U\} = 230$ und die Einheit $[U] = \mathrm{V}$. Obwohl die physikalische Größe als Produkt von Zahlenwert und Einheit betrachtet wird, steht zwischen beiden kein Multiplikations-, sondern ein Leerzeichen.

Die Quantität einer Größe kann in beliebig vielen Einheiten angegeben werden, es gibt aber nur eine der physikalischen Größe entsprechende Dimension (im gleichen Dimensionssystem). So lässt sich der Wert der physikalischen Größe „Länge“ in Kilometern, Metern, Zentimetern usw. angeben, ihre Dimension ist aber stets die „Länge“.

Die Einheiten werden, wie die physikalischen Größen, in *Grund-* und *abgeleitete* Einheiten unterteilt. Bestimmte Grundeinheiten liegen durch internationale Vereinbarungen auf der Basis von Messmethoden fest. Letztere können sich im Verlaufe der Zeit verbessern und erfordern dann neue gesetzliche Festlegungen.

So definierte man die Grundeinheit „Meter“ für die Grundgröße „Länge“ durch das in Paris aufbewahrte Urmeter. Heute wird sie durch die Wellenlänge des zum Leuchten angeregten Gases Krypton bei einer bestimmten Spektrallinie vereinbart.

Auch die ursprüngliche Festlegung der Grundeinheit „Ampere“ für die elektrische Stromstärke durch Silberausscheidung aus einem Silbernitrat wurde später durch Bezug auf die Kraftwirkung des Stromes ersetzt.

Für Physik und Technik liegen sieben unabhängige Grundeinheiten durch das international vereinbarte System der SI-Einheiten (SI = Systeme International d’Unités) fest (Tab. A.1).

Die ersten vier Basisgrößen genügen zur Beschreibung mechanischer und elektromagnetischer Vorgänge:

▸ Die Grundeinheiten Meter, Kilogramm, Sekunde und Ampere bilden das MKSA-System (Abkürzung für Meter, Kilogramm, Sekunde, Ampere). Es wird als Teilsystem des SI in der Elektrotechnik ausschließlich verwendet.

Die Wahl der Grundeinheiten hängt von messtechnischen Gesichtspunkten ab. Es müssen nicht die Einheiten der gewählten Basisgrößen sein. *So wurde für die Elektrotechnik die Ladung Q als Grundgröße, aber als Grundeinheit die Einheit der Stromstärke I festgelegt*.

Als ergänzende Einheiten kommen hinzu:

- der Radiant (rad) für den ebenen Winkel ϕ
- der Steradiant (sr) für den räumlichen Winkel Ω.

Nach internationaler Empfehlung werden auch systemfremde Einheiten in speziellen Gebieten verwendet, wie etwa

- das *Elektronenvolt* $1\,\mathrm{eV} = 1{,}60210^{-19}\,\mathrm{J}$ als kinetische Energie, die ein Elektron beim Durchlauf der Spannung 1 V im Vakuum erfährt,
- die *atomare Masseneinheit* 1 u (angegeben in kg), die 1/12 der Masse des Kohlenstoffisotops $^{12}\mathrm{C}$ entspricht: $1\,\mathrm{u} = 1{,}661 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$. Mit der relativen Atommasse A_r (z. B. Cu 63,5) ergibt sich dann die Atommasse zu $m_\mathrm{A} = A_\mathrm{r} \cdot u$, für Cu also $m_\mathrm{A} = 1{,}055 \cdot 10^{-25}\,\mathrm{kg}$.

Weitere SI-fremde Einheiten sind kWh, km/h, Ah, min^{-1} usw., eine Reihe davon ist gesetzlich zugelassen (z. B. Minute, Stunde, Tag, Liter, Tonne, Bar, . . .). Nicht mehr zugelassen sind einige früher verwendete Einheiten wie PS, cal, at, kp, Torr u. a., sie werden aber trotzdem noch verwendet. Ein Beispiel für die Langlebigkeit ist das Pfund (1 pfd = 500 g) als Gewichtsmaß, das seit über 150 Jahren gesetzlich nicht mehr erlaubt, aber dennoch benutzt wird.

Tab. A.2 Ausgewählte physikalische Größen der Elektrotechnik und deren Einheiten

Physikalische Größe, Formelzeichen	Name, SI-Einheit, Kurzzeichen	Definition, Umrechnungen
Kraft F	Newton N	$1\,\mathrm{N} = 1\,\mathrm{kg\,m/s^2}$
Energie W	Joule J	$1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{Nm} = 1\,\mathrm{V\,As}$
Leistung P	Watt W	$1\,\mathrm{W} = 1\,\mathrm{Nm/s} = 1\,\mathrm{V\,A}$
Spannung U	Volt V	$1\,\mathrm{V} = 1\,\mathrm{W/A}$
Ladung Q	Coulomb C	$1\,\mathrm{C} = 1\,\mathrm{As}$
El. Widerstand R	Ohm Ω	$1\,\Omega = 1\,\mathrm{V/A}$
El. Leitwert G	Siemens S	$1\,\mathrm{S} = 1\,\mathrm{A/V}$
Kapazität C	Farad F	$1\,\mathrm{F} = 1\,\mathrm{C/V} = 1\,\mathrm{As/V}$
El. Feldstärke E	–	$1\,\mathrm{V/m} = 1\,\mathrm{W/(A\,m)}$
El. Flussdichte D	–	$1\,\mathrm{C/m^2} = 1\,\mathrm{As/V}$
Mag. Fluss Φ	Weber Wb	$1\,\mathrm{Wb} = 1\,\mathrm{V\,s}$
Mag. Flussdichte B	Tesla T	$1\,\mathrm{T} = 1\,\mathrm{Wb/m^2} = 1\,\mathrm{V\,s/m^2}$
Mag. Feldstärke H	–	$1\,\mathrm{A/m}$
Induktivität L	Henry H	$1\,\mathrm{H} = 1\,\mathrm{Wb/A} = 1\,\mathrm{V\,s/A}$

Ein Vorteil der SI-Einheiten liegt in ihrer wechselseitigen Verknüpfung durch den Zahlenfaktor 1 (sog. *kohärente* Einheiten), sodass nichtganzzahlige Umrechnungsfaktoren entfallen. Beispielsweise gilt: $1\,\mathrm{Ws} = 1\,\mathrm{Nm} = 1\,\mathrm{kg\,m^2\,s^{-2}} = 1\,\mathrm{J}$ (im Vergleich: $1\,\mathrm{Ws} = 0{,}239\,\mathrm{cal} = 10{,}2\,\mathrm{kp\,cm}$ oder $1\,\mathrm{PS} = 736\,\mathrm{W}$).

Abgeleitete Einheiten folgen aus Basiseinheiten über Definitionsgleichungen. Sie tragen aus Zweckmäßigkeitsgründen häufig Namen herausragender Naturforscher (z. B. $1\,\mathrm{kg\,m/s^2} = 1\,\mathrm{Newton} = 1\,\mathrm{N}$).

Tabelle A.2 zeigt elektrische Größen. Grundsätzlich können die für die Elektrotechnik abgeleiteten Einheiten durch MKSA-Einheiten ausgedrückt werden, es ist aber gängige Praxis, elektrische Einheiten zu verwenden (aufbauend auf den Einheiten Meter (m), Sekunde (s), Volt (V) und Ampere (A)). Augenfällig unhandlich sind MKSA-Einheiten in der technischen Anwendung: $1\,\mathrm{W} = 1\,\mathrm{kg\,m^2/s^3} = 1\,\mathrm{V\,A}$ und für die Spannung $1\,\mathrm{V} = 1\,\mathrm{kg\,m^2/(As^3)}$. Auch die Darstellung der Einheit der Masse durch $1\,\mathrm{kg} = 1\,\mathrm{V\,m^{-2}\,s^3\,A}$ ist nicht überzeugender.

Vorsätze Abhängig von der Anwendung sind die vereinbarten Einheiten oft deutlich zu klein oder groß. Deshalb wurden Vorsätze zur Bezeichnung dezimaler Teile und Vielfacher von Einheiten geschaffen und gesetzlich eingeführt (Tab. A.3). Sie stehen vor dem Einheitennamen. Vorsätze zur Kennzeichnung positiver Exponenten tragen große, für negative Exponenten kleine Buchstaben. Eine Ausnahme bildet das Kilo (z. B. kg, km). Für die Elektrotechnik sind 3er-, 6er-, 9er-Zehnerpotenzen zu bevorzugen. Vorfaktoren wie 10^2 (Hekto), 10^1 (Deka), 10^{-1} (Dezi) und 10^{-2} (Zenti) sind im täglichen Leben verbreitet, die Längeneinheit Zentimeter sogar durchweg.

- Ein Vorsatzzeichen steht ohne Zwischenraum vor dem Einheitenzeichen.

Tab. A.3 Einheitenvorsätze

Potenz	Name	Symbol	Potenz	Name	Symbol
10^{18}	Exa	E	10^{-3}	Milli	m
10^{15}	Peta	P	10^{-6}	Mikro	µ
10^{12}	Tera	T	10^{-9}	Nano	n
10^{9}	Giga	G	10^{-12}	Piko	p
10^{6}	Meg	M	10^{-15}	Femto	f
10^{3}	Kilo	k	10^{-18}	Atto	a

Hinweis: Beim Umgang mit Einheiten beachte man:

1. Die gleichzeitige Verwendung mehrerer Vorsätze ist unzulässig: Richtig: $1\,\mathrm{nm} = 10^{-9}\,\mathrm{m}$, $1\,\mu\mathrm{s} = 10^{-6}\,\mathrm{s}$, falsch $10^{-9}\,\mathrm{m} = 1\,\mathrm{m}\cdot\mu\mathrm{m}$, $10^{-6}\,\mathrm{s} = 1\,\mathrm{m\,ms}$.
2. Einheit, Vorsatz (und Vorsatzkurzzeichen) gelten als ein Symbol. Es kann ohne Klammerschreibweise zur Potenz erhoben werden: Richtig: $1\,\mathrm{km}^3 = (10^3\,\mathrm{m})^3 = 10^9\,\mathrm{m}^3$, falsch $1\,\mathrm{km}^3 = 10^3\,\mathrm{m}^3 = 1\,\mathrm{k}(\mathrm{m}^3)$.
3. Einheitenkurzzeichen erhalten keine Indizes, diese stehen beim zugehörigen Formelzeichen: Richtig: $U_{\mathrm{eff}} = 100\,\mathrm{V}$, $U_{\mathrm{AB}} = 10\,\mathrm{V}$, falsch: $U = 100\,\mathrm{V}_{\mathrm{eff}}$, $U = 10\,\mathrm{V}_{\mathrm{AB}}$.
4. Verboten sind Kombinationen von Einheitenkurzzeichen und ausgeschriebenem Vorsatz: Richtig: µA (Mikroampere), kΩ (Kiloohm), falsch: Mikro A, k Ohm, Kilo Ω.
5. In Tabellenköpfen oder an Koordinatenachsen eignen sich beispielsweise folgende Schreibweisen von Zahlenwerten: $\frac{I}{\mathrm{A}}$, oder I in A. Nicht zulässig ist I [A], denn Einheiten dürfen nicht in Klammern verwendet werden.

Weitere Größenarten Häufig treten noch folgende Größenarten auf:

- *Größenquotient* als Quotient zweier physikalischer Größen und gesprochen: „Zählergröße durch Nennergröße“. Unüblich sind „je“ und „pro“.
- *Verhältnisgröße* als Größenquotient zweier Größen gleicher Art und Dimension, z. B. Wirkungsgrad, Dielektrizitätszahl, Verstärkungsfaktor. Spezielle Verhältnisgrößen sind:

$$1\,\% = 10^{-2} \quad (\% \text{ – Prozent}),$$
$$1\,\mathrm{ppm} = 10^{-6} \quad (\text{ppm – parts per million, Millionstel})$$
$$1\,\mathrm{ppb} = 10^{-9} \quad (\text{ppb – parts per Billion, Milliardstel}).$$

- *Funktionen von Größen.* Oft treten physikalische Größen in Funktionen auf:
  - *Transzendente Funktionen* sind nur für Zahlen definiert. Deshalb dürfen in ihren Argumenten nur Größen der Dimension 1 auftreten. Beispiel

$$u(t) = U\sin(\omega t), \quad \dim(\omega t) = 1; \qquad i(t) = I\exp(-t/T), \quad \dim(t/T) = 1.$$

  - *Logarithmische Größenverhältnisse* werden verwendet, wenn die Größenverhältnisse mehrere Zehnerpotenzen überstreichen.

Physikalische Gleichung Verschiedene physikalische Größen sind durch Gesetze verknüpft. Ihre mathematische Form heißt physikalische Gleichung:

- Die physikalische Gleichung ist eine funktionale Verknüpfung zwischen physikalischen Größen.

Physikalische Gleichungen treten als *Grundgleichungen* (für Naturgesetze) und *Definitionsgleichungen* auf. Naturgesetze sind stets reproduzierbare Verkopplungen *artfremder* physikalischer Größen. Nur sie enthalten echte, von der Natur offenbarte physikalische Erkenntnisse. Im Ergebnis von Beobachtungen entstehen dabei *Proportionalbeziehungen*.

So üben beispielsweise zwei Massen m_1, m_2 im Abstand l eine Kraft F aufeinander aus: $F \sim m_1 m_2/l^2$. Dieser Proportionalzusammenhang geht erst durch Einführung einer Proportionalkonstanten k gemäß

$$F = k\frac{m_1 m_2}{l^2}$$

in eine mathematische Gleichung über. Der Faktor k muss folglich dimensionsbehaftet sein und eine *unveränderliche* physikalische Größe, eine *Naturkonstante*, darstellen.

Die Erfahrung zeigt, dass es in der Natur nur endlich viele Grundgesetze gibt. Für die Elektrotechnik gehören die *Maxwellschen Gleichungen* dazu. Die Zahl praktisch benutzter physikalischer Größen ist erheblich größer, als sie aus den Grundgleichungen hervorgeht, denn durch *Definitionsgleichungen* können ständig neue Größen vereinbart werden.

- Definitionsgleichungen führen (willkürlich) neu vereinbarte physikalische Größen auf mehrere einfach messbare und bekannte Größen mittels einer eindeutigen Anweisung, der Definition, zurück.

So ist $\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$ eine Definitionsgleichung. Sie fasst die physikalischen Größen „Weg“ und „Zeit“ durch die Vorschrift „differenziere nach“ zur neuen physikalischen Größe „Geschwindigkeit“ zusammen.

Arten physikalischer Gleichungen Physikalische Gleichungen können entweder als *Größen-* oder *zugeschnittene Größengleichungen* aufgestellt werden.

Größengleichung In einer Größengleichung besteht jede Größe aus dem Produkt von Zahlenwert und Einheit. Deshalb müssen beide Seiten der Gleichung nach Zahlenwert und Einheit übereinstimmen. Das gibt eine Rechenhilfe durch *Dimensionskontrolle*, auf die nie verzichtet werden sollte[1]. Man ermittelt den resultierenden Zahlenwert und die Einheit zweckmäßig durch getrennte Zahlenwert- und Einheiten-Rechnung. So kann die Größengleichung

$$v = \frac{s}{t} = \frac{150\,\mathrm{m}}{10\,\mathrm{s}} = 15\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 15\,\frac{10^{-3}\,\mathrm{km}}{1\,\mathrm{h}/3600} = 54\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

statt in der Maßeinheit m/s auch in der Einheit km/h angegeben werden, wenn man die Einheitengleichungen $1\,\mathrm{m} = 10^{-3}\,\mathrm{km}$ und $1\,\mathrm{s} = 1\,\mathrm{h}/3600$ beachtet.

[1] Gerade die Zahlenwertrechnung durch Computer-Programme verleitet zur Vernachlässigung der Dimensionskontrolle.

Größengleichungen bieten folgende Vorteile:

- Benutzung beliebiger Einheiten möglich,
- gültig unabhängig vom Dimensionssystem,
- Dimensionskontrolle erhöht die Lösungssicherheit.

Da in Größengleichungen stets die Produkte von Zahlenwert und Einheit ausgewertet werden müssen, entsteht bei häufiger Wiederholung, etwa bei Auswertung von Messreihen mit unveränderlichen Einheiten, ein überflüssiger Rechenaufwand. Er wird durch *zugeschnittene Größengleichungen* (Zahlenwertgleichungen) vermieden.

Zugeschnittene Größengleichung Eine Größengleichung kann direkt auf gewünschte Einheiten *zugeschnitten* werden: man erweitert dazu jede Größe mit der gewünschten Einheit

$$\text{Größe} = f\left[\left(\frac{\text{Größe}}{\text{gew. Einheit}}\right) \cdot \text{gew Einheit}\right] \tag{A.1.2}$$

und ordnet dabei die im Nenner einer jeden Größe stehende Einheit dieser Größe zu (zweckmäßig durch Schrägstrich). Anschließend werden alle im Zähler stehenden Einheiten zu einem Einheitenprodukt zusammengefasst. Es kann beliebig umgeformt werden und als Faktor hinter der Gleichung oder als Divisor unter der Ergebnisgröße auftreten.

Deshalb ist es unzweckmäßig, für eine Größe das gleiche Symbol wie für seine Einheit zu wählen, wie etwa die in der englischsprachlichen Literatur übliche Wahl Voltage (V) für die Spannung und Volt (V) für seine Einheit. Ein Ausdruck $V = 10\,\mathrm{V}$ (soll bedeuten „Spannung beträgt 10 V“) würde bei (gedankenloser) Kürzung mit V auf 1 = 10 führen!

Beispiel A.1.1 Zugeschnittene Größengleichung

Gegeben sei $U = IR$. Daraus soll eine zugeschnittene Größengleichung abgeleitet werden, in der die Spannung U gemessen in kV, der Strom I gemessen in μA und der Widerstand R gemessen in MΩ auftreten.

$$U = I \cdot R = \frac{U}{\mathrm{kV}} \cdot \mathrm{kV} = \frac{I}{\mu\mathrm{A}}\,\mu\mathrm{A}\,\frac{R}{\mathrm{M\Omega}}\,\mathrm{M\Omega}$$

oder[2] umgeformt aus

$$\begin{aligned}\frac{U \cdot \mathrm{kV}}{\mathrm{kV}} &= \left(\frac{\mu\mathrm{A} \cdot \mathrm{M\Omega}}{\mathrm{kV}}\right) \cdot \frac{I}{\mu\mathrm{A}}\,\frac{R}{\mathrm{M\Omega}} = \frac{10^{-6}\,\mathrm{A} \cdot 10^{6}\,\mathrm{V}}{10^{3}\,\mathrm{V\,A}} \left(\frac{I}{\mu\mathrm{A}} \cdot \frac{R}{\mathrm{M\Omega}}\right)\\ &= 10^{-3}\,\frac{I}{\mu\mathrm{A}} \cdot \frac{R}{\mathrm{M\Omega}}\end{aligned}$$

[2] Gelesen „U gemessen in Kilovolt“ oder „U in Kilovolt“, obwohl es sich um die Division der Größe durch eine Einheit handelt.

bzw. als physikalische Größe geschrieben

$$U = \underbrace{10^{-3} I/\mu\mathrm{A} \cdot R/\mathrm{M}\Omega}_{\text{Zahl}} \cdot \underbrace{\mathrm{kV}}_{\text{Einheit}} \,.$$

Die zu den Größen gehörenden Einheiten müssen in einer Legende angegeben werden.

Besonders zweckmäßig für zugeschnittene Gleichungen ist die Wahl „*selbstkonsistenter Einheiten*", die einen Zahlenfaktor 1 ergeben:

$$\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{k}\Omega \cdot \mathrm{mA}} = \frac{\mathrm{mV}}{\Omega \cdot \mathrm{mA}} = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{M}\Omega \cdot \mu\mathrm{A}} = 1.$$

Bei Angabe des Stromes in µA und des Widerstandes in MΩ ergibt sich die Spannung in V. Ganz entsprechend gilt beispielsweise für die Ladungsbeziehung $Q = C \cdot U$

$$\frac{Q}{C \cdot U} = 1 = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{F} \cdot \mathrm{V}} = \frac{\mathrm{pC}}{\mathrm{nF} \cdot \mathrm{mV}} = \frac{\mu\mathrm{C}}{\mu\mathrm{F} \cdot \mathrm{V}} = \frac{\mathrm{nC}}{\mu\mathrm{F} \cdot \mathrm{mV}}.$$

Durch Weglassen der Einheiten in den Gleichungen entsteht die (früher oft benutzte) *Zahlenwertgleichung*. Sie verwendet für die einzelnen Größen nur eine festgelegte Einheit. Beispielsweise gehört zur Größengleichung die untere Zahlenwertgleichung:

Größengleichung: $v = \dfrac{s}{t}$

Zahlenwertgleichung: $\{v\} = 3{,}6 \cdot \dfrac{\{s\}}{\{t\}} = 3{,}6 \cdot \dfrac{50}{5} = 36{,}6.$

Wird ein Weg $s = 50\,\mathrm{m}$ in der Zeit $t = 5\,\mathrm{s}$ zurückgelegt, so beträgt die Geschwindigkeit $v = s/t = 50\,\mathrm{m}/5\,\mathrm{s} = 10\,\mathrm{m/s} = 36\,\mathrm{km/h}$, da $1\,\mathrm{m/s} = 1 \cdot (10^{-3}\,\mathrm{km})/(3600^{-1}\,\mathrm{h}) = 3{,}6\,\mathrm{km/h}$. Diese Zahlenwertgleichung verlangt die Vereinbarung v in km/h, s in m und t in s. Die Schreibweise mit geschweiften Klammern ist korrekt, wenn auch nicht verbreitet.

Da Rechnerprogramme (von solchen mit symbolischer Auswertung abgesehen) keine Einheiten verarbeiten, hat sich für Zahlenwertgleichungen die Benutzung der Grundeinheiten (z. B. U in V, I in A, R in Ω) eingebürgert. Zahlenwertgleichungen führen leicht zu schwer kontrollierbaren Fehlern, sie erfordern deshalb große Vorsicht.

Verwendung normierter Größen Oft ist der Übergang zu normierten Größen vorteilhaft (dimensionslose allgemeine Darstellung, vorteilhaftere Zahlenrechnung, Senkung des Rechenaufwandes).

- Normierte Größen sind Zahlenwerte, die durch Division der jeweiligen physikalischen Größe durch eine (vereinbarte) physikalische Normierungsgröße entstehen.

Beispiel A.1.2 Normierung

Sind v_0, s_0, t_0 Normierungsgrößen (etwa 5 m/s, 3 m und 10 s), so ergeben die *normierten* Größen $v_n = v/v_0$, $s_n = s/s_0$ und $t_n = t/t_0$

$$v_n = \frac{v}{v_0} = \frac{s}{t \cdot v_0} = \frac{s_n \cdot s_0}{t_n \cdot t_0} \cdot \frac{1}{v_0} = \frac{3\,\mathrm{m}}{10\,\mathrm{s} \cdot 5\,\mathrm{ms}^{-1}} \cdot \frac{s_n}{t_n} = \frac{3}{50} \frac{s_n}{t_n}.$$

Für die (zweckmäßigere) Normierungsgeschwindigkeit $v_0 = s_0/t_0 = 0{,}3\,\mathrm{m/s}$ wird der Zahlenfaktor rechts zu 1.

A.2 Physikalische Größen, Vorzeichen- und Richtungsregeln

Außer Zahlenwert und Einheiten erfordern zahlreiche physikalische Größen noch eine *Richtungsangabe*: sie haben einen *Richtungssinn*. Das gilt außer für vektorielle physikalische Größen auch für einige (elektrotechnische) skalare physikalische Größen durch Beachtung von Vorzeichen.

Vektorielle physikalische Größen Physikalische Größen mit bestimmter Richtung im Raum heißen *Vektoren* oder *vektorielle physikalische Größen*. Sie sind stets einem Raumpunkt zugeordnet und erfordern zur eindeutigen Kennzeichnung die Angabe des Betrages und der Richtung. Sie werden durch fette Symbole (oder übergesetzten Pfeil) bezeichnet und im Raum durch *gerichtete Strecken* (Pfeile) dargestellt.

Der Betrag eines Vektors ist das Produkt von Maßzahl und Einheit. Er drückt sich z. B. in der Länge des Pfeiles aus, geschrieben entweder mit Betragsstrichen oder kursiv $|\boldsymbol{v}| = v$. Die Richtung eines Vektors wird durch seinen *Einheitsvektor* $\boldsymbol{e}$ (dimensionslos, Betrag 1) gekennzeichnet

$$\boldsymbol{v} = |\boldsymbol{v}|\,\boldsymbol{e}_v = v \cdot \boldsymbol{e}_v = \{v\}\,[v] \cdot \boldsymbol{e}_v. \tag{A.2.1a}$$

In einem Koordinatensystem, z. B. dem x, y, z-System, gilt

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_x + \boldsymbol{v}_y + \boldsymbol{v}_z = v_x \boldsymbol{e}_x + v_y \boldsymbol{e}_y + v_z \boldsymbol{e}_z = v_x \boldsymbol{i} + v_y \boldsymbol{j} + v_z \boldsymbol{k}. \tag{A.2.1b}$$

Die Einheitsvektoren $\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y, \boldsymbol{e}_z$ sind zueinander orthogonal (Abb. A.1a) und bilden in dieser Reihenfolge ein *Rechtssystem* (*Rechtsschraubenregel*): Die Drehbewegung einer Schraube (auf kürzestem Weg) von $\boldsymbol{e}_x$ nach $\boldsymbol{e}_y$ bewirkt eine Bewegung in $\boldsymbol{e}_z$-Richtung (Abb. A.1b).

Die Komponenten des Vektors lauten in kartesischen Koordinaten (Abb. A.1c):

$$v_x = |\boldsymbol{v}| \cos \angle(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{e}_x), \quad v_y = |\boldsymbol{v}| \cos \angle(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{e}_y), \quad v_z = |\boldsymbol{v}| \cos \angle(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{e}_z) \tag{A.2.1c}$$

mit dem Betrag v aus den Komponenten

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

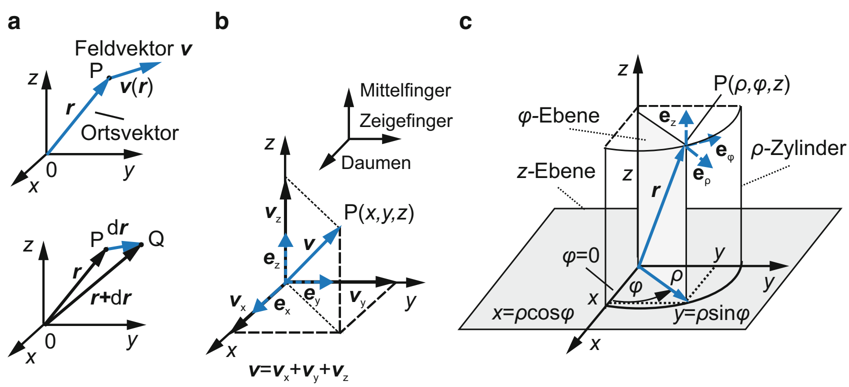

Abb. A.1 Vektordarstellung. **a** Orts- und Feldvektor. **b** Vektor $\boldsymbol{v}$ im kartesischen Koordinatensystem und Rechte-Hand-Regel. **c** Ortsvektor im zylindrischen Koordinatensystem

- Die Richtung eines Vektors liegt durch seine Definition fest. Er erhält positives Vorzeichen, wenn diese Richtung mit der geometrischen Orientierung einer festgelegten Linie übereinstimmt.

Ein spezieller Vektor ist der *Ortsvektor* (hier im kartesischen Koordinatensystem)

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_\mathrm{x} + y\boldsymbol{e}_\mathrm{y} + z\boldsymbol{e}_\mathrm{z} \quad \text{mit } r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Er zeigt vom Koordinatenursprung zu einem Raumpunkt P und hat die Länge r (Abb. A.1a).

In elektromagnetischen Feldern treten Linien-, Flächen- und Volumenintegrale auf, die zwangsläufig differenzielle Längen-, Flächen- und Volumenelemente einschließen. Sie entstehen durch Verschiebung der Koordinaten eines Punktes um unendlich kleine Beträge. So unterscheiden sich zwei benachbarte Punkte $P(x, y, z)$ und $Q(x + \mathrm{d}x, y + \mathrm{d}y, z + \mathrm{d}z)$ (Abb. A.1a) um den *differenziellen Längen-* oder *Ortsvektor* d$\boldsymbol{r}$

$$\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \boldsymbol{e}_\mathrm{x}\mathrm{d}x + \boldsymbol{e}_\mathrm{y}\mathrm{d}y + \boldsymbol{e}_\mathrm{z}\mathrm{d}z \quad \text{mit } \mathrm{d}r = |\mathrm{d}\boldsymbol{r}| = \sqrt{(\mathrm{d}x)^2 + (\mathrm{d}y)^2 + (\mathrm{d}z)^2}$$

in Richtung der zugeordneten Koordinaten. Er heißt auch *vektorielles Wegelement* oder *Linienelement* der Länge dr.

Aus Zweckmäßigkeitsgründen werden außer dem kartesischen Koordinatensystem noch weitere verwendet, insbesondere *zylindrische* und *sphärische* oder Kugel-Koordinaten

- zylindrische Koordinaten (ρ, φ, z) mit $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$,
- sphärische Koordinaten (r, ϑ, φ) mit $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Beispielsweise lauten der Vektor $\boldsymbol{v}$ und der Ortsvektor $\boldsymbol{r}$ in Zylinderkoordinaten $\boldsymbol{v} = v_\rho \boldsymbol{e}_\rho + v_\varphi \boldsymbol{e}_\varphi + v_\mathrm{z}\boldsymbol{e}_\mathrm{z}$ und $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{e}_\rho \rho + +\boldsymbol{e}_\mathrm{z} z$, $\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \boldsymbol{e}_\rho \mathrm{d}\rho + \boldsymbol{e}_\varphi \rho \mathrm{d}\varphi + \boldsymbol{e}_\mathrm{z}\mathrm{d}z$. Dabei zählt der Winkel

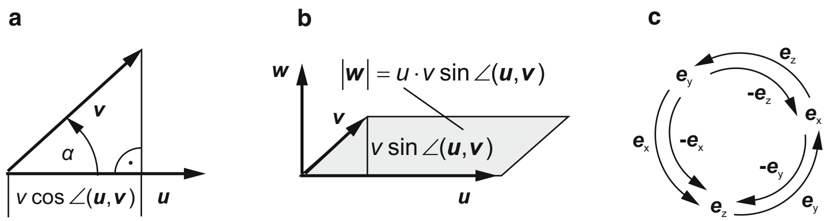

Abb. A.2 Veranschaulichung von Produktbildungen. **a** Punktprodukt. **b** Kreuzprodukt. **c** Umlauffolge der Einheitsvektoren zur Kreuzproduktbildung

φ (beginnend auf der positiven x-Achse) mit $\varphi = 0$ entgegen dem Uhrzeigersinn positiv (Abb. A.1c). Analog verläuft die Darstellung in sphärischen Koordinaten. Die Vektoren verschiedener Koordinatensysteme lassen sich ineinander umrechnen.

- Typische Vektoren der Elektrotechnik sind die elektromagnetischen Feldgrößen: elektrische und magnetische Feldstärke $\boldsymbol{E}$ bzw. $\boldsymbol{H}$ (beides Feldstärkevektoren) sowie Stromdichte $\boldsymbol{J}$, Verschiebungsdichte $\boldsymbol{D}$ und die magnetische Induktion $\boldsymbol{B}$ als Flussdichtevektoren.

Für das Rechnen mit vektoriellen Größen gelten die Regeln der Vektorrechnung, insbesondere die Skalar- und Vektorprodukte sowie die sog. *Feldintegrale* für Feldgrößen.

Skalarprodukt Zwei Vektoren $\boldsymbol{u}$ und $\boldsymbol{v}$ haben das *Skalar*- oder *Punktprodukt*

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{v} &= |\boldsymbol{u}|\,|\boldsymbol{v}| \cos \angle(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) = (u_x \boldsymbol{e}_x + u_y \boldsymbol{e}_y + u_z \boldsymbol{e}_z) \cdot (v_x \boldsymbol{e}_x + v_y \boldsymbol{e}_y + v_z \boldsymbol{e}_z) \\ &= u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z\end{aligned}$$

(explizit gekennzeichnet durch einen Punkt) mit einem Skalar als Ergebnis. Dabei ist $|\boldsymbol{v}| \cos \angle(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v})$ die Projektion von $\boldsymbol{v}$ auf $\boldsymbol{u}$ bzw. $|\boldsymbol{u}| \cos \angle(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v})$ die Projektion von $\boldsymbol{u}$ auf $\boldsymbol{v}$ (Abb. A.2a). *Es wird maximal, wenn beide Vektoren parallel verlaufen.* Das Punktprodukt zweier Einheitsvektoren mit sich selbst hat den Wert 1, sonst null.

Vektorprodukt Das *Vektor*- oder *Kreuzprodukt* der Vektoren $\boldsymbol{u}$ und $\boldsymbol{v}$

$$\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v} = \boldsymbol{w} \quad \text{mit } |\boldsymbol{w}| = |\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}| = |\boldsymbol{u}|\,|\boldsymbol{v}| \sin \angle(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v})$$

(explizit gekennzeichnet durch ein Kreuz) ergibt einen Vektor $\boldsymbol{w}$ senkrecht auf der durch die Vektoren $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ gebildeten Ebene (Rechtsdreibein mit dem Betrag $|\boldsymbol{w}|$). $|\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}|$ ist gleich der von $\boldsymbol{u}$ und $\boldsymbol{v}$ aufgespannten Fläche, als Winkel zwischen $\boldsymbol{u}$ und $\boldsymbol{v}$ gilt der spitze Winkel. *Das Kreuzprodukt zweier Vektoren wird maximal, wenn beide senkrecht aufeinander stehen und es verschwindet, wenn beide parallel verlaufen. Im letzteren Fall entsteht ein Nullvektor, dessen sämtliche Komponenten verschwinden.*

In Komponentenschreibweise lautet das Kreuzprodukt in kartesischen Koordinaten

$$\boldsymbol{w} = |\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}| = \begin{vmatrix} \boldsymbol{e}_\mathrm{x} & \boldsymbol{e}_\mathrm{y} & \boldsymbol{e}_\mathrm{z} \\ u_\mathrm{x} & u_\mathrm{y} & u_\mathrm{z} \\ v_\mathrm{x} & v_\mathrm{y} & v_\mathrm{z} \end{vmatrix}$$

$$= (u_\mathrm{y}v_\mathrm{z} - u_\mathrm{z}v_\mathrm{y})\boldsymbol{e}_\mathrm{x} + (u_\mathrm{z}v_\mathrm{x} - u_\mathrm{x}v_\mathrm{z})\boldsymbol{e}_\mathrm{y} + (u_\mathrm{x}v_\mathrm{y} - u_\mathrm{y}v_\mathrm{x})\boldsymbol{e}_\mathrm{z}.$$

Daraus resultieren als Sonderfälle $\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{u} = 0$ und $\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v} = -\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{u}$ (Kreuzprodukt nicht kommutativ). Durch zyklische Vertauschung der Indizes folgt aus der ersten Komponente die zweite und daraus die dritte. Für die Einheitsvektoren (Abb. A.2c) gilt zwangsläufig: $\boldsymbol{e}_\mathrm{x} \times \boldsymbol{e}_\mathrm{y} = \boldsymbol{e}_\mathrm{z}$, $\boldsymbol{e}_\mathrm{y} \times \boldsymbol{e}_\mathrm{z} = \boldsymbol{e}_\mathrm{x}$, $\boldsymbol{e}_\mathrm{z} \times \boldsymbol{e}_\mathrm{x} = \boldsymbol{e}_\mathrm{y}$.

Skalare physikalische Größen physikalischer Richtungssinn Physikalische Größen ohne Richtung im Raum heißen skalare physikalische Größen oder *Skalare*. Sie sind durch Angabe eines Zahlenwertes und der Einheit vollständig bestimmt. Beispiele: Arbeit W, Masse m, Leistung P, Temperatur T u. a. Manche skalare Größen bedürfen zusätzlich eines Vorzeichens, wie z. B. die Ladung. „Positiv“ und „negativ“ drücken wohl unterschiedliche Qualitäten aus, doch besteht kein Zusammenhang zu einer Richtungsaussage.

Einige skalare Größen der Elektrotechnik, wie Strom, Spannung, magnetischer Fluss und magnetische Spannung, können je nach der gegenseitigen Lage der Vektoren, aus denen sie durch *skalare Produkte* gebildet werden, positiv oder negativ sein. Wir erfassen diese (stets notwendige) Vorzeichenvoraussage durch den Begriff *physikalischer Richtungssinn* und seinen Vergleich mit einem *Bezugssinn*, *Bezugs-* oder *Zählpfeil* (DIN 5489, s. u.).

Feldintegrale Bei der Berechnung elektromagnetischer Felder treten typische Linien-, Flächen- und Volumenintegrale auf. Weil sie jeweils nur Produkte aus Integrand und einem Differenzial aufsummieren, bestimmt die Natur des Produktes, ob es sich um ein *Skalar-* und *Vektorintegral* handelt. Stets ist dabei die Kenntnis *differenzieller Längen-*, *Flächen-* und *Volumenelemente* im jeweiligen Koordinatensystem erforderlich.

Zu den *Skalarintegralen* (mit einem Skalar als Produkt) zählen

$$\int_C \boldsymbol{u} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} \text{ (Linien-I.)}, \quad \int_A \boldsymbol{u} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{A} \text{ (Flächen-I.)}, \quad \int_V u \cdot \mathrm{d}V \text{ (Volumen-I.)},$$

dagegen lauten die entsprechenden *Vektorintegrale*

$$\int_C u\mathrm{d}\boldsymbol{r} \text{ (Linien-I.)}, \quad \int_A \boldsymbol{u} \times \mathrm{d}\boldsymbol{A} \text{ (Flächen-I.)}, \quad \int_V (\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v})\mathrm{d}V \text{ (Volumen-I.)}.$$

Typische Beispiele solcher Integrale sind etwa Spannung und Strom dargestellt aus den zugehörigen Feldgrößen

$$\int_C \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} = \int_A^B \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} = U_\mathrm{AB}, \quad \oint_C \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s}, \quad \iint_A \boldsymbol{J} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{A} = I$$

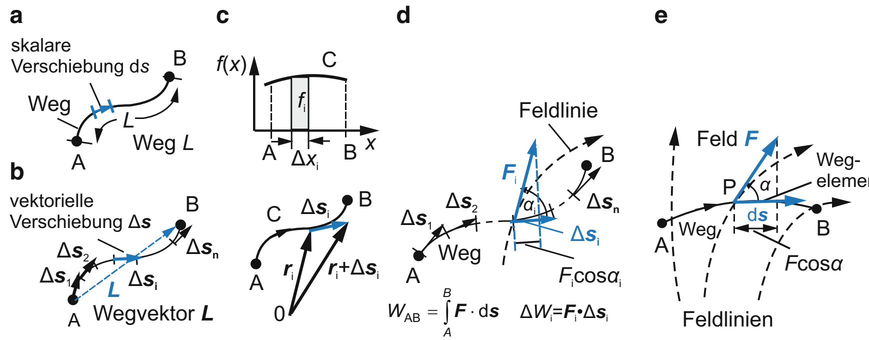

Abb. A.3 Linienintegral. **a** Integration des Skalars ds über den Weg L. **b** Integration des Vektors d$\boldsymbol{s}$ über den Weg $\boldsymbol{L}$. **c** Linienintegral einer stetigen Funktion und differenzielles Wegelement auf einem Pfad C im dreidimensionalen Raum. **d** Veranschaulichung des Linienintegrals Arbeit W_{AB} im Kraftfeld, Bestimmung der Komponente eines Vektors längs eines Weges. **e** Linienintegral Arbeit W in einem Kraftfeld $\boldsymbol{F}$, angegeben ist das Skalarprodukt $\boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s}$ in einem Punkt P auf dem Weg

u. a. Wir beschränken uns hier auf generelle Erläuterungen, die Auswertung solcher Integrale muss in zweckmäßigen Koordinatensystemen erfolgen.

Linienintegral Die gewöhnliche Integration zwischen den Punkten A und B entlang eines Weges bedeutet Berechnung des Skalarintegrals a)

$$L = \int_L \mathrm{d}s \quad \text{a)}, \qquad \boldsymbol{L} = \int_L \mathrm{d}\boldsymbol{s} \quad \text{b)},$$

mit der tatsächlichen Länge L als Ergebnis (Abb. A.3a). Das Vektorintegral b) hingegen beinhaltet vektorielles Aufsummieren aller Elemente d$\boldsymbol{s}$ zwischen Beginn und Ende des Integrationsweges und ergibt den *gerichteten Abstand* $\boldsymbol{L}$ zwischen A und B (Abb. A.3b).

Von einem Linienintegral spricht man auch, wenn eine Funktion $f(x)$ zwischen zwei Grenzen $x = A$ und B bestimmt werden soll (Abb. A.3c)

$$F_{\mathrm{AB}} = \lim_{\substack{\Delta x \to 0 \\ n \to \infty}} \sum_{i=1}^{n} f_{\mathrm{i}} \cdot \Delta x_{\mathrm{i}} = \int_A^B f(x)\mathrm{d}x.$$

Dabei ist f_i der Wert $f(x)$ beim Segment Δx_i. Diese Festlegung des Linienintegrals lässt sich auf eine Kurve C im dreidimensionalen Raum ausdehnen, in dem ein Skalarfeld f herrscht (Abb. A.3c). Die Längenelemente sind jetzt Vektoren. Das Linienintegral lautet ausgedrückt als Grenzwert der Summe

$$\boldsymbol{f}_{\mathrm{AB}} = \lim_{\substack{\Delta s \to 0 \\ n \to \infty}} \sum_{i=1}^{n} f_{\mathrm{i}} \cdot \Delta \boldsymbol{s}_{\mathrm{i}} = \int_A^B f \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s}.$$

Dabei ist f_i eine Skalarfunktion innerhalb des Längenelementes $\Delta \boldsymbol{s}_i$ und das Integral ein Vektor.

Ein Linienintegral kann auch für ein Vektorfeld $\boldsymbol{F}$ mit einem Wegelement $\mathrm{d}\boldsymbol{s}$ längs einer Linie $A \ldots B$ im Raum definiert werden. Es ist ein Skalar. Wird beispielsweise ein Körper im Punkt A (Abb. A.3d) durch die Kraft $\boldsymbol{F}$ längs des Wegstückes $\Delta \boldsymbol{s}$ nach Punkt B verschoben, dann leistet sie an ihm die Arbeit

$$\Delta W = F \cdot \Delta s \cos \angle (\boldsymbol{F}, \Delta \boldsymbol{s}) = \boldsymbol{F} \cdot \Delta \boldsymbol{s}. \tag{A.2.2}$$

Das gilt, solange sich die Kraft $\boldsymbol{F}$ längs des zurückgelegten Weges $\Delta \boldsymbol{s}$ nicht ändert. Dann verlaufen alle Kraftlinien parallel und die Kraft hat überall die gleiche Stärke: *homogenes* Kraftfeld mit *skalarem Produkt* der beiden Vektoren $\boldsymbol{F}$ und $\Delta \boldsymbol{s}$.

Ändert sich dagegen die Kraft räumlich (Abb. A.3d), so zerlegen wir den Gesamtweg von A nach B in n kleine, gerade Stücke der Länge $\Delta \boldsymbol{s}$ und definieren die Vektoren $\Delta \boldsymbol{s}_i$. Längs eines solchen Weges ändert sich die Kraft $\boldsymbol{F}_i$ praktisch nicht und wir können wieder (A.2.2) verwenden: es wird die Projektion der Kraft $\boldsymbol{F}$ auf die Richtung des Wegelementes $\Delta \boldsymbol{s}_i$ gebildet oder nur die tangential zum Wegelement wirkende Komponente berücksichtigt. Dann ist die Gesamtarbeit W_{AB} die Summe der Teilarbeiten ΔW_i längs der einzelnen Wegstücke:

$$W_{\mathrm{AB}} = \sum_{i=1}^{n} \Delta W_i = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{F}_i \cdot \Delta \boldsymbol{s}_i. \tag{A.2.3}$$

Das Ergebnis verbessert sich mit zunehmender Wegunterteilung, also steigender Zahl n der Wegelemente. Im Grenzfall $n \to \infty$, d. h. $\Delta \boldsymbol{s}_i \to 0$ geht die Summe in das Integral über und aus $\Delta \boldsymbol{s}$ wird das vektorielle Wegelement $\mathrm{d}\boldsymbol{s}$ (Abb. A.3e):

$$\begin{aligned} W_{\mathrm{AB}} &= \lim_{\substack{\Delta s \to 0 \\ n \to \infty}} \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{F}_i \cdot \Delta \boldsymbol{s}_i = \int_A^B \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} \\ &= \int_A^B \boldsymbol{F}_{\mathrm{t}} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} = \int_A^B F \cdot \mathrm{d}s \cos \angle (\boldsymbol{F}, \mathrm{d}\boldsymbol{s}) \end{aligned} \qquad \text{Linienintegral} \tag{A.2.4}$$

- Das Linienintegral W_{AB} ist der Integral der Tangentialkomponente eines Vektors $\boldsymbol{F}$ längs eines Weges $\boldsymbol{s}$ zwischen den Punkten A und B.

Die Arbeit W_{AB} kann durch jede der drei Formen bestimmt werden. Ihr *physikalischer Richtungssinn* stimmt mit der Wegrichtung von der unteren Grenze A längs einer Linie zur oberen B überein, wenn das Skalarprodukt von $\boldsymbol{F}$ und $\mathrm{d}\boldsymbol{s}$ positiv ist, also $\angle (\boldsymbol{F}, \mathrm{d}\boldsymbol{s}) < \pi/2$ gilt. So liegt der Weg fest. Beispielsweise ist die Spannung U über das Linienintegral der elektrischen Feldstärke $\boldsymbol{E}$ definiert, deshalb hat sie als Skalargröße einen *physikalischen Richtungssinn*.

Das Linienintegral über einen *geschlossenen Weg c* heißt *Ring*- oder *Umlaufintegral* gekennzeichnet durch einen Kreis am Integralzeichen: $\oint \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s}$. Dieses Kurvenintegral wird auch als *Zirkulation des Vektorfeldes* $\boldsymbol{F}$ längs des geschlossenen Weges C bezeichnet. Das Linienintegral hängt i. a. vom Anfangs- und Endpunkt des Integrationsweges und dem eingeschlagenen Weg ab. Es wird aber *wegunabhängig*, falls es *längs jeder geschlossenen Kurve verschwindet*. Ein solches Feld ist *wirbelfrei* (gleichwertig mit der Aussage, dass keine in sich geschlossenen Feldlinien existieren, das gilt beispielsweise für das elektrostatische Feld).

Ein wirbelfreies Vektorfeld heißt gleichwertig konservativ oder Potenzialfeld mit folgenden weiteren Eigenschaften:

- das Linienintegral längs einer Kurve C zwischen zwei Punkten ist *wegunabhängig,*
- der Feldvektor $\boldsymbol{F}$ kann stets als *Gradient einer Potenzialfunktion* φ dargestellt werden,
- das Skalarfeld $\boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s}$ ist das vollständige Differenzial einer Potenzialfunktion φ: $\mathrm{d}\varphi = \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s}$,
- *jedes homogene Feld ist wirbelfrei,* denn es gilt wegen $\boldsymbol{F} = \mathrm{const}$

$$\oint\limits_{\text{geschl.Weg}} \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} = \boldsymbol{F} \cdot \oint\limits_{\text{geschl.Weg}} \mathrm{d}\boldsymbol{s} = 0.$$

Vektorielles Linienintegral Neben dem skalaren gibt es noch das vektorielle Linienintegral

$$\boldsymbol{L} = \lim_{\substack{\Delta s \to 0 \\ n \to \infty}} \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{F}_i \times \Delta \boldsymbol{s}_i = \int_A^B \boldsymbol{F} \times \mathrm{d}\boldsymbol{s}. \qquad \text{vektorielles Linienintegral}$$

Es tritt z. B. bei der Berechnung des magnetischen Feldes eines linienhaften elektrischen Stromes im Raum auf.

Flächenintegral Zur Berechnung des Flächenintegrals eines Skalar- oder Vektorfeldes wird eine gegebene Fläche in (unendlich) viele Teilflächen $\Delta \boldsymbol{A}_i$ zerlegt (wobei jede einen Flächenvektor hat) und über die Gesamtfläche summiert (integriert). Für ein Skalarfeld f ergibt sich dann das Flächenintegral

$$\boldsymbol{A} = \lim_{\substack{\Delta A \to 0 \\ n \to \infty}} \sum_{i=1}^{n} f_i \cdot \Delta \boldsymbol{A}_i = \int_A f \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{A} \qquad \text{Flächenintegral.}$$

Es handelt sich um einen Vektor, f_i ist der Wert der Skalarfunktion über das vektorielle Flächenelement $\Delta \boldsymbol{A}_i$ (Abb. A.4a).

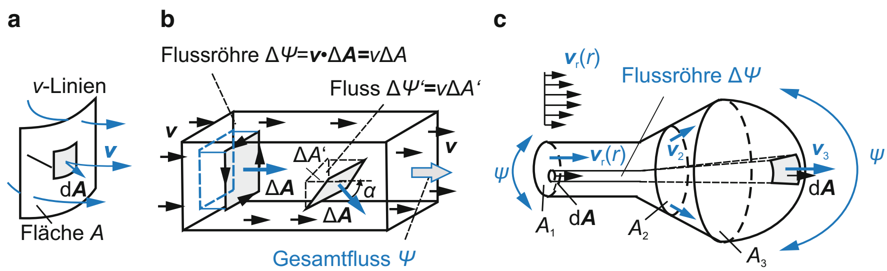

Abb. A.4 Fluss eines Vektorfeldes. **a** Oberfläche mit differenziellem Oberflächenelement und Fluss eines Vektors $\boldsymbol{v}$ durch eine gekrümmte Fläche A. **b** Flussbegriff im homogenen Feld mit dem Teilfluss $\Delta\Psi = \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{A}$ durch eine Fläche ΔA. Er hängt von der senkrecht zu $\boldsymbol{v}$ vorhandenen Fläche $\Delta A'$ ab. **c** Flussbegriff in einem Radialkörper bei radialer Geschwindigkeitsverteilung und unterschiedlichen Querschnitten. Stets herrscht der gleiche Fluss

Skalares Flächenintegral, Flussintegral Ganz entsprechend kann ein *skalares Flächenintegral* als Punktprodukt eines *Vektorfeldes* $\boldsymbol{v}$ (z. B. der Geschwindigkeit) mit jedem Flächenelement $\Delta \boldsymbol{A}_i$ (und Summation) gebildet werden (Abb. A.4a)

$$\Psi = \sum_{i=1}^{n} \Delta\Psi_i = \lim_{\substack{\Delta A \to 0 \\ n\to\infty}} \sum_{i}^{n} \boldsymbol{v}_i \cdot \Delta\boldsymbol{A}_i = \int_{\text{Fläche } A} \boldsymbol{v} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{A} \equiv \iint_{A} \boldsymbol{v} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{A}. \qquad \text{(A.2.5)}$$

Es heißt gleichwertig auch *Fluss eines Vektors*, hier der Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$. Gleichwertige Schreibweisen lauten

$$\Psi = \int_{\text{Fläche } A} \boldsymbol{v} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{A} = \int_{A} v_{\mathrm{n}} \cdot \mathrm{d}A = \int_{A} v \cdot \mathrm{d}A \cos \angle(\boldsymbol{v}, \mathrm{d}\boldsymbol{A}). \qquad \text{Flussintegral (A.2.6)}$$

Das Flussintegral ist das Integral der Normalkomponente des Vektors $\boldsymbol{v}$ *über eine Fläche* $\boldsymbol{A}$*, es heißt auch Fluss* Ψ *des Vektors* $\boldsymbol{v}$ *durch eine offene oder geschlossene Fläche* $\boldsymbol{A}$*. Der differenzielle Flächenvektor steht dabei senkrecht auf dem zugeordneten Flächenelement.*

Der Vektor $\boldsymbol{v}$, der den Fluss bildet, ist die *Flussdichte*. Sie drückt ersatzweise den Feldvektor einer „Strömungsgröße" aus, im elektromagnetischen Feld also $\boldsymbol{J}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{D}$, nicht aber eine Feldstärkegröße wie $\boldsymbol{E}$ oder $\boldsymbol{H}$. Gleichwertige Bezeichnungen zum Flussintegral eines Vektorfeldes $\boldsymbol{F}$ sind *„Fluss"* des Vektors $\boldsymbol{F}$ durch die Fläche A oder *Flächenintegral des Vektorfeldes* $\boldsymbol{F}$ über eine orientierte Fläche $\boldsymbol{A}$.

Was bedeutet der Flussbegriff? Gegeben ist eine Wasserströmung, die mit homogener Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ dahinfließt. Die gesamte Strömung stellt einen Fluss dar. Wir wählen daraus einen Ausschnitt (Abb. A.4b), eine sog. *Flussröhre* mit dem Teilfluss $\Delta\Psi$ durch die zugehörige Teilfläche $\Delta A'$ (senkrecht zu $\boldsymbol{v}$ stehend). Durch diese Flussröhre strömt während der Zeit $\mathrm{d}t$ die Flüssigkeitsmenge $\Delta\Psi \mathrm{d}t$. Für eine Fläche $\Delta \boldsymbol{A}$ (mit dem Normalenvektor $\boldsymbol{n}$, $\Delta \boldsymbol{A} = \boldsymbol{n}\Delta A$), die um den Winkel α gegen ΔA' geneigt ist (mit $\Delta A' = \Delta A \cos\alpha$) beträgt dann der Teilfluss

$$\Delta\Psi = |\boldsymbol{v}| \cdot \Delta A' = |\boldsymbol{v}| \cdot |\Delta \boldsymbol{A}| \cos \angle\left(\boldsymbol{v}, \Delta \boldsymbol{A}\right). \tag{A.2.7a}$$

Der gesamte Fluss Ψ durch die Fläche ergibt sich durch Summation aller Teilflüsse, im homogenen Strömungsfeld also

$$\Psi = \sum \Delta\Psi = \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{A}. \tag{A.2.7b}$$

Bei *inhomogenem* Geschwindigkeitsfeld $\boldsymbol{v}$ zerlegen wir die Gesamtfläche in n Teilflächen mit den Flächenvektoren $\Delta \boldsymbol{A}_i$ ($i = 1 \ldots n$). Jede Teilfläche führt den Teilfluss $\Delta\Psi_i$ gebildet mit der dort herrschenden Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}_i$. Der Gesamtfluss aller Flächen entsteht durch Summation über alle Flussröhren $\Delta\Psi_i = \boldsymbol{v}_i \cdot \Delta \boldsymbol{A}_i$ des Vektors $\boldsymbol{v}$:

$$\Psi = \sum_{i=1}^{n} \Delta\Psi_i = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{v}_i \cdot \Delta \boldsymbol{A}_i. \tag{A.2.8}$$

Das führt für $n \to \infty$ mit der unendlich kleinen Teilfläche $\mathrm{d}\boldsymbol{A}_i$ durch Integration zur Flussdefinition (A.2.5).

Die Richtung von $\mathrm{d}\boldsymbol{A}$ zeigt bei geschlossener Fläche stets in Normalrichtung nach außen. Bei offener Fläche steht $\mathrm{d}\boldsymbol{A}$ auf der Seite der Fläche, *aus* der ein angenommener Bezugspfeil herauszeigt: bei geschlossener Fläche (z.B. einer Kugel) zeigt dann $\mathrm{d}\boldsymbol{A}$ nach außen, bei offener Fläche wird die Randkurve der Fläche so durchlaufen, dass mit der Flächennormalen eine Rechtsschraube entsteht.

Weil Flächenelement $\mathrm{d}\boldsymbol{A}$ und Flussdichtevektor $\boldsymbol{v}$ je eine Richtung haben, sich das aber im Skalarprodukt nicht ausdrückt, muss ein *physikalischer Richtungssinn* des Flusses Ψ vereinbart werden: man setzt ihn übereinstimmend mit der (mittleren) Richtung des Vektors $\boldsymbol{v}$ an, wenn $\boldsymbol{v}$ mit der Flächennormalen des Flächenelementes $\mathrm{d}\boldsymbol{A}$ einen spitzen Winkel $\angle(\boldsymbol{v}, \mathrm{d}\boldsymbol{A}) < \pi/2$ (positives Skalarprodukt beider Größen, s. o.) bildet. (Stumpfer Winkel $\angle(\boldsymbol{v}, \mathrm{d}\boldsymbol{A}) > \pi/2$ ergibt negatives Skalarprodukt und die Zählpfeilrichtung kehrt sich um).

Sonderfälle zum Flussbegriff sind

- gleiche Richtung der Vektoren $\boldsymbol{v}$ und $\mathrm{d}\boldsymbol{A}$: $\Psi = \iint_A v \cdot \mathrm{d}A$
- bei homogenem Feld ($\boldsymbol{v}$ über den Querschnitt konstant) $\Psi = v \iint_A \mathrm{d}A = v \cdot A$. Dann ist der Fluss das Produkt von Flussdichte (Betrag des Vektors $\boldsymbol{v}$) und durchsetzter Fläche A.

Geht die Fläche A in eine geschlossene Oberfläche eines Volumens über, eine sog. *Hüllfläche*, so wird (A.2.6) zum *Oberflächen*- oder *Hüllintegral* (Kreis im Integralzeichen)

$$H = \oint\!\!\!\oint_A \boldsymbol{v} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{A} = \int_{\text{Oberfläche } A} \boldsymbol{v} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{A}. \tag{A.2.9}$$

Sein Wert H hängt vom Problem ab: umschließt z. B. die Hülle eine Ladung Q, dann ist der Hüllenfluss $Q = \Psi$ das Hüllintegral über die Verschiebungsflussdichte $\boldsymbol{D}$ (entspricht hier $\boldsymbol{v}$), im Strömungsfeld entspricht $\boldsymbol{v}$ der Stromdichte $\boldsymbol{J}$, dem Fluss entspricht der Strom und das Hüllintegral verschwindet (Grundlage des Knotensatzes).

Im Sprachgebrauch verbindet man mit dem Begriff „Fluss" immer etwas Fließendes, Dahinströmendes. Das gilt z. B. für die Stromstärke (dahinfließende Ladungsträger), aber nicht beim Verschiebungs- und magnetischen Fluss. Begründung: *der Fluss eines Vektors ist eine mathematische Festlegung nach* (A.2.6).

Der Flussbegriff entstammt der Strömungslehre. Dort ist das Vektorfeld das Geschwindigkeitsfeld einer strömenden Flüssigkeit. In der Elektrotechnik tritt der Begriff mehrfach auf: Zugeordnet sind

- der magnetische Fluss Φ der Induktionsdichte $\boldsymbol{B}$,
- der elektrische Fluss Ψ der elektrischen Erregung $\boldsymbol{D}$,
- der Leitungsstrom I der Stromdichte $\boldsymbol{J}$ und
- die induzierte Spannung (beim Induktionsgesetz) der zeitlichen Flussänderung.

Beispiel Wir betrachten eine trichterförmige Anordnung mit gewölbter Austrittsoberfläche (Trichter einer Gießkanne, Abb. A.4c), durch den eine inkompressible Flüssigkeit (Wasser) fließt. Jeder Rohrquerschnitt führt das gleiche Flüssigkeitsvolumen je Zeiteinheit, also den Fluss

$$\text{Fluss } \Psi = \frac{\text{Volumen}}{\text{Zeitspanne}} = \iint_A \boldsymbol{v} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{A}.$$

Links – am Querschnitt A_1 – tritt das Wasser ein, dort wirkt (durch Reibung an der Rohrwand) eine ortsabhängige Geschwindigkeit (Betrag abhängig vom Radius), die $\boldsymbol{v}$-Linien sind aber parallel gerichtet. Im Trichter (Querschnitt A_2) ändert sich die Geschwindigkeit nach Richtung und Betrag, jetzt abhängig vom Radius und der Längskoordinate im Trichter. An der gewölbten Oberfläche A_3 stimmen (aus Symmetriegründen) Geschwindigkeitsrichtung und Normalenrichtung der Flächenelemente überein. Der gesamte, dort austretende Fluss ist aber gleich dem links eintretenden. Eingetragen ist im Bild auch eine Flussröhre.

Zusammengefasst: Der physikalische Richtungssinn tritt bei einigen skalaren physikalischen Größen (Strom, Spannung, magnetische Spannung, magnetischer Fluss u. a. m.) auf. Er entsteht durch die gegenseitige Lage der beiden Vektoren, aus denen die Größen durch Integration von Linien- oder Flächenintegralen hervorgehen.

Neben dem physikalischen Richtungssinn wird in Netzwerken ein *Bezugssinn* oder besser die (frei wählbare) *Zählpfeilrichtung* festgelegt wie bei Strom und Spannung, aber auch im magnetischen Kreis (magnetischer Spannungsabfall und Fluss). Der Zusammenhang zwischen Zählpfeil und dem tatsächlichen physikalischen Richtungssinn gibt das Vorzeichen der skalaren Größe: positives Vorzeichen bedeutet übereinstimmenden physikalischen Richtungssinn und Zählpfeil, negatives Vorzeichen, dass sie einander entgegenwirken.

Die Kennzeichnungen der Zählrichtungen wurden beim Strom- und Spannungsbegriff erläutert.

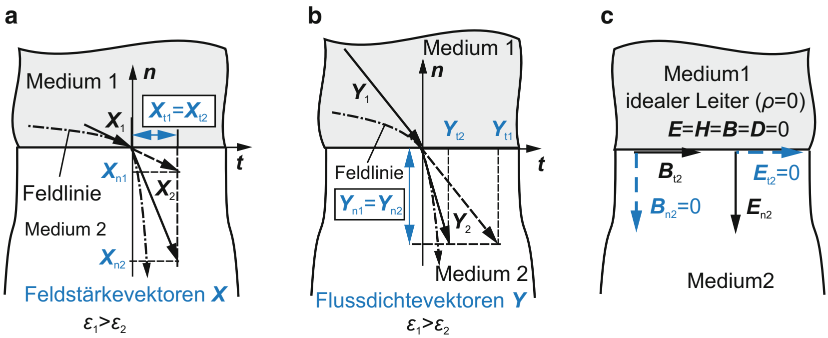

Abb. A.5 Merkmale von Feldstärke- und Flussdichtevektoren an einer Grenzfläche (Medium 1 mit größerem „Leitungsvermögen"). **a** Die Tangentialkomponenten der Feldstärkevektoren sind stetig. **b** Die Normalkomponente des Flussdichtevektors ist stetig. **c** Grenzflächenbedingungen am idealen Leiter: die Tangentialkomponente der elektrischen Feldstärke $\boldsymbol{E}$ und die Normalkomponente der magnetischen Flussdichte $\boldsymbol{B}$ (bzw. Stromdichte $\boldsymbol{J}$) verschwinden

Vektorielles Flächenintegral Neben dem skalaren Flächenintegral gibt es auch ein vektorielles

$$\boldsymbol{B} = \lim_{\substack{\Delta A \to 0 \\ n \to \infty}} \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{F}_i \times \Delta \boldsymbol{A}_i = \int_A \boldsymbol{F} \times \mathrm{d}\boldsymbol{A}. \qquad \text{vektorielles Flächenintegral}$$

Es spielt eine Rolle bei Anwendung elektromagnetischer Wirbelfelder, übersteigt aber den Rahmen eines Grundlagenlehrbuches.

Volumenintegral Zur Definition wird ein gegebenes Volumen in n kleine Volumenelemente ΔV mit $\Delta V \to 0$ für $n \to \infty$ unterteilt. Beim *skalaren Volumenintegral* multipliziert man jedes Volumenelement mit dem Skalarfeld f und summiert über alle Volumenelemente:

$$P = \lim_{\substack{\Delta V \to 0 \\ n \to \infty}} \sum_{i}^{n} f_i \cdot \Delta V_i = \int_V f \cdot \mathrm{d}V.$$

Für ein Vektorfeld $\boldsymbol{F}$ lässt sich sinngemäß ein zugehöriges Volumenintegral definieren. Eine Anwendungen des skalaren Volumenintegrals ist z. B. die Berechnung der Energie aus der sog. Energiedichte.

Grenzflächenbedingungen Grenzen zwei unterschiedliche Materialgebiete (dielektrische, magnetische oder ohmsche Leitfähigkeiten) flächenhaft aneinander, so ändern sich an der Grenzfläche teilweise die Feldgrößen (Abb. A.5):

- Feldstärkevektoren haben stets gleiche *Tangentialkomponenten* (vgl. Abb. A.5a) und
- Flussdichtevektoren gleiche *Normalkomponenten* (Abb. A.5b), vorausgesetzt, dass die Grenzfläche keine Ladungs- oder Flächenstromdichte führt.

Diese Ergebnisse lassen sich formal mit dem Linenintegral über einen geschlossenen Weg an der Grenzfläche und das sog Gaußsche Gesetz für das jeweilige Feld begründen (s. Bd. 2).

Aus diesen Grenzflächenbedingungen ergeben sich mit den sog. *Materialgleichungen* zwischen den jeweiligen Feldstärke- und Flussdichtevektoren die Bedingungen für die übrigen Vektorkomponenten. *Deshalb werden Feldlinien an der Grenzfläche stets gebrochen*. Im Sonderfall des *idealen Leiters* (Abb. A.5c) verschwindet die Tangentialkomponente der Feldstärke- und die Normalkomponente der Flussdichtevektoren. Dann ist seine Oberfläche immer eine Potenzialfläche und der Strom fließt an ihr entlang.

A.3 Verzeichnis der wichtigsten Symbole

Symbol	**Bezeichnung**
$\boldsymbol{A}$	1) Knoten-Zweig-Indzidenzmatrix
	2) Kettenmatrix
A	Fläche, Querschnitt
A_i	Stromverstärkung
A_r	relative Atommasse
A_DD	symmetrische Differenzverstärkung
A_N	Stromverstärkung Basisschaltung
A_u	Spannungsverstärkung
A_uD	Differenzverstärkung
$\boldsymbol{a}$	Beschleunigung
$\boldsymbol{B}$	1) Schleifenmatrix
	2) magnetische Flussdichte
B_N	Stromverstärkung (Emitterschaltung)
B_r	Remanenzinduktion
$\boldsymbol{C}$	Zweig-Maschen-Inzidenzmatrix
C	Kapazität
C_th	Wärmekapazität
c	1) spezifische Wärme
	2) elektrochemisches Äquivalent
c_d	differenzielle Kapazität
$\boldsymbol{D}$	Verschiebungsdichte
$D_\mathrm{n,p}$	Diffusionskoeffizient Elektronen, Löcher
D_U	Temperaturkoeffizient d. Spannung
d	Durchmesser, Plattenabstand, Dicke
$\boldsymbol{E}$	1) Einheitsmatrix
	2) elektrische Feldstärke
E_q	elektromotorische Kraft, Urspannung

Symbol	Bezeichnung
$\boldsymbol{e}$	Einheitsvektor
e	Elementarladung
$\boldsymbol{F}$	Kraft
F	Faraday-Konstante
f	Frequenz
$\boldsymbol{G}$	Knotenleitwertmatrix
G	1) Leitwert
	2) Gleichtaktverstärkung
G_{m}	1) magnetischer Leitwert
	2) Steilheit, Transferleitwert
g	differenzieller Leitwert, Rückkopplungsgrad
g_{m}	Steilheit
$\boldsymbol{H}$	1) magnetische Feldstärke
	2) Reihenparallelmatrix
$\boldsymbol{H}_{\mathrm{c}}$	Koerzitivfeldstärke
$\boldsymbol{I}$	Spaltenvektor (Strom)
I	Stromstärke
I_{k}	Kurzschlussstrom
I_{m}	Maschenstrom
I_{q}	Quellenstrom
I_{W}	Energiestrom
i_{v}	Verschiebungsstrom
i	zeitveränderlicher Strom
$\boldsymbol{J}$	1) Stromdichte
	2) magnetische Polarisation
$\boldsymbol{J}_{\mathrm{K}}$	Konvektionsstromdichte
$\boldsymbol{J}_{\mathrm{V}}$	Verschiebungsstromdichte
$\boldsymbol{J}_{\mathrm{W}}$	Energiestromdichte, Poynting-Vektor
K	Transistorkonstante
k	1) Knotenzahl
	2) Boltzmann-Konstante
	3) Kopplungsfaktor
L	Induktivität
L_{i}	innere Induktivität
L_{ik}	Gegeninduktivität Leiter i, k
L_{s}	Streuinduktivität
l	Länge
l_{d}	differenzielle Induktivität
$\boldsymbol{M}$	1) Drehmoment
	2) Maschen-Zweig-Inzidenzmatrix

Symbol	**Bezeichnung**
M	Gegeninduktivität
m	Zahl unabh. Maschengleichungen
$N_{\mathrm{A,D}}$	Störstellendichte (Akzeptor, Donator)
n	1) Zählindex
	2) Betrag des Normalenvektors
	3) Drehzahl, Trägerdichte
n_{i}	Eigenleitungsdichte
P	Leistung
$\boldsymbol{P}$	dielektrische Polarisation
P_{V}	Verlustleistung
P_{W}	Wärmestrom
p	1) Momentanleistung
	2) Zahl unabh. Knotengleichungen
p'	Leistungsdichte
p_{v}	Verlustleistungsdichte
Q	Ladung (allgemein), Elektrizitätsmenge,
	gespeicherte Wärmemenge
q	positive Elementarladung
$\boldsymbol{R}$	Maschenwiderstandsmatrix
R	ohmscher Widerstand
R_{a}	Außenwiderstand
R_{i}	Innenwiderstand
R_{m}	1) Transferwiderstand, -impedanz
	2) magnetischer Widerstand
R_{th}	Wärmewiderstand
r	differenzieller Widerstand
S	Transferleitwert, Steilheit
s	Strecke
T	1) Periodendauer
	2) Temperatur
TK	Temperaturkoeffizient
t	Zeit
t_{H}	Halbwertzeit
$\boldsymbol{U}$	Spaltenvektor (Spannung)
U	Spannung
U_{D}	Diffusionsspannung
U_{H}	Hallspannung
U_k	Knotenspannung
U_{l}	Leerlaufspannung
U_{q}	Quellenspannung

Symbol	**Bezeichnung**
U_T	Temperaturspannung
u	Spannung, zeitabhängig
$ü$	Übersetzungsverhältnis
V	Volumen
V_m	magnetische Spannung
v	Geschwindigkeit
W	Arbeit, Energie
W_{el}	elektrische Energie
W_G	Bandbreite (Energie)
W_H	Hysteresearbeit
W_m	magnetische Energie
w	1) Energiedichte
	2) Windungszahl
w_m	magnetische Energiedichte
z	1) Zweigzahl
	2) Wertigkeit eines Ions
α	1) linearer Temperaturkoeffizient
	2) Winkel
α_k	Wärmeübergangszahl
β	quadratischer Temperaturkoeffizient
Δ	Differenz
δ	Luftspaltlänge
ε	Permittivität
ε_0	elektrische Feldkonstante
ε_r	relative Permittivität
η	Wirkungsgrad
θ	Durchflutung
κ	elektrische Leitfähigkeit
κ_W	Wärmeleitfähigkeit
λ	Linienladungsdichte
μ	1) Beweglichkeit
	2) Permeabilität
	3) Steuerfaktor
μ_0	magnetische Feldkonstante
μ_r	relative Permeabilität
ρ	1) Länge, Radius
	2) spezifischer Widerstand
	3) Raumladungsdichte
σ	1) Flächenladungsdichte
	2) Streuung

Symbol	**Bezeichnung**
τ	Zeitkonstante
τ_{R}	Relaxationszeitkonstante
Φ	magnetischer Fluss
φ	1) elektrisches Potenzial
	2) Nullphasenwinkel
χ	Suszeptibilität
Ψ	1) elektrischer Fluss
	2) magnetischer verketteter Fluss
ω	1) Winkelgeschwindigkeit
	2) Kreisfrequenz

Literatur

1. Albach, M.: Grundlagen der Elektrotechnik 1. München: Pearson Studium 2005.
2. Bosse, G.: Grundlagen der Elektrotechnik. Bd. 1: Elektrostatisches Feld und Gleichstrom. 2. Aufl.; Bd. II: Magnetisches Feld und Induktion. 3. Aufl.; Bd. III Wechselstromlehre, Vierpol- und Leitungstheorie, 2. Aufl.; Bd. IV: Drehstrom, Ausgleichsvorgänge in linearen Netzen. Mannheim: Bibliogr. Institut. 1973–1989.
3. Frohne, H., Löcherer, K. H., Müller, H.: Moeller Grundlagen der Elektrotechnik, 20. Aufl. Stuttgart: Teubner 2005.
4. Frohne, H.: Elektrische und magnetische Felder, Stuttgart: Teubner 1994.
5. Führer, A., Heidemann, K., Nerreter, W.: Grundgebiete der Elektrotechnik 1 und 2, 8. Aufl. München: Hanser Verlag 2006.
6. Haase, H., Garbe, H.: Elektrotechnik Berlin: Springer Verlag 1998.
7. Hofmann, H.: Das elektromagnetische Feld, 3. Aufl. Wien: Springer 1986.
8. Küpfmüller, K., Mathis, W., Reibiger, A.: Theoretische Elektrotechnik, 17. Aufl. Berlin: Springer 2006.
9. Paul, R.: Elektrotechnik 1, 3. Aufl. Berlin: Springer Verlag 1993.
10. Paul, R., Paul, S.: Arbeitsbuch 1,2, Berlin: Springer Verlag 1994.
11. Phillipow, E.: Grundlagen der Elektrotechnik, 10. Aufl. Berlin: Verlag Technik 2000.
12. Pregla, R.: Grundlagen der Elektrotechnik, 7. Aufl. Heidelberg: Hüthig 2004.
13. Seidel, H. U., Wagner, E.: Allgemeine Elektrotechnik Bd. 1 und Bd. 2, 3. Aufl. München: Hanser Verlag 2006.
14. Wolff, I.: Grundlagen der Elektrotechnik Bd. 1 und 2, Aachen: Verlagsbuchhandlung Dr. Wolff GmbH 2003.
15. v. Weiß, A.: Die elektromagnetischen Felder. Braunschweig: Vieweg 1983.

Sachverzeichnis

V

W

Z