

# Literaturverzeichnis

## Bücher zur Linearen Funktionalanalysis:

- [Aub] *J.P. Aubin*: Applied Functional Analysis. Wiley, New York 1979, 2.ed. 2000
- [Bag] *L.W. Baggett*: Functional Analysis. Dekker, New York 1992
- [BerShe] *Y.M. Berezansky, Z.G. Sheftel, G.F. Us*: Operator Theory. Advances and Applications Vol. 85, 86. Birkhäuser 1996
- [Boc] *N. Boccara*: Functional Analysis. An Introduction for Physicists. Academic Press 1990
- [Bre] *H. Brezis*: Analyse fonctionnelle. Théorie et applications. Masson, Paris 1987, 4.ed. 1993. New edition 2005
- [Con] *J.B. Conway*: A Course in Functional Analysis. Springer 1990, 4.ed. 1997
- [DunSwa] *N. Dunford, J.T. Schwartz*: Linear Operators I, II. Interscience Publishers, New York 1958, 2.ed. 1988
- [Heu] *H. Heuser*: Funktionalanalysis. Theorie und Anwendung. Teubner 1975, 4.ed. 2006
- [HirSar] *F. Hirzebruch, W. Scharlau*: Einführung in die Funktionalanalysis. BI-Taschenbuch 296, Mannheim 1971
- [KurZab] *A.J. Kurdila, M. Zabrankin*: Convex Functional Analysis. Birkhäuser 2005
- [Lax] *P.D. Lax*: Functional Analysis. Pure and Applied Mathematics. Wiley 2002
- [LebVor] *L.P. Lebedev, I.I. Vorovich*: Functional Analysis in Mechanics. Springer 2003
- [MeiVog] *R. Meise, D. Vogt*: Einführung in die Funktionalanalysis. Vieweg 1992
- [PugSin] *V.S. Pugachev, I.N. Sinitsyn*: Lectures on Functional Analysis and Applications. World Scientific 1999
- [ReeSim] *M. Reed, B. Simon*: Methods of Modern Math. Physics I – IV. I: Functional Analysis. Academic Press 1972, 2.ed. 1980
- [Red] *B.D. Reddy*: Introductory Functional Analysis. Springer 1998
- [Rud1] *W. Rudin*: Functional Analysis. Mc-Graw-Hill 1973, 2.ed. 1991
- [Rud2] *W. Rudin*: Real and Complex Analysis. Mc-Graw-Hill 1974, 3.ed. 1987

- [Sht] *M. Schechter: Principles of Functional Analysis.*  
Academic Press 1971, 2.ed. AMS 2002
- [TayLay] *A.E. Taylor and D.C. Lay: Introduction to Functional Analysis.*  
Wiley, New York 1980
- [Wer] *D. Werner: Funktionalanalysis.* Springer 1997, 5.ed. 2004
- [Wlo] *J. Wloka: Funktionalanalysis und ihre Anwendungen.*  
De Gruyter, Berlin 1971
- [Yos] *K. Yosida: Functional Analysis.* Springer 1980,  
1995

**Ergänzungsliteratur:**

- [Ada] *R.A. Adams: Sobolev Spaces. Pure and Applied Mathematics 65.*  
Academic Press 1975. *Adams, Fournier:*  
Pure and Applied Mathematics 140, 2.ed. 2003
- [Bra] *D. Braess: Finite Elemente.* Springer 1992, 3.ed. 2003
- [GilTru] *D. Gilbarg, N.S. Trudinger: Elliptic Partial Differential*  
*Equations of Second Order.* Springer 1983, 3.ed. 1996
- [Hal] *P.R. Halmos: Measure Theory.* Springer 1974
- [Kel] *J.L. Kelley: General Topology.* Springer 1975
- [Maz] *V.G. Maz'ja: Sobolev Spaces.* Springer 1985
- [Ruz] *M. Ružička: Nichtlineare Funktionalanalysis. Eine Einführung.*  
Springer 2004
- [Sauv1] *F. Sauvigny: Partielle Differentialgleichungen der Geometrie und*  
*der Physik. Grundlagen und Integraldarstellungen.*  
Springer 2004
- [Sauv2] *F. Sauvigny: Partielle Differentialgleichungen der Geometrie und*  
*der Physik 2. Funktionalanalytische Lösungsmethoden.*  
Springer 2005
- [Sub] *H. Schubert: Topologie. Eine Einführung.* Teubner 1975
- [Swa] *L. Schwartz: Théorie des Distributions.* Hermann, Paris 1966
- [Sim] *L.M. Simon: Lectures on Geometric Measure Theory. Proc. of*  
*the Centre for Math. Analysis, Vol. 3, ANU Canberra 1983*

**Zitierte Originalartikel:**

- [Mur] *F. J. Murray:*  
Trans. Amer. Math. Soc., **41**, New York 1937, 138 - 152
- [MRiesz] *M. Riesz: Sur les ensembles compacts de fonctions sommables.*  
Acta Sci. Math. Szeged, **6**, 1933, 136 - 142

**Lehrmaterial des Autors:**

- [Alt3] *H.W. Alt: Analysis III. Lecture Winter Semester 2001/02.*  
Script University of Bonn.  
[www.iam.uni-bonn.de/~alt/ws2001/EN/analysis3-hyp.html](http://www.iam.uni-bonn.de/~alt/ws2001/EN/analysis3-hyp.html)
- [Alt4] *H.W. Alt: Analysis IV. Lecture Sommer Semester 2002.*  
Script University of Bonn.  
[www.iam.uni-bonn.de/~alt/ss2002/EN/analysis4-hyp.html](http://www.iam.uni-bonn.de/~alt/ss2002/EN/analysis4-hyp.html)

# Symbolverzeichnis

- $(\bullet_1, \bullet_2)_X$  : Sesquilinearform und Skalarprodukt in  $X$ , 9  
 $\langle \bullet_1, \bullet_2 \rangle$  : Allgemeines Dualitätsprodukt, 219  
 $\langle \bullet_1, \bullet_2 \rangle_X$  : Dualitätsprodukt bzgl.  $X$ , 219  
 $*$  : Faltungsoperator, 107  
 $\bullet$  : Euklidisches Skalarprodukt, 11  
 $\rightarrow (\searrow, \nearrow)$  : allgemeine Zeichen für Konvergenz, 22  
 $x^s$  : verallgemeinerte Potenz von  $x$  bzgl. Multiindex  $s$ , 42  
 $s!$  : verallgemeinerte Fakultät für Multiindex  $s$ , 42  
 $\binom{s}{r}$  : Binomialkoeffizient für Multiindex  $s$  und  $r$ , 42  
 $\partial A$  : Rand von  $A$ , 18  
 $\bar{A}$  : Abschluss von  $A$ , 18  
 $\mathring{A}$  : Inneres von  $A$ , 18  
 $[f]$  : Distribution der Funktion  $f$ , 150  
 $\{f > \alpha\}$  : Abkürzung für  $\{x \in S; f(x) > \alpha\}$ , 75  
 $\bar{\alpha}$  : Konjugation von  $\alpha \in \mathbb{K}$ , 9  
 $\int_S f d\mu$  : Integral von  $f$  bzgl.  $\mu$ , 74, 79  
 $\int_S f(x) d\mu(x)$  : Integral von  $f$  bzgl.  $\mu$ , 79  
 $\int_E f d\mu$  : Integral von  $f$  über  $E$  bzgl.  $\mu$ , 75, 88  
 $\int_E f(x) dx$  : Schreibweise für das Lebesgue-Integral, 51  
 $\mu \llcorner A$  : auf  $A$  eingeschränkte Maß  $\mu$ , 89  
 $\perp$  : orthogonal, 11, 298  
 $Y^\perp$  : orthogonales Komplement von  $Y$ , 11, 298  
 $CC$  : relativ präkompakte Teilmenge, 151  
 $|s|$  : Ordnung des Multiindex  $s$ , 42  
 $|\cdot|$  : Euklidische Norm in  $\mathbb{K}^n$ , 11  
 $|\alpha|$  : Betrag von  $\alpha \in \mathbb{K}$ , 9  
 $|\lambda|$  : Variationsmaß zu  $\lambda$ , 172  
 $|\cdot|_{\max}$  : Maximumnorm in  $\mathbb{K}^n$ , 13  
 $|\cdot|_p$  :  $p$ -Norm im  $\mathbb{K}^n$ , 13  
 $|\cdot|_{\text{sum}}$  : Summennorm in  $\mathbb{K}^n$ , 13  
 $|\cdot|_{\text{sup}}$  : Maximumnorm im  $\mathbb{K}^n$ , 13  
 $\|\cdot\|$  : allgemeine Bezeichnung für Normen, 12  
 $\|\cdot\|$  : Kurzform für Operatornormen, 142  
 $\|\cdot\|_X$  : fest gewählte Norm auf dem Raum  $X$ , 12  
 $\|\cdot\|_{\text{sup}}$  : Supremumsnorm, 37  
 $\|\cdot\|_{\text{var}}$  : Totalvariation, 172  
 $AC(\bullet)$  : Raum absolut stetiger Funktionen, 68  
 $\arg z$  : Argumentfunktion für  $z \in \mathbb{C}$ , 358  
 $B(S; Y)$  : beschränkte Funktionen auf  $S$  mit Werten in  $Y$ , 37  
 $ba(\bullet)$  : Raum additiver Maße, 184  
 $\text{bdry}(A)$  : Rand von  $A$ , 18  
 $B_r(A)$  :  $r$ -Umgebung um  $A$ , 17  
 $B_r(x)$  : Kugel um  $x$  mit Radius  $r$ , 17  
 $BV(\bullet)$  : Raum von Funktionen beschränkter Variation, 190, 200  
 $C^0(S; Y)$  : stetige Funktionen auf  $S$  mit Werten in  $Y$ , 38, 39  
 $C_0^0(\Omega), C_c^0(\Omega)$  : stetige Funktionen mit kompaktem Träger in  $\Omega$ , 41  
 $C^{0,\alpha}(\bar{\Omega})$  : Hölder-stetige Funktionen auf  $\bar{\Omega}$ , 44  
 $ca(\bullet)$  : Raum  $\sigma$ -additiver Maße, 184  
 $\mathcal{X}_E$  : charakteristische Funktion von  $E$ , 74

$C^\infty(\Omega)$  : unendlich oft differenzierbare Funktionen auf  $\Omega$ , 44  
 $c$  : Raum konvergenter Folgen, 197  
 $\text{clos}(A)$  : Abschluss von  $A$ , 18  
 $C^m(\Omega)$  :  $m$ -mal differenzierbare Funktionen auf  $\Omega$ , 42  
 $C^m(\overline{\Omega})$  :  $m$ -mal differenzierbare Funktionen auf  $\overline{\Omega}$ , 42  
 $C^{m,\alpha}(\overline{\Omega})$  : Funktionen mit Hölder-stetigen Ableitungen  $m$ -ter Ordnung auf  $\overline{\Omega}$ , 44  
 $C_0^m(\Omega), C_0^\infty(\Omega)$  : differenzierbare Funktionen mit kompaktem Träger in  $\Omega$ , 44  
 $c_0$  : Raum der Nullfolgen, 197  
 $\text{codim } U$  : Kodimension des Unterraums  $U$ , 372  
 $\text{conv}(A)$  : konvexe Hülle von  $A$ , 95  
  
 $\delta_{i,j}$  : Kronecker-Symbol, 2  
 $Df$  : Ableitung der Abbildung  $f$ , 41  
 $\nabla f$  : Gradient von  $f$ , Nabla-Operator, 42  
 $\text{diam}(A)$  : Durchmesser von  $A$ , 17  
 $\text{dim } U$  : Dimension des Unterraums  $U$ , 372  
 $\text{dist}(A_1, A_2)$  : Abstand zweier Mengen  $A_1$  und  $A_2$ , 17  
 $\text{dist}(\bullet, A)$  : Abstand zur Menge  $A$ , 17  
 $\Delta f$  : Laplace-Operator von  $f$ , 396  
 $D^l f$  : Ableitung der Ordnung  $l$  von  $f$ , 42  
 $\mathcal{D}'(\Omega)$  : Distributionen auf  $\Omega$ , 151  
 $\mathcal{D}(\Omega)$  : Raum der Testfunktionen auf  $\Omega$ , 156  
 $\partial_i f, \frac{\partial f}{\partial x_i}$  :  $i$ -te partielle Ableitung von  $f$ , 41  
 $\partial^s f$  : partielle Ableitung von  $f$  zum Multiindex  $s$ , 42, 63  
 $\partial_v f$  : Richtungsableitung von  $f$  in Richtung  $v$ , 41  
 $d(\bullet, \bullet)$  : allgemeine Bezeichnung für Metriken, 15  
 $d_X(\bullet, \bullet)$  : fest gewählte Metrik auf  $X$ , 15  
 $\partial_z f, \partial_{\bar{z}} f$  : Wirtinger-Ableitungen von  $f$ , 357

$e_i$  :  $i$ -ter kanonischer Einheitsvektor, 26, 41  
 $\text{ess lim}$  : wesentlicher Limes, 69  
 $\text{ess sup}$  : wesentliches Supremum, 50  
 $\exp(T)$  : Exponentialfunktion des Operators  $T$ , 147  
  
**(F1)** : Axiom, 15  
**(F2)** : Axiom, 15  
**(F3)** : Axiom, 15  
 $\mathcal{F}(S; Y)$  : Funktionen auf  $S$  mit Werten in  $Y$ , 37  
  
 $H^m(\Omega) : H^{m,2}(\Omega)$ , 63  
 $H_p^m(\Omega) : H^{m,p}(\Omega)$ , 63  
 $H^{m,p}(\Omega)$  : Sobolev-Raum der Ordnung  $m$  zur Potenz  $p$ , 63  
 $H_0^{m,p}(\Omega)$  : Sobolev-Raum mit Null-Randwerten, 65  
 $H_{\text{loc}}^{m,p}(\Omega)$  : lokale Sobolev-Funktionen, 151, 399  
 $\mathcal{H}^{n-1}$  : Hausdorff-Maß, Oberflächenmaß im  $\mathbb{R}^n$ , 46  
 $H_{\alpha}(f, \bullet)$  : Hölder-Konstante bzgl.  $\alpha$  von  $f$ , 43  
  
 $I$  : Identität als linearer Operator, 142  
 $\text{Id}$  : Identität, 32  
 $\text{im}(T)$  :  $\mathcal{R}(T)$ , 144  
 $\text{ind}(A)$  : Index des Operators  $A$ , 372  
 $\text{intr}(A)$  : Inneres von  $A$ , 18  
  
 $\ker(T)$  :  $\mathcal{N}(T)$ , 144  
 $\mathbb{K}$  : entweder  $\mathbb{R}$  oder  $\mathbb{C}$ , 9  
 $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$  : Raum aller Folgen in  $\mathbb{K}$ , 26  
 $\mathcal{K}(X) : \mathcal{K}(X; X)$ , 315  
 $\mathcal{K}(X; Y)$  : kompakte lineare Operatoren von  $X$  nach  $Y$ , 144, 315  
  
**(L1)** : Axiom, 79  
**(L2)** : Axiom, 79  
**(L3)** : Axiom, 79  
**(L4)** : Axiom, 79  
**(L5)** : Axiom, 79  
 $L(\mu) : L(\mu; \mathbb{K})$ , 78  
 $L(\mu; Y)$  :  $\mu$ -integrierbare Funktionen mit Werten in  $Y$ , 78  
 $\text{Lip}(f, \bullet)$  : Lipschitz-Konstante von  $f$ , 43

- $\mathcal{L}^n$  : Lebesgue-Maß im  $\mathbb{R}^n$ , 46, 72  
 $\log z$  : komplexer Logarithmus für  $z \in \mathbb{C}$ , 358  
 $\log(T)$  : Logarithmus des Operators  $T$ , 148  
 $L^p(\mu)$  : zur Potenz  $p$  integrierbare Funktionen bzgl.  $\mu$ , 49  
 $L^p(E)$  : zur Potenz  $p$  integrierbare Funktion bzgl. des Lebesgue-Maßes, 50  
 $\ell^p$  : Raum  $p$ -summierbarer Folgen, 27  
 $L_{\text{loc}}^p(\Omega)$  : lokal  $p$ -integrierbare Funktionen, 151  
 $\mathcal{L}(X)$  :  $\mathcal{L}(X; X)$ , 142  
 $\mathcal{L}(X; Y)$  : lineare Operatoren von  $X$  nach  $Y$ , 141  
  
**(M1)** : Axiom, 15  
**(M2)** : Axiom, 15  
**(M3)** : Axiom, 15  
 $M(\mu; Y)$  :  $\mu$ -messbare Funktionen mit Werten in  $Y$ , 47  
  
**(N1)** : Axiom, 12  
**(N2)** : Axiom, 12  
**(N3)** : Axiom, 12  
 $NBV(S)$  : normalisierte Funktionen beschränkter Variation, 202  
 $\mathcal{N}(T)$  : Nullraum des Operators  $T$ , 144  
  
**(P1)** : Axiom, 299  
**(P2)** : Axiom, 299  
 $\mathcal{P}(X)$  : Projektoren auf  $X$ , 144  
  
**(Q1)** : Axiom, 300  
  
**(Q2)** : Axiom, 300  
  
 $rba(\bullet), rca(\bullet)$  : Raum regulärer Maße, 185  
 $g(\bullet)$  : Bezeichnung für Fréchet-Metrik, 15  
 $\mathcal{R}(T)$  : Bildraum des Operators  $T$ , 144  
 $R_X$  : Ries'scher Isomorphismus von  $X$  nach  $X'$ , 163  
  
**(S1)** : Axiom, 9  
**(S2)** : Axiom, 9  
**(S3)** : Axiom, 9  
**(S4')** : Axiom, 9  
**(S4)** : Axiom, 9  
 $\text{span}(E)$  : lineare Hülle der Menge  $E$ , 114  
 $\text{supp}(f)$  : Träger der Funktion  $f$ , 41  
  
**(T1)** : Axiom, 19  
**(T2)** : Axiom, 19  
**(T3)** : Axiom, 19  
**(T4)** : Axiom, 19  
 $T'$  : adjungierte Abbildung zu  $T$ , 144  
 $T(\mu; Y)$  : Treppenfunktionen bzgl.  $\mu$  mit Werten in  $Y$ , 74  
  
 $\text{var}(f, \bullet)$  : Variation der Funktion  $f$ , 200  
  
 $W^{m,p}(\Omega)$  :  $H^{m,p}(\Omega)$ , 63  
  
 $X'$  : Dualraum zu  $X$ , 144  
  
 $Z^0$  : Annihilator von  $Z$ , 386

# Sachverzeichnis

- Abbildung
  - adjungierte, 144, 385
  - affine, 98
  - beschränkt, 37
  - isometrische, 28
  - komplex analytische, 370
  - lineare unstetige, 310
  - offene, 220
  - Pol einer analytischen, 380
  - sublineare, 179
  - vollstetige, 316
- abgeschlossene Hülle, 18
- abgeschlossene Menge, 18, 19
  - schwach folgen-~, 239
- abgeschlossenes Komplement, 297
- Ableitung, 41
  - Fréchet-~, 143, 149
  - im Distributionssinn, 151
  - partielle, 41
  - partielle höherer Ordnung, 42
  - Richtungs-~, 41
  - schwache, 63, 190
- Abschätzung
  - Faltungs-~, 107
- Abschluss, 18
- Abschneidefunktion, 117
- absolut stetig
  - ~e Funktion, 68
  - ~es Maß, 173
- absolutes Minimum, 3, 242
- Abstand, 15
  - von Mengen, 17
  - von Punkten, 15
  - zu einer Menge, 17
- additives Maß, 71, 184
- Adjungierte, 385
- adjungierter Operator, 144, 385
  - im Hilbertraum, 385
- äquivalent
  - ~e Metrik, 20
  - ~e Norm, 20
- äußere Normale, 167, 261
- äußeres Maß, 73
- affin
  - ~e Abbildung, 98
  - ~er Unterraum, 98
- Alaoglu
  - Satz von, 231
- Alexandrov
  - Lemma von, 209
- Algebra, 26
  - Banach-~, 26
  - Boole'sche, 71
  - kommutativ, 26
  - $\sigma$ -Algebra, 45
- Annihilator, 386
- Approximation
  - in  $C^{0,\alpha}$ , 138
  - Ritz-Galerkin-~, 307
  - stückweise konstante, 301
  - stückweise lineare, 305
  - von Sobolev-Funktionen, 121
- Approximationseigenschaft, 299
- Approximationssatz von Weierstraß, 292
- Arzelà-Ascoli
  - Satz von, 105
- Ausschöpfung durch Mengen, 39
- Baire'scher Kategoriensatz, 217
- Banach-Algebra, 26
- Banach-Steinhaus
  - Satz von, 218
- Banachraum, 26
- Basis
  - duale, 285

- Hamel-~, 310
- Orthonormal-~, 288
- Schauder-~, 284
- beschränkt
  - ~e Funktion, 37
  - ~e Menge, 17
  - ~e Variation einer Funktion, 200, 202
  - ~er Maßraum, 66
  - ~er Operator, 141
  - ~es Maß, 172
  - wesentlich beschränkt, 49
- Beschränktheit
  - Prinzip der gleichmäßigen ~, 217
- Bessel-Ungleichung, 288
- Bidualraum, 226
- Bildraum, 144
- Binomialkoeffizient, 42
- Bochner Kriterium, 90
- Boole'sche Algebra, 71
- Boole'scher Ring, 71
- Borelmenge, 88, 184
- Borelmengen, 46
  
- Céa-Lemma, 308
- Calderon-Zygmund-Ungleichung, 346
- Cauchy-Folge, 25
- Cauchy-Hauptwert, 344
- Cauchy-Integralsatz, 357
- Cauchy-Schwarz-Ungleichung, 10
- charakteristische Funktion, 74
- charakteristische Zahl von Sobolev-Funktionen, 323
- Codimension eines Unterraums, 372
  
- Darstellungssatz von Riesz, 163
- dichte Menge, 18
- Diffeomorphismus, 124
- Differentialoperator
  - Koeffizienten, 149
  - linearer, 149
  - schwacher, 335
- differenzierbar
  - ~e Funktion, 41
  - $m$ -mal, 42
  - stetig, 41
  - unendlich oft, 44
- Dini
  - Satz von, 138
- Dirac-Folge, 109
  - allgemeine, 109
  - Standard-~, 109
- Dirac-Maß, 46
- Dirichlet-Integral, 3
- Dirichlet-Problem, 169, 245
- Dirichlet-Randbedingung, 167
- Dirichlet-Randwertproblem, 167
- diskretes Maß, 45
- Diskretisierungsfehler, 309
- Distribution, 151
- Distributionsableitung, 151
- Divergenz eines Vektorfeldes, 191
- dominierte Konvergenz
  - Satz über, 93
- doppelseitiges Hindernisproblem, 245
- Dreiecksungleichung, 10, 12
  - einer Fréchet-Metrik, 15
  - einer Metrik, 15
- duale Basis, 285
- duale Norm, 193
- dualer Exponent, 13, 175, 178
- dualer Operator, 385
- Dualitätsprodukt, 219
- Dualraum, 144
  - des Kreuzprodukts, 193
  - von  $C^0$ , 186, 202
  - von  $C^m$ , 195
  - von  $c_0$  und  $c$ , 197
  - von  $L^p$ , 175
- Durchmesser, 17
  
- Egorov
  - Satz von, 90
- Ehrling-Lemma, 348
- Eigenfunktion, 369
- Eigenraum, 369
- Eigenvektor, 369
- Eigenwert, 369
- Eigenwertproblem, 372
- Einbettung, 144
- Einbettungssatz
  - auf den Rand, 272
  - in Hölder-Räumen, 321
  - in Sobolev-Räumen, 328
  - von Rellich, 256, 259
  - von Sobolev-Räumen in Hölder-Räumen, 333
- Einheitsvektor

- kanonischer, 26, 41
- elementare Ungleichung, 14, 52–54, 58, 242, 250, 353
- elementares Integral, 74
- elementares Lebesgue-Maß, 72
- elliptisch, 167, 241
- elliptisches Minimumproblem, 241
- elliptisches Randwertproblem, 167
- Energiefunktional, 3
- erzeugte Metrik, 15
- erzeugte Topologie, 19
- essential limit, 69
- essentially bounded, 49
- Euklidische Norm, 11, 13
- Euklidischer Raum, 11
- Euklidisches Skalarprodukt, 11
- Evolutionsgleichung, 147
- Exponent
  - dualer, 13, 175, 178
- Exponentialfunktion, 147
  
- Faltung, 107
- Faltungsabschätzung, 107
- fast orthogonales Element, 99
- fast überall, 45, 73
- Fatou
  - Lemma von, 92
- feinere Topologie, 20
- Feinheit einer Zerlegung, 301
- Fischer-Riesz
  - Satz von, 55
- Folgen-Konvergenz, 23
- folgenkompakt
  - $\sim e$  Menge, 100
  - schwach, 225
  - schwach\*, 225
- Folgenraum, 26
- Fortsetzung
  - $\sim$ ssatz für Sobolev-Funktionen, 272
  - lineare, 159
  - stetige, 137
- Fourier-Summe, 293
- Fréchet-Ableitung, 143
- Fréchet-Metrik, 15
- Fredholm
  - Satz von, 389
- Fredholm-Alternative, 381
- Fredholm-Operator, 372
  - Index, 372
  
- Friedrichs
  - Satz von, 409
- Fubini
  - Satz von, 93, 214
- Fundamentallemma
  - der Variationsrechnung, 121, 255
- Funktion
  - absolut stetige, 68
  - beschränkt, 37
  - beschränkter Variation, 190, 200
  - beschränkter Variation, normalisiert, 202
  - charakteristische, 74
  - gleichmäßig stetige, 137
  - holomorphe, 357
  - konkave, 95
  - konvexe, 95, 129, 130
  - Lebesgue-integrierbar, 78
  - lokal integrierbare, 151
  - messbare, 47
  - $\mu$ -fast stetige, 210
  - periodische, 252
  - stückweise konstante, 302
  - stückweise lineare, 305
  - stetig, 39
  - stetig differenzierbare, 41
  - Variation einer, 190, 200
- Funktional, 3
  - lineares, 144
  - positives, 199
  - von Minkowski, 238
  
- Galerkin-Approximation, 307
- Gauß'scher Satz, 267
- gemischtes Randwertproblem, 246
- geordnete Menge, 180
- geschachtelter Limes, 24
- gleichgradig stetig, 105
- gleichmäßig stetig, 137
- gleichmäßige Beschränktheit, 217
- Grenzwert, 22
- größere Topologie, 20
- Grundfunktion, 151
  
- Häufungspunkt, 25
- Hahn-Banach
  - Satz von, 179, 181
- Hahn-Zerlegung, 205
- Halbmetrik, 15



- Halbnorm, 12
- halboffener Quader, 72
- Halbraum
  - affiner, 126
- Hamel-Basis, 310
- Hausdorff-Maß, 46
- Hausdorff-Metrik, 34
  - Kompaktheit, 136
- Hausdorff-Raum, 19
- Heavyside-Funktion, 191
- Heine-Borel
  - Satz von, 102
- Hermite'sche Form, 9
- Hilbert-Kubus, 134
- Hilbert-Schmidt-Operator, 149, 336, 354
- Hilbert-Transformation, 347
- Hilbertraum, 26
- Hilbertraum-Adjungierte, 385
- Hindernisproblem, 245
  - doppelseitiges, 245
- Hölder-stetig, 44
- Hölder-Konstante, 43
- Hölder-Korn-Lichtenstein-Ungleichung, 344
- Hölder-Räume, 44
  - Einbettungssatz in  $\sim$ , 321
  - Einbettungssatz von Sobolev-Räumen in  $\sim$ , 333
- Hölder-Ungleichung, 13, 51
- holomorphe Funktion, 357
- homogene Randbedingung, 168
- Homogenität, 12
  - eines Skalarproduktes, 10
- Hülle
  - abgeschlossene, 18
  - konvexe, 95
  - lineare, 114
- Hutfunktion, 305
  
- Identität, 32, 142
- Index eines Fredholm-Operators, 372
- Indexmenge, 24
- induzierte Metrik, 15
- induzierte Topologie, 19
- Inneres einer Menge, 18
- Integral
  - elementares, 74
  - Lebesgue- $\sim$ , 79
    - orientiertes, 357
    - Riemann, 185
    - Riemann-Stieltjes- $\sim$ , 202
- Integralgleichung, 193
- Integralkern, 149
  - schwach singulärer, 338
  - singulärer, 343
- Integraloperator, 193
  - von Hilbert-Schmidt, 149, 336, 354
  - von Schur, 338
- Integralsatz
  - von Cauchy, 357
- integrierbar, 78
  - $\sim$ e Menge, 84
  - lokal, 151
- Interpolation
  - multilineare, 115
- invarianter Unterraum, 369
- inverser Laplace-Operator, 335
- invertierbarer Operator, 144
- Isometrie, 28, 144
- Isomorphismus, 144
  
- Jensen-Ungleichung, 132
- Jordan-Normalform, 382
- Jordan-Zerlegung, 204
  
- kanonische Einheitsvektoren, 26, 41
- Kategoriensatz von Baire, 217
- Kegel, 240
- Kern
  - offener, 18
  - schwach singulärer, 338
  - singulärer, 343
- Kettenregel, 124, 271
- Knotenlinien, 398
- Koeffizienten
  - eines Differentialoperators, 149
- koerziv, 166
- koerzive Sesquilinearform, 164
- kommutativ, 26
- kompakt
  - $\sim$ e Menge, 100
  - überdeckungs $\sim$ , 100
  - folgen $\sim$ , 100
  - prä $\sim$ , 100
  - relativ, 151
  - schwach folgen $\sim$ , 225
  - schwach\* folgen $\sim$ , 225

- kompakter Operator, 144, 315
  - Spektralsatz, 377
- Kompaktheit, 100
  - Hausdorff-Metrik, 136
- Komplement
  - abgeschlossenes, 297
  - orthogonales, 11, 298
- komplex analytische Abbildung, 370
- Komplexifizierung, 382
- konjugiert linear, 9, 163
- konkav
  - $\sim$ e Funktion, 95
- Konstantenkonvention, 339
- kontinuierliches Spektrum, 369
- Kontraktion, 6
- Konvergenz, 22
  - $\mu$ -gleichmäßige, 90
  - Folgen- $\sim$ , 23
  - in metrischen Räumen, 23
  - Satz über dominierte, 93
  - schwach\*, 225
  - schwache, 225
  - schwache in  $C^0$ , 249
  - starke, 226
- Konvergenzkriterium, 82
- Konvergenzsatz
  - von Lebesgue, 59, 93
  - von Vitali, 56
- konvex
  - $\sim$ e Funktion, 95, 129, 130
  - $\sim$ e Hülle, 95
  - $\sim$ e Menge, 95
  - strikt, 127
- Kreuzprodukt normierter Räume, 134
- Kronecker-Symbol, 2
- Kugel, 17
  - im  $\mathbb{R}^n$ , 46
- Lebesgue-Raum  $L^p$ , 49
- Leibniz-Regel, 123
- Lemma
  - von Alexandrov, 209
  - von Céa, 308
  - von Ehrling, 348
  - von Fatou, 92
  - von Mazur, 239
  - von Zorn, 180
- Limes, 22
  - geschachtelter, 24
  - wesentlicher, 69
- linear, 9
  - $\sim$ e Fortsetzung, 159
  - $\sim$ e Hülle, 114
  - $\sim$ e Projektion, 144
  - $\sim$ er Differentialoperator, 149
  - $\sim$ er Operator, 141
  - $\sim$ es Funktional, 144
  - konjugiert, 9, 163
  - unstetige  $\sim$ e Abbildung, 310
- Lipschitz-Konstante, 43
- Lipschitz-Rand, 257
  - Einbettungssatz auf den  $\sim$ , 272
- Lipschitz-stetig, 44
- Lösung
  - schwache, 4, 169, 246
- Logarithmus, 148
- lokal endliche Überdeckung, 117
- lokal finite Überdeckung, 117
- lokal integrierbare Funktion, 151
- Lokalisierung, 259
- Lusin
  - Satz von, 210
- Majorantenkriterium, 54, 90
- Maß, 45
  - $\sigma$ -finites, 45
  -  u eres, 73
  - absolut stetiges, 173
  - additives, 71, 184
  - beschränktes, 172
  - diskretes, 45
  - monotones, 71
  - reguläres, 185
- Ma erweiterung, 86
- ma konvergent, 48
- Maßraum, 45

- $\sigma$ -finit, 45
- beschränkter, 66
- Matrix
  - elliptisch, 167, 241
  - positiv semidefinite, 130
  - unendliche, 287
- maximales Element, 180
- Maximumnorm in  $\mathbb{R}^n$ , 13
- Mazur
  - Lemma von, 239
- Menge
  - $\mu$ -integrierbar, 84
  - $\mu$ -messbare, 45
  - überdeckungskompakte, 100
  - abgeschlossene, 18
  - beschränkte, 17
  - dichte, 18
  - folgenkompakte, 100
  - geordnet, 180
  - integrierbare, 84
  - kompakte, 100
  - konvexe, 95
  - offene, 18, 19
  - präkompakte, 100
  - schwach folgenabgeschlossene, 239
  - separable, 18, 114, 115
- messbar
  - $\sim$ e Funktion, 47
  - $\sim$ e Menge, 45
- Metrik, 15
  - äquivalente, 20
  - erzeugte, 15
  - induzierte, 15
  - schwächere, 20
  - stärkere, 20
- metrischer Raum, 15
  - vollständiger, 25
- Minimalfolge, 97, 105, 239, 243
- Minimum
  - absolutes, 3, 242
- Minimumproblem
  - elliptisches, 241
- Minkowski-Funktional, 238
- Minkowski-Ungleichung, 54
- Mittelwert einer Funktion, 246
- monoton
  - $\sim$ e Konvergenz, 82
  - $\sim$ e Norm, 134
- $\sim$ es Maß, 71
- $\sim$ es Vektorfeld, 130
- Monotonie
  - des Integrals, 82
- Morrey
  - Satz von, 331
- $\mu$ -fast stetige Funktion, 210
- $\mu$ -fast überall, 45
- $\mu$ -gleichmäßige Konvergenz, 90
- $\mu$ -Integral, 74
- $\mu$ -integrierbar, 78
- $\mu$ -integrierbare Menge, 84
- $\mu$ -maßkonvergenz, 48
- $\mu$ -messbare Funktion, 47
- $\mu$ -messbare Menge, 45
- $\mu$ -Nullmenge, 45
- Multiindex, 42
- multilineare Interpolation, 115
- Neumann-Problem, 169, 245
- Neumann-Randbedingung, 167
- Neumann-Randwertproblem, 167
- Neumann-Reihe, 146
- Norm, 12
  - $p$ -Norm auf  $\mathbb{K}^n$ , 13
  - äquivalente, 20
  - duale, 193
  - Euklidisch, 11
  - Euklidische, 13
  - monotone, 134
  - schwächere, 20
  - stärkere, 20
  - strikte, 127
  - Unterhalbstetigkeit der  $\sim$ , 227
- Normale
  - äußere, 167, 261
- normaler Operator, 389
  - Spektralsatz, 391
- Normalform
  - Jordan- $\sim$ , 382
- normalisierte Funktion beschränkter
  - Variation, 202
- normierter Raum, 12
- nuklearer Operator, 354
- Nullfolge, 24
- Nullmenge, 45, 73
- Nullraum, 144
- Oberflächenmaß, 46

- offen
  - $\sim$ e Abbildung, 220
  - $\sim$ e Menge, 18, 19
  - $\sim$ e Überdeckung, 117
  - $\sim$ er Kern einer Menge, 18
- Operator
  - adjungierter, 144, 385
  - beschränkter, 141
  - dualer, 385
  - Integral- $\sim$ , 149
  - invertierbarer, 144
  - kompakter, 144, 315
  - Laplace- $\sim$ , 396
  - linearer, 141
  - Norm eines  $\sim$ s, 142
  - normaler, 389
  - nuklearer, 354
  - positiv semidefiniter, 393
  - Resolvente eines Operators, 369
  - selbstadjungierter, 385
  - singulärer Integral- $\sim$ , 343
  - Spektralradius, 370
  - Spektralsatz für kompakten  $\sim$ , 377
  - Spektrum eines Operators, 369
  - vollstetiger, 316
  - vom Hilbert-Schmidt-Typ, 149
  - vom Schur'schen-Typ, 338
- Operatornorm, 142
- Ordnung
  - einer Distribution, 152
  - einer partiellen Ableitung, 42
  - eines Differentialoperators, 149
  - eines Eigenwertes, 377
  - eines Multiindex, 42
  - eines Pols, 380
- orientiertes Integral, 357
- orthogonal, 11
  - $\sim$ e Projektion, 96
  - $\sim$ e Vektoren, 11
  - $\sim$ er Unterraum, 11
  - $\sim$ es Komplement, 11, 298
  - fast  $\sim$ es Element, 99
- Orthogonalisierung von Schmidt, 290
- Orthogonalsystem, 287
- Orthonormalbasis, 288
- Orthonormalsystem, 287
- $p$ -Norm
  - auf  $\mathbb{K}^n$ , 13
  - in  $L^p$ , 49
- Parallelogrammidentität, 10
- Parseval-Identität, 288
- partielle Ableitung, 41
- Partition der Eins, 117
- Periode einer Funktion, 252
- periodische Randbedingung, 294
- Poincaré-Ungleichung, 171, 240, 353
- Pol einer analytischen Abbildung, 380
- positiv
  - $\sim$ es Funktional, 199
  - definite Sesquilinearform, 9
  - semidefinite Matrix, 130
  - semidefinite Sesquilinearform, 9
  - semidefiniter Operator, 393
- Prä-Hilbertraum, 9
- präkompakt, 100
  - relativ, 151
- Prämaßraum, 71
- Prinzip der gleichmäßigen Beschränktheit, 217
- Produktmaß, 211
- Produktregel für Sobolev-Funktionen, 123
- Projektion, 295
  - lineare, 144, 295
  - orthogonale, 96
  - stereographische, 16
  - stetige, 144
  - stetige lineare, 296
  - Vertauschbarkeitsrelation, 299
- Projektionssatz, 96
- Projektor, 144
- Punktspektrum, 369
- Pythagoras, 11
- Quader, halboffener, 72
- Radon-Maß, 199
- Radon-Nikodym
  - Ableitung, 173
  - Satz von, 173
- Rand
  - einer Menge, 18
  - Lipschitz-Rand, 257
- Randbedingung
  - Dirichlet- $\sim$ , 167
  - homogene, 168
  - Neumann- $\sim$ , 167

- periodische, 294
- Randintegral, 261
- Randwerte
  - schwache, 265
- Randwertproblem
  - elliptisches, 167
  - gemischtes, 246
- Raum
  - additiver Maße, 184
  - Banach-~, 26
  - beschränkter Funktionen, 37
  - der Testfunktionen, 151
  - Euklidischer, 11
  - Hausdorff-~, 19
  - Hilbert-~, 26
  - Lebesgue-~, 49
  - messbarer Funktionen, 47
  - metrischer, 15
  - normierter, 12
  - reflexiver, 232
  - regulärer Maße, 185
  - Sobolev-~, 63, 65
  - stetiger Funktionen, 38, 39
  - topologischer, 19
  - vollständiger metrischer, 25
- reflexiver Raum, 232
- reguläres Maß, 185
- Regularitätszahl, 323
- relativ kompakt, 151
- Relativtopologie, 19
- Rellich'scher Einbettungssatz, 256, 259
- Residualspektrum, 369
- Resolvente eines Operators, 369
- Resolventenfunktion, 369
- Resolventenmenge, 369
- Restklassenbildung, 12, 15
- Richtungsableitung, 41
- Riemann-Integral, 185
- Riemann-Stieltjes-Integral, 202
- Riesz
  - Satz von, 112
  - Satz von Fischer-~, 55
- Riesz'scher Darstellungssatz, 163
- Riesz-Radon
  - Satz von, 186
- Riesz-Schauder
  - Spektralsatz von, 377
- Riesz-Zerlegung, 377
- Ring
  - Boole'scher, 71
- Ritz-Galerkin-Approximation, 307
- Satz
  - über monotone Konvergenz, 82
  - Approximations~ von Weierstraß, 292
  - Einbettungs~ auf den Rand, 272
  - Einbettungs~ von Rellich, 256, 259
  - Fortsetzungs~ für Sobolev-Funktionen, 272
  - Kategorien~ von Baire, 217
  - Spektral~ von Riesz-Schauder, 377
  - Trennungs~, 237
  - über dominierte Konvergenz, 93
  - vom abgeschlossenen Graphen, 221
  - vom abgeschlossenen Komplement, 297
  - von Alaoglu, 231
  - von Arzelà-Ascoli, 105
  - von Banach-Steinhaus, 218
  - von der inversen Abbildung, 221
  - von der offenen Abbildung, 220
  - von Dini, 138
  - von Egorov, 90
  - von Fischer-Riesz, 55
  - von Fredholm, 389
  - von Friedrichs, 409
  - von Fubini, 93, 214
  - von Gauß, 267
  - von Hahn-Banach, 179, 181
  - von Heine-Borel, 102
  - von Lax-Milgram, 164
  - von Lusin, 210
  - von Morrey, 331
  - von Radon-Nikodym, 173
  - von Riesz, 112
  - von Riesz-Radon, 186
  - von Schauder, 387
  - von Sobolev, 325
  - von Vitali-Hahn-Saks, 279
- Schauder
  - Satz von, 387
- Schauder-Basis, 284
- Schmidt-Orthogonalisierung, 290
- Schrittweite, 301
- Schur-Integraloperator, 338
- schwach

- $\sim$ e Ableitung, 63, 190
- $\sim$ e Konvergenz, 225
- $\sim$ e Konvergenz in  $C^0$ , 249
- $\sim$ e Lösung, 4, 169, 246
- $\sim$ e Randwerte, 265
- $\sim$ e Topologie, 231
- $\sim$ er Differentialoperator, 335
- $\sim$ er Gauß'scher Satz, 267
- $\sim$ er Laplace-Operator, 335
- folgenabgeschlossene Menge, 239
- folgenkompakt, 225
- singulärer Integralkern, 338
- schwach\*
- folgenkompakt, 225
- Konvergenz, 225
- Topologie, 231
- schwächere
- Metrik, 20
- Norm, 20
- Topologie, 20
- selbstadjungierter Operator, 385
- senkrecht, 11
- separable Menge, 18
  - Beispiele, 114, 115
- Separationsansatz, 396
- Sesquilinearform, 9
  - koerzive, 164
  - positiv definite, 9
  - positiv semidefinite, 9
  - positiv semidefinite, 9
  - stetige, 164
  - symmetrische, 9
- Shift-Operator, 5, 159
- $\sigma$ -additiv, 45, 72
- $\sigma$ -Algebra, 45
- $\sigma$ -finites Maßraum, 45
- $\sigma$ -finites Maß, 45
- $\sigma$ -Ring, 45
- $\sigma$ -subadditiv, 71
- singulärer Integralkern, 343
  - schwach  $\sim$ , 338
- singulärer Integraloperator, 343
- Skalarprodukt, 9
  - Euklidisch, 11
- Sobolev
  - Satz von, 325
- Sobolev-Funktionen
  - Approximation von, 121
  - Kettenregel, 124
  - Produktregel, 123
  - Spurwerte, 265
- Sobolev-Räume, 5, 62, 63, 65
  - auf  $\mathbb{R}^n$ , 351
  - Einbettungssatz, 328
  - Einbettungssatz in Hölder-Räume, 333
- Sobolev-Zahl, 323
- Spektralradius eines Operators, 370
- Spektralsatz
  - für kompakte Operatoren, 377
  - für kompakte normale Operatoren, 391
  - von Riesz-Schauder, 377
- Spektrum, 369
  - kontinuierliches, 369
  - Punkt- $\sim$ , 369
  - Residual- $\sim$ , 369
- Spuroperator, 265
- Spursatz, 265
- Spurwerte
  - einer Sobolev-Funktion, 265
- Stabilität, 166
  - stärkere
    - Metrik, 20
    - Norm, 20
    - Topologie, 20
- Standard-Dirac-Folge, 109
- starke Konvergenz, 226
- stereographische Projektion, 16
- stetig
  - $\sim$ e Abbildung, 22
  - $\sim$ e Fortsetzung, 137
  - $\sim$ e Funktion, 38, 39
  - $\sim$ e Projektion, 144, 296
  - $\sim$ e Sesquilinearform, 164
  - differenzierbar, 41
  - gleichgradig  $\sim$ , 105
  - Hölder stetig, 44
  - in einem Punkte, 22
  - Lipschitz stetig, 44
  - unterhalb $\sim$ , 227
- Stetigkeitsmodul, 43
- strikt konvex, 127
- strikte Norm, 127
- stückweise konstante Funktion, 302
- stückweise lineare Funktion, 305

- Stützebene, 131
- Sturm-Liouville-Problem, 6
- subadditiv, 71
- sublineare Abbildung, 179
- Summennorm
  - im  $\mathbb{R}^n$ , 13
- support einer Funktion, 41
- Supremumsnorm, 37
- Symmetrie, 242
  - einer Fréchet-Metrik, 15
  - einer Metrik, 15
  - einer Sesquilinearform, 9
- symmetrische Sesquilinearform, 9
  
- Teilfolge, 25
- Teleskopsumme, 312
- Testfunktion, 4, 41, 66, 151
- Topologie, 19
  - erzeugte, 19
  - feinere, 20
  - gröbere, 20
  - induzierte, 19
  - relative, 19
  - schwächere, 20
  - schwach\*, 231
  - schwache, 231
  - stärkere, 20
- topologischer
  - Raum, 19
  - Vektorraum, 156
- Totalvariation, 172
- Träger einer Funktion, 41
- Transformationensatz, 93
- Trennungssaxiom, 19
- Trennungssatz, 128, 237
- Treppenfunktion, 74
  
- Überdeckung
  - lokal endliche, 117
  - lokal finite, 117
  - offene, 117
- überdeckungskompakte Menge, 100
- Umgebung
  - einer Menge, 17
  - eines Punktes, 17
- Umgebungsbasis, 100
- unendlich oft differenzierbar, 44
- unendliche Matrix, 287
- Ungleichung
  - elementare, 14, 52–54, 58, 242, 250, 353
  - Variations-~, 242
  - von Bessel, 288
  - von Calderon-Zygmund, 346
  - von Hölder, 13, 51
  - von Hölder-Korn-Lichtenstein, 344
  - von Jensen, 132
  - von Minkowski, 54
  - von Poincaré, 171, 240
  - von Young, 52, 53, 242
- Unterhalbstetigkeit der Norm, 227
- Unterraum, 98
  - affiner, 98
  - Codimension, 372
  - invarianter, 369
  - orthogonaler, 11
  
- Variation
  - beschränkte, 190
  - einer Funktion, 190, 200
- Variationsmaß, 172
- Variationsrechnung
  - Fundamentallemma, 121, 255
- Variationsungleichung, 242, 253
- Vektoren
  - orthogonale, 11
- Vektorraum
  - topologischer, 156
- Vergleich
  - von Normen, 20
  - von Topologien, 20
- Vertauschbarkeitsrelation für Projektionen, 299
- Vervollständigung, 28
- Vielfachheit eines Eigenwertes, 377
- Vitali-Hahn-Saks
  - Satz von, 279
- Vitali-Konvergenzsatz, 56
- Vollständigkeit, 25
  - eines Maßraums, 45
  - der Vervollständigung, 28
  - des Euklidischen Raumes, 33
  - eines metrischen Raumes, 25
- Vollständigkeitsrelation, 288
- vollstetiger Operator, 316
  
- Wahrscheinlichkeitsdichte, 109
- wegzusammenhängend, 239

- Weierstraß'sche  $E$ -Funktion, 130  
Weierstraß'scher Approximationssatz, 292  
Wellengleichung  
– lineare, 396  
wesentlich beschränkt, 49  
wesentlicher Limes, 69  
wesentliches Supremum, 50  
Winkel, 11  
Young'sche Ungleichung, 52, 53, 242  
Zählmaß, 45  
Zerlegung  
– der Eins, 117  
– von Hahn, 205  
– von Jordan, 204  
Zorn  
– Lemma von, 180  
zusammenhängend, 240  
– weg~, 239