

## INDEX DES NOTATIONS

Les chiffres de référence indiquent successivement le paragraphe et le numéro.

$\mathcal{F}_+(\mathbb{T})$ ,  $\mathcal{F}_+$ ,  $f_A$ ,  $f^0$ : conventions préliminaires.

$\pi(p)$ ,  $p_A$  ou  $p|A$ : 1,1.

$w^\bullet(f)$ ,  $\int^\bullet f dw$ ,  $\int^\bullet f(t) dw(t)$ : 1,2.

$w^\bullet$ ,  $w_K^\bullet$ : 1,2.

$w^+$ ,  $w^-$ ,  $|w|$ : 1,2.

$\mu(f)$ ,  $\mu(A)$ : 1,5.

$\text{Supp}(\mu)$ : 1,6.

$\sum_{i \in I} \mu_i$ : 1,7.

$\mu^*(f)$ ,  $\mu^*(A)$ ,  $\int^* f d\mu$ ,  $\int^* f(t) d\mu(t)$ : 1,9.

$\mu^*$ : 1,9.

$\overline{\mathcal{L}}^p(\mathbb{T}, \mu)$ ,  $\overline{\mathcal{L}}_F^p(\mathbb{T}, \mu)$ ,  $\mathcal{L}^p(\mathbb{T}, \mu)$ ,  $\mathcal{L}_F^p(\mathbb{T}, \mu)$  (pour  $1 \leq p \leq +\infty$ ): 1,10.

$\overline{\mathcal{L}}_F^p(\mu)$ ,  $\overline{\mathcal{L}}_F^p$ ,  $\overline{\mathcal{L}}^p$ ,  $\overline{\mathcal{L}}^p(\mu)$ : 1,10.

$\overline{N}^p(f)$ ,  $N_p(f)$ : 1,10.

$L_F^p(\mu)$ ,  $L_F^p$ : 1,10.

$\int f d\mu$ ,  $\mu(f)$ ,  $\int f(t) d\mu(t)$ : 1,10.

$\mu_X^\bullet$ ,  $\mu_X$ ,  $\mu|X$ : 2,1.

$f \cdot \mu$ : 2,2.

$\pi(\mu)$ : 2,3.

$\lambda \otimes \mu$ : 2,5.

$\mathfrak{R}(\mathbb{T})$ ,  $\mathfrak{B}(\mathbb{T})$ : conventions du § 3.

$\mathcal{C}^b(\mathbb{T}, \mathbb{F})$ ,  $\mathcal{C}^b(\mathbb{T})$ ,  $\mathcal{C}^b$ ,  $\mathcal{C}_+^b(\mathbb{T})$ ,  $\mathcal{C}_+^b$ : conventions du § 5.

$\mathcal{M}^b(\mathbb{T}, \mathbf{C})$ ,  $\mathcal{M}^b(\mathbb{T})$ ,  $\mathcal{M}^b$ ,  $\mathcal{M}_+^b(\mathbb{T})$ ,  $\mathcal{M}_+^b$ : conventions du § 5.

$\mathcal{L}\mu$ : 5,7.

$\mathcal{F}(E)$ : 6,1.

$p_v$ ,  $p_{vw}$ : 6,1.

$\mathcal{Q}(E)$ : 6,1.

$\tilde{\lambda}$ : 6,1.

$u(\mu)$  ( $\mu$  promesse): 6,2.

$\mathcal{F}\mu$  ( $\mu$  promesse ou mesure): 6,3.

$\Gamma_{\mathbf{Q}}, \gamma_a$ : 6,5.

$\gamma_{\mathbf{C}}$ : 6,6.

$\text{Tr}(\mathbf{Q}/\mathbf{H})$ : Annexe, 1.

$u^*$ : Annexe, 2.

## INDEX TERMINOLOGIQUE

Les chiffres de référence indiquent successivement le paragraphe et le numéro.

- Additive (fonction d'ensemble): 3,2.
- Adjointe d'une application linéaire: Annexe, 2.
- Application  $\mu$ -propre: 2,3.
- Application de Hilbert-Schmidt: Annexe, 2.
- Associée (promesure) à une mesure: 6,1.
- Base (mesure de)  $\mu$ : 2,2.
- Bochner (théorème de): 6,12.
- Borné (encombrement): 1,1.
- Bornée (fonction d'ensemble): 3,2.
- Bornée (mesure): 1,2.
- Caractère d'un monoïde: 5,7.
- Concassage: 1,8.
- Concentré (encombrement) sur une partie: 1,1.
- Concentrée (mesure) sur une partie: 1,4.
- Condition de Prokhorov: 4,2 et 5,5.
- Covariance d'une promesure gaussienne sur  $\mathbf{R}^T$ : 6,6.
- Dénombrablement additive (fonction d'ensemble): 3,2.
- Densité d'une mesure par rapport à une autre: 2,2.
- Désintégration d'une mesure: 2,7.
- Encombrement: 1,1.
- Encombrement borné: 1,1.
- Encombrement concentré sur une partie: 1,1.
- Encombrement image: 1,1.
- Encombrement induit: 1,1.
- Encombrement localement borné: 1,1.
- Ensemble intégrable: 1,9.
- Ensemble localement négligeable: 1,4.
- Ensemble mesurable: 1,5.
- Ensemble modéré: 1,9.
- Ensemble négligeable: 1,9.

- Ensemble universellement mesurable: 3,3.
- Espace fortement radonien: 3,3.
- Espace radonien: 3,3.
- Espace nucléaire: 6,10.
- Essentielle (intégrale supérieure): 1,2.
- Étroite (topologie): 5,3.
- Extérieure (mesure): 1,9.
- Fonction d'ensemble bornée: 3,2.
- Fonction d'ensemble dénombrablement additive: 3,2.
- Fonction d'ensemble intérieurement régulière: 3,2.
- Fonction d'ensemble localement bornée: 3,2.
- Fonction de type positif: 6,12.
- Fonction essentiellement intégrable: 1,10.
- Fonction génératrice d'une suite: 5,7.
- Fonction intégrable: 1,10.
- Fonction localement intégrable: 2,2.
- Fonction localement négligeable: 1,4.
- Fonction mesurable: 1,5.
- Fonction modérée: 1,9.
- Fonction négligeable: 1,9.
- Fonction universellement mesurable: 2,7.
- Forme quadratique nucléaire: Annexe, 1.
- Fortement radonien (espace): 3,3.
- Gaussienne (mesure, promesure): 6,5.
- Gaussienne canonique (promesure) sur un espace hilbertien réel: 6,6.
- Gaussienne (promesure) de covariance  $K$ : 6,6.
- Gaussienne (mesure) de matrice de covariance  $C$ : 6,6.
- Génératrice (fonction) d'une suite: 5,7.
- Hilbert-Schmidt (application de): Annexe, 2.
- Image d'un encombrement: 1,1.
- Image d'une mesure: 2,3.
- Image d'une promesure: 6,2.
- Induit (encombrement): 1,1.
- Induite (mesure): 2,1.
- Intégrable (ensemble): 1,9.
- Intégrable (fonction): 1,10.
- Intégrale d'une fonction: 1,10.
- Intégrale supérieure: 1,9.
- Intégrale supérieure essentielle: 1,2.
- Laplace (transformation de): 5,7.
- Limite projective de mesures: 4,2.
- Localement bornée (fonction d'ensembles): 3,2.

Localement borné (encombrement): 1,1.  
 Localement intégrable (fonction): 2,2.  
 Localement négligeable (ensemble): 1,4.  
 Localement négligeable (fonction): 1,4.  
 Localement presque partout: 1,4.  
 Marges d'une mesure sur un espace fonctionnel: 4,3.  
 Masse totale d'une mesure: 6,1.  
 Mesurable (ensemble): 1,5.  
 Mesurable (fonction): 1,5.  
 Mesure: 1,2.  
 Mesure bornée: 1,2.  
 Mesure de base  $\mu$ : 2,2.  
 Mesure de densité  $f$  par rapport à une mesure  $\mu$ : 2,2.  
 Mesure extérieure d'un ensemble: 1,9.  
 Mesure gaussienne de matrice de covariance  $C$ : 6,6.  
 Mesure gaussienne de variance  $Q$ : 6,5.  
 Mesure image: 2,3.  
 Mesure induite: 2,1.  
 Mesure modérée: 1,9.  
 Mesure produit: 2,5.  
 Mesure de Wiener: 6,7.  
 Minlos (théorème de): 6,10.  
 Modéré (ensemble): 1,9.  
 Modérée (fonction): 1,9.  
 Modérée (mesure): 1,9.  
 Négligeable (ensemble): 1,9.  
 Négligeable (fonction): 1,9.  
 Noyau de type positif: 6,6.  
 Nucléaire (espace): 6,10.  
 Nucléaire (forme quadratique): Annexe, 1.  
 Plein (sous-monoïde): 5,7.  
 Positive (prémesure, mesure): 1,2.  
 Prémesure: 1,2.  
 Prémesure positive: 1,2.  
 Prémesure réelle: 1,2.  
 Presque partout: 1,9.  
 Produit de deux mesures: 2,5.  
 Produit d'une famille de mesures: 4,3.  
 Projectif (système) de mesures: 4,2.  
 Projective (limite) de mesures: 4,2.  
 Prokhorov (conditions de): 4,2 et 5,5.  
 Promesure: 6,1.

- Promesure associée à une mesure: 6,1.
- Promesure gaussienne canonique d'un espace hilbertien réel: 6,6.
- Promesure gaussienne de covariance  $K$  sur  $\mathbf{R}^T$ : 6,6.
- Promesure gaussienne de variance  $Q$ : 6,5.
- Promesure image: 6,2.
- Promesure (masse totale d'une): 6,1.
- Promesure (transformée de Fourier d'une): 6,3.
- Propre (application  $\mu$ -): 2,3.
- Radonien (espace): 3,3.
- Réelle (mesure, prémesure): 1,2.
- Sazonov (topologie de): 6,10.
- Somme d'une famille de mesures: 1,7.
- Sous-monoïde plein: 5,7.
- Sous-projectif (système) de mesures: 4,2.
- Supérieure (intégrale): 1,9.
- Support d'une mesure: 1,6.
- Système projectif de mesures: 4,2.
- Système sous-projectif de mesures: 4,2.
- Théorème de Bochner: 6,12.
- Théorème de Minlos: 6,10.
- Topologie étroite: 5,3.
- Topologie de Sazonov: 6,10.
- Trace d'une forme quadratique par rapport à une autre: Annexe, 1.
- Transformée de Fourier d'une mesure, d'une promesure: 6,3.
- Transformée de Laplace d'une mesure: 5,7.
- Type positif (fonction de): 6,12.
- Type positif (noyau de): 6,6.
- Universellement mesurable (ensemble): 3,3.
- Universellement mesurable (fonction): 2,7.
- Variance d'une mesure: 6,5.
- Wiener (mesure de): 6,7.

# TABLE DES MATIÈRES

§ 1. <i>Prémesures et mesures sur un espace topologique</i> .....	7
1. Encombresments .....	7
2. Prémesures et mesures .....	8
3. Exemples de mesures .....	11
4. Ensembles et fonctions localement négligeables .....	13
5. Ensembles et fonctions mesurables .....	14
6. Familles filtrantes; support d'une mesure .....	15
7. Enveloppes supérieures et sommes de mesures .....	17
8. Concassages .....	18
9. Intégrale supérieure .....	21
10. Théorie de l'intégration .....	24
§ 2. <i>Opérations sur les mesures</i> .....	26
1. Mesure induite sur un sous-espace mesurable .....	26
2. Mesures définies par des densités numériques .....	27
3. Image d'une mesure .....	29
4. Relèvement de mesures .....	32
5. Produit de deux mesures .....	34
6. Intégration par rapport au produit de deux mesures .....	36
7. Un résultat sur la désintégration des mesures .....	39
§ 3. <i>Mesures et fonctions additives d'ensemble</i> .....	42
1. Mesures et fonctions additives de compacts .....	43
2. Fonctions d'ensemble intérieurement régulières .....	45
3. Espaces radoniens .....	47
§ 4. <i>Limites projectives de mesures</i> .....	50
1. Compléments sur les espaces compacts et les limites projectives ..	50
2. Systèmes projectifs de mesures .....	51
3. Cas des systèmes projectifs dénombrables .....	53
§ 5. <i>Mesures sur les espaces complètement réguliers</i> .....	55
1. Mesures et fonctions continues bornées .....	55
2. Mesures bornées et formes linéaires sur $\mathcal{C}^b(\mathbb{T})$ .....	58

3. Convergence étroite des mesures bornées .....	59
4. Application: propriétés topologiques de l'espace $\mathcal{M}_+^b(T)$ .....	61
5. Critère de compacité pour la convergence étroite .....	63
6. Convergence étroite des mesures et convergence compacte des fonctions .....	65
7. Application: transformation de Laplace .....	66
§ 6. Promesures et mesures sur un espace localement convexe .....	70
1. Promesures sur un espace localement convexe .....	70
2. Image d'une promesure .....	72
3. Transformée de Fourier d'une promesure .....	72
4. Calculs d'intégrales gaussiennes .....	74
5. Promesures et mesures gaussiennes .....	76
6. Exemples de promesures gaussiennes .....	79
7. Mesure de Wiener .....	81
8. Continuité de la transformée de Fourier .....	87
9. Le lemme de Minlos .....	89
10. Mesures sur le dual d'un espace nucléaire .....	91
11. Mesures sur un espace de Hilbert .....	92
*12. Relations avec les fonctions de type positif* .....	94
ANNEXE: Compléments sur les espaces hilbertiens .....	96
1. Trace d'une forme quadratique par rapport à une autre .....	96
2. Applications de Hilbert-Schmidt .....	98
Exercices du § 1 .....	100
Exercices du § 2 .....	101
Exercices du § 3 .....	102
Exercices du § 4 .....	106
Exercices du § 5 .....	106
Exercices du § 6 .....	110
Exercices de l'Annexe .....	110
Note historique .....	113
Bibliographie .....	124
Index des notations .....	126
Index terminologique .....	128