Assurance et Information Imparfaite

par Claude Henry *

On considère, dans ces quelques pages, une des idées essentielles présentées à la section 8 du texte du Professeur K. Borch : « Thus in the model presented by Rothschild and Stiglitz it is doubtful if a competitive equilibrium exists, and if it exists it may not be Pareto optimal » (page 27). Et encore : « There will however still be difficulties about the existence of a competitive equilibrium, and about the Pareto optimality of the equilibria » (page 28), l'adverbe « still » se référant à l'offre par l'assureur de deux contrats (c_1, P_1) et (c_2, P_2) , où c_i ($i = 1, 2$) est la compensation offerte moyennant la prime P_i ($i = 1, 2$). Rothschild et Stiglitz ont montré qu'alors le seul équilibre possible est constitué des deux types de contrats suivants :

$$c_1 = x, \quad P_1 = \pi_B$$

que choisissent les mauvais (« bad ») risques,

$$c_2 = \gamma, \quad P_2 = \pi_G$$

que choisissent les bons (« good ») risques, sachant que γ est déterminé par la condition :

$$(1) \quad u(W - x\pi_B) = (1 - \pi_B)u(W - \gamma\pi_G) + \pi_B u(W - x + \gamma - \gamma\pi_G).$$

La condition (1) exprime qu'est offerte aux bons risques la compensation maximum qui n'induit pas les mauvais risques à choisir le second plutôt que le premier type de contrat offert.

Nous ne réexaminons pas ici les conditions sous lesquelles $\{(x, \pi_B), (\gamma, \pi_G)\}$ est réellement un équilibre, dont plusieurs concepts ont d'ailleurs été proposés ; mais nous nous intéressons aux questions suivantes :

* Professeur à l'Ecole Polytechnique, Paris.

1. Est-il avantageux au sens de Pareto, c'est-à-dire pour tous les souscripteurs d'assurance, que soient offerts des contrats garantissant l'équilibre financier global de l'assureur, mais dont un type est bénéficiaire alors que l'autre est déficitaire ? Chacun des deux types de contrats (x, π_B) et (y, π_G) est par contre financièrement équilibré.
2. Désignant par λ_B et λ_G (avec $\lambda_B + \lambda_G = 1$) les proportions respectives de mauvais et bons risques dans la population totale des souscripteurs ; par μ_B et μ_G (avec $\mu_B + \mu_G = 1$, $\mu_B < \lambda_B$) les proportions correspondantes dans une sous-population délimitée à partir d'un critère vérifiable et non manipulable (par exemple une appartenance professionnelle telle que fonctionnaire), est-il avantageux au sens de Pareto que soient offerts aux souscripteurs appartenant à cette sous-population des contrats qui leur soient réservés et réalisent leur propre équilibre financier global ? Autrement dit, peut-on pratiquer pareille discrimination sans léser les autres souscripteurs ?

Si la réponse à la première question est positive, il est évident qu'alors la réponse à la seconde est négative. Que la réponse à la première question soit positive signifie en effet qu'il convient que les bons risques subventionnent les mauvais ; discriminer, comme l'envisage la seconde question, en faveur d'une sous-population comportant une proportion plus élevée de bons risques, dégrade alors les conditions d'équilibre financier global pour l'ensemble des contrats offerts aux autres souscripteurs.

Pour répondre à la première question, considérons tous les contrats (c_1, P_1) , avec $P_1 < \pi_B$, situés sur une même courbe d'indifférence d'un mauvais risque ; que cette courbe soit définie à partir d'une fonction d'utilité ayant la forme de Von Neumann-Morgenstern

$$(2) \quad (1 - \pi_B)u(W - c_1 P_1) + \pi_B u(W - x + c_1 - c_1 P_1)$$

implique que le moins déficitaire des contrats (c_1, P_1) considérés comporte la compensation complète $c_1 = x$. L'assureur peut alors offrir un second type de contrat (c_2, P_2) , qui soit choisi par les bons risques, tel que

$$(3) \quad u(W - x P_1) = (1 - \pi_B)u(W - c_2 P_2) + \pi_B u(W - x + c_2 - c_2 P_2)$$

et

$$(4) \quad \lambda_B x (\pi_B - P_1) = \lambda_G c_2 (P_2 - \pi_G).$$

La condition (3) est l'analogue de (1), à laquelle elle se ramène pour $P_1 = \pi_B$, tandis que la condition (4) traduit l'équilibre financier global de l'assureur, P_1 variant de π_B à

$$\frac{\lambda_B \pi_B + \lambda_G \pi_G}{\lambda_B + \lambda_G}.$$

En éliminant P_1 entre (3) et (4), on obtient la condition sur les contrats compatibles à la fois avec des contrats choisis par les mauvais risques et plus favorables pour ceux-ci que (x, π_B) , et avec l'équilibre global de l'assureur :

$$(5) \quad u(W - x\pi_B + \frac{\lambda_G}{\lambda_B} c_2(P_2 - \pi_G)) = (1 - \pi_B)u(W - c_2P_2) + \pi_B u(W - x + c_2 - c_2P_2).$$

La première question peut maintenant être reformulée dans les termes suivants : existe-t-il au moins un contrat (c_2, P_2) , satisfaisant la condition (5), qui soit plus avantageux pour les bons risques que (γ, π_G) ? Des calculs sans malice mais un peu lourds fournissent la réponse : oui, à condition que la proportion λ_G de bons risques soit assez grande ; plus précisément à condition d'avoir :

$$(6) \quad \frac{\lambda_G}{\lambda_B} > k \frac{(1 - \pi_G)\pi_B - (1 - \pi_B)\pi_G}{\pi_G(1 - \pi_G)},$$

le facteur positif k s'écrivant

$$(7) \quad k = \frac{u'(W - \gamma\pi_G) u'(W - x + \gamma - \gamma\pi_G)}{u'(W - \pi_B x) (u'(W - x + \gamma - \gamma\pi_G) - u'(W - \gamma\pi_G))}.$$

Si par contre on a

$$(8) \quad \frac{\lambda_G}{\lambda_B} \leq k \frac{(1 - \pi_G)\pi_B - (1 - \pi_B)\pi_G}{\pi_G(1 - \pi_G)},$$

mais aussi

$$\frac{\mu_G}{\mu_B} > k \frac{(1 - \pi_G)\pi_B - (1 - \pi_B)\pi_G}{\pi_G(1 - \pi_G)},$$

alors c'est à la seconde question que la réponse est positive : une offre discriminatoire en faveur de la sous-population caractérisée par les proportions μ_G et μ_B est avantageuse au sens de Pareto.