Adaptionshandlungen von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren zur frühen mathematischen Bildung – Beschreibung und Bewertung aus fachbezogener Perspektive

Julia Bruns · Theresa Schopferer · Hedwig Gasteiger

Eingegangen: 5. Februar 2020 / Angenommen: 7. September 2020 / Online publiziert: 30. September 2020
© Der/die Autor(en) 2020

Zusammenfassung Die Implementation früher mathematischer Bildung in Kindertagesstätten kann durch fachdidaktische Fortbildungen für frühpädagogische Fachkräfte unterstützt werden. Um Fachkräfte in der Breite zu erreichen, erscheint ein scaling up Ansatz geeignet, bei dem aufbauend auf das Fortbildungskonzept *EmMa – Erzieherinnen und Erzieher machen Mathematik* Multiplikatorinnen und Multiplikatoren qualifiziert werden. Dabei ergibt sich die Herausforderung, dass Fortbildende im Elementarbereich kaum mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen mitbringen. Der Kontext dieser Studie ist der scaling up Prozess der Fortbildung *EmMa* unter diesen Umständen. Das Erkenntnisinteresse liegt in der Beschreibung und Bewertung der Adaptionshandlungen der Multiplikatorinnen und Multiplikatoren. Für die Bewertung der Adaptionen werden zwei Kriterien herangezogen: (1) das Kriterium der Präzision, das die Vollständigkeit und Klarheit der Inhalte umfasst und (2) das Kriterium der fachlichen Korrektheit, das durch das Ausbleiben fachbezogener Fehler beschrieben wird. Analysiert werden dabei die theoretischen, fachbezogenen Phasen der von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren durchgeführten Fortbildung zur frühen mathematischen Bildung, da davon ausgegangen wird, dass insbesondere diese theoretischen Inhalte für diese Gruppe von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren eine Herausforderung darstellen. Zur Untersuchung wurde eine videogestützte, qualitative Feldstudie mit $N=8$ Fällen durchgeführt. Mit Hilfe der qualitativen Inhaltsanalyse wurden die Adaptionshandlungen der Multiplikatorinnen und Multiplikatoren charakterisiert und hinsichtlich ihrer Präzision und der fachlichen Fehler in diesen Adaptionen analysiert. Dabei zeigte sich, dass der

J. Bruns (✉)
Institut für Mathematik (Mathematikdidaktik), Universität Paderborn,
Warburger Str. 100, 33098 Paderborn, Deutschland
E-Mail: julia.bruns@uni-paderborn.de

T. Schopferer · H. Gasteiger
Institut für Mathematik (Mathematikdidaktik), Universität Osnabrück, Osnabrück, Deutschland

eigenständige Umgang mit den mathematischen und mathematikdidaktischen Inhalten des Fortbildungskonzepts *EmMa* trotz intensiver Unterstützung anspruchsvoll und bei vielen Multiplikatorinnen und Multiplikatoren mit fachbezogenen Fehlern verbunden ist. Implikationen dieser Ergebnisse für die weitere Forschung werden diskutiert.

Schlüsselwörter Fortbildung · Multiplikatorinnen und Multiplikatoren · Frühe mathematische Bildung · Adaptionshandlungen · Fachliche Korrektheit

Adaption practices of facilitators in the context of early mathematics education—description and evaluation from a subject-related perspective

Abstract The implementation of mathematical education in early childhood settings can be supported by professional development for early childhood educators. In order to reach a broad range of educators, a scaling up approach in which facilitators are qualified based on the professional development program *EmMa – Erzieherinnen und Erzieher machen Mathematik* seems suitable. The challenge here is that facilitators in the early childhood education context have hardly any mathematical and mathematical pedagogical content knowledge. The context of this study is the scaling up process of the professional development program *EmMa* under these circumstances. The research interest lies in the description and evaluation of the facilitators' adaptation practices. We evaluated the adaptations based on two criteria: (1) *precision* in the sense of completeness and clarity of the content and (2) *correctness* measured by the absence of math-related errors. Since it is assumed that the theoretical, math-related content is particular challenging for these facilitators, this will be the focus of our analysis. We therefore conducted a video-supported, qualitative field study with $N=8$ cases. Using qualitative content analysis, the adaptation practices of the facilitators were characterized and analyzed with regard to their precision and the math-related errors in these adaptations. It was found that the independent handling of mathematical content in the professional development course is despite intensive support demanding for the facilitators and associated with math-related errors for many facilitators. The implications of these results for future research are discussed.

Keywords Professional development · Facilitators · Early mathematics education · Adaption practices · Subject-related correctness

1 Einleitung

Die Implementation früher mathematische Bildung in der Kindertagesstätte gilt als ein wichtiger Beitrag, um den heterogenen Voraussetzungen der Kinder bereits vor Schuleintritt (Anders et al. 2013; Jordan et al. 2009) im Sinne der Chancengerechtigkeit fördernd zu begegnen (bspw. Bakken et al. 2017; Lehl et al. 2016). Aus mathematikdidaktischer Perspektive herrscht weitgehend Konsens darüber, dass frü-

he mathematische Bildung vor allem als alltagsintegrierte Förderung mathematischer Basiskompetenzen verstanden werden sollte (bspw. Gasteiger 2012; van Oers 2010). Dieser Ansatz stellt jedoch hohe fachbezogene Ansprüche an die professionellen Kompetenzen frühpädagogischer Fachkräfte (Gasteiger und Benz 2016; Lindmeier et al. 2020).

Problematisch erscheint in diesem Kontext, dass mathematikbezogene Grundlagen zur Gestaltung früher mathematischer Bildungsprozesse bislang selten in der Ausbildung frühpädagogischer Fachkräfte berücksichtigt werden (Blömeke et al. 2017; Mischo 2016). Es kann daher davon ausgegangen werden, dass frühpädagogische Fachkräfte zur Implementation alltagsintegrierter mathematischer Bildung in der Kindertagesstätte berufsbegleitende Unterstützung im Rahmen von Fortbildungen brauchen (s. a. Altrichter 2010). Aus Studien zu effektiven Fortbildungen für Lehrkräfte (auch im Elementarbereich) ist bekannt, dass eine gute Fortbildung verschiedene Merkmale realisieren sollte. Zu diesen Merkmalen zählt ein enger fachspezifischer Fokus, Gelegenheiten zur Erprobung der Fortbildungsinhalte und der Verknüpfung von Theorie und Praxis (sogenanntes *active learning*), Gelegenheiten zur intensiven Zusammenarbeit, Modelle effektiver Praxis (bspw. durch Nutzung von Videofällen), Feedback durch Coaching und die Möglichkeit zur Reflexion des eigenen Handelns sowie ein angemessener Zeitumfang (bspw. mehrere Präsenzphasen im Rahmen von 6 Monaten) (Desimone 2009; Lipowsky 2014, 2019; Darling-Hammond et al. 2017). In Deutschland existieren kaum Fortbildungsangebote zur frühen mathematischen Bildung, die diese Kriterien realisieren, da es sich bei den bestehenden Angeboten bspw. überwiegend um Seminare von kurzer Dauer (2 h bis zu einem Tag) handelt (Baumeister und Grieser 2011; Buschle und Gruber 2018). Es besteht demnach ein Bedarf an umfassenden, wissenschaftlich fundierten Fortbildungsangeboten zur Gestaltung früher mathematischer Bildungsprozesse in der Kindertagesstätte, die eine Vielzahl von frühpädagogischen Fachkräften in der Praxis erreichen. Um diesem Bedarf zu begegnen, braucht es neben fachdidaktisch orientierten Fortbildungskonzepten entsprechend qualifizierte Multiplikatorinnen und Multiplikatoren, die solche Konzepte – im Sinne eines *scaling up* (Rösken-Winter et al. 2015) – in die Breite tragen. Dabei gehen Lipowsky und Rzejak (2019) davon aus, dass Multiplikatorinnen und Multiplikatoren über hohe fachliche Expertise verfügen sollten und beschreiben zudem „Klarheit und Verständlichkeit in der Präsentation von Inhalten, die Authentizität [...] sowie das Spektrum an Fähigkeiten und Eigenschaften, Lehrpersonen für die Auseinandersetzung mit dem Fortbildungsinhalt zu motivieren und anzuregen“ (S. 59) als zentrale Aspekte professioneller Kompetenz von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren. Um Multiplikatorinnen und Multiplikatoren zu unterstützen, diese Kompetenzen zu erwerben und auszubauen, bieten sich spezifische Qualifizierungsmaßnahmen an. Bei der Gestaltung von Qualifizierungsmaßnahmen für Multiplikatorinnen und Multiplikatoren zur frühen mathematischen Bildung muss besonders berücksichtigt werden, dass die Berufe und Qualifikationen von Fortbildenden im Elementarbereich sehr heterogen sind: Überwiegend stammen die Fortbildenden aus dem (sozial-)pädagogischen Bereich (Buschle und Gruber 2018) und besitzen zum Teil nur geringe fachliche Expertise (bspw. mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen) (Baumeister und Grieser 2011).

Für die Entwicklung einer passenden Qualifizierungsmaßnahme für Multiplikatorinnen und Multiplikatoren schlägt Borko (2004) aufeinander aufbauende Phasen vor. Demnach wird ein Fortbildungskonzept von ausgewiesenen Wissenschaftler/innen entwickelt und empirisch auf Wirksamkeit untersucht (Phase 1). Anschließend wird das Fortbildungskonzept mit Hilfe von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren in unterschiedlichen Settings implementiert und die Wirksamkeit der von den Multiplikatorinnen und Multiplikatoren durchgeführten Fortbildung sowie die Umsetzungspraktiken der Multiplikatorinnen und Multiplikatoren untersucht (Phase 2). Die Qualifizierung von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren im Bereich der frühen mathematischen Bildung erfolgte in der vorliegenden Studie aufbauend auf das Fortbildungskonzept *EmMa – Erzieherinnen und Erzieher machen Mathematik* (Bruns und Eichen 2018). Fokus der vorliegenden Studie sind Fortbildungen zur frühen mathematischen Bildung, die von qualifizierten Multiplikatorinnen und Multiplikatoren eigenständig durchgeführt wurden. Dabei ist davon auszugehen, dass Multiplikatorinnen und Multiplikatoren das ursprüngliche Fortbildungskonzept *EmMa – Erzieherinnen und Erzieher machen Mathematik* adaptieren. Adaptionen, die die Ziele und Themen des Fortbildungskonzepts nicht grundsätzlich verändern, aber eine Anpassung an die jeweiligen Zielgruppen ermöglichen, gehören zu den professionellen Aufgaben von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren (Brown 2009; Borko et al. 2014; Coburn 2003; Leufer et al. 2019). Adaptionen dieser Art erfordern jedoch – wie die Durchführung einer effektiven Fortbildung im Allgemeinen – eine hohe Expertise auf der Ebene der Multiplikatorinnen und Multiplikatoren (Borko et al. 2014). Aufgrund des teilweise geringen mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens der Multiplikatorinnen und Multiplikatoren im Bereich der frühen Bildung, kann dies für diese Multiplikatorinnen und Multiplikatoren im Kontext der Qualifizierung zur frühen mathematischen Bildung als besondere Herausforderung bezeichnet werden. Anknüpfend an den bisherigen Forschungsstand zu Adaptionshandlungen von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren (bspw. Borko et al. 2014; Leufer et al. 2019; Zwetzschler et al. 2016) interessiert daher neben der Beschreibung der Adaptionshandlung auch eine Bewertung dieser Adaptionen mit Blick auf die Umsetzung der grundsätzlichen Themen und Ziele der Fortbildung. Die Bewertung kann dabei – in Anlehnung an Lipowsky und Rzejak (2019) zu professionellen Kompetenz von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren – aus zwei Blickwinkeln erfolgen: einerseits hinsichtlich der inhaltlichen Klarheit, Verständlichkeit und Vollständigkeit, also der Präzision und andererseits hinsichtlich der fachlichen Korrektheit der Darstellung. Dies führt zu der zentralen Fragestellung der Studie:

Welche Adaptionshandlungen führen Multiplikatorinnen und Multiplikatoren am Fortbildungskonzepts *EmMa – Erzieherinnen und Erzieher machen Mathematik* durch und wie lassen sich diese Adaptionen hinsichtlich ihrer Präzision und fachlichen Korrektheit beschreiben?

Da Fortbildungen zur frühen mathematischen Bildung bislang kaum unter diesem Blickwinkel betrachtet wurden, dienen theoretische Konzepte und empirische Ergebnisse zu Fortbildungen von Lehrkräften, zu scaling up Prozessen im Kontext von Fortbildungen im Allgemeinen und Adaptionsprozessen von Multiplikatorinnen

und Multiplikatoren im Speziellen als Ausgangspunkt dieser Studie und werden im Folgenden zusammenfassend dargestellt.

2 Scaling up von Fortbildungen

Der Prozess, eine wissenschaftlich fundierte Innovation (bspw. den Ansatz der frühen alltagsintegrierten mathematischen Bildung) über Fortbildungen und Multiplikatorinnen und Multiplikatoren in die Breite zu tragen, wird auch als *scaling up* bezeichnet (Rösken-Winter et al. 2015). Modelle zur Qualifizierung von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren beschäftigen sich einerseits mit den unterschiedlichen Rollen, die Multiplikatorinnen und Multiplikatoren einnehmen und reflektieren sollten, um erfolgreich als Multiplikator oder Multiplikatorin zu agieren (Tzur 2001) und andererseits mit strukturellen Merkmalen zur Entwicklung und Erforschung von Qualifizierungen für Multiplikatorinnen und Multiplikatoren (Borko 2004; Prediger et al. 2017). Während für die Untersuchung der Expertise der Multiplikatorinnen und Multiplikatoren beide Modelltypen gleichermaßen bedeutend sind, bietet sich für die Entwicklung von Qualifizierungsmaßnahmen zunächst ein Blick auf die Strukturebene an.

Borko (2004) schlägt für die Qualifizierung von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren im Sinne des *scaling up* drei strukturelle Phasen vor, die jeweils wissenschaftlich begleitet werden: In der *Phase 1* entwickeln Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler ein Fortbildungskonzept und weisen nach, dass dieses auf der Ebene der teilnehmenden Lehrkräfte wirksam ist. In *Phase 2* prüfen Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler inwieweit das Fortbildungskonzept in unterschiedlichen Settings und durch unterschiedliche Multiplikatorinnen und Multiplikatoren umgesetzt werden kann. Dabei werden Materialien sowie ein Qualifizierungskonzept für Mul-

Abb. 1 Drei-Tetraeder-Modell nach Prediger et al. (2017) (a); konkretisiert für frühe mathematische Bildung (b)

tiplikatorinnen und Multiplikatoren entwickelt. In *Phase 3* wird untersucht, welche Wirkungen unterschiedliche Fortbildungen durch Multiplikatorinnen und Multiplikatoren auf die Kompetenzen der Lehrkräfte und Kinder haben und welche Ressourcen es braucht, um die Fortbildungskonzepte erfolgreich umzusetzen.

Inhaltlich ausgeschärft werden diese von Borko (2004) beschriebenen scaling up Prozesse im *Drei-Tetraeder-Modell* der gegenstandsbezogenen Professionalisierungsforschung (Prediger et al. 2017). Dieses Modell überträgt das Modell des didaktischen Tetraeders (Rezat und Sträßer 2012), mit den Ecken *Schülerinnen und Schüler*, *Lehrerinnen und Lehrer*, *Materialien und Medien* sowie *fachlicher Gegenstand* auf die Fortbildungs- bzw. Qualifizierungsebene (Abb. 1a). Auf Fortbildungsebene sind die Lehrkräfte die Lernenden, die Multiplikatorinnen und Multiplikatoren die Lehrenden und das Material sowie die Medien beziehen sich auf die Fortbildung. Gegenstand der Fortbildung ist „das gesamte Tetraeder der Unterrichtsebene, das das Zusammenspiel aller Seiten umfasst“ (Prediger et al. 2017, S. 164). Analog bildet das gesamte Tetraeder der Fortbildungsebene den Gegenstand auf Qualifizierungsebene, auf der die Multiplikatorinnen und Multiplikatoren die Lernenden und die Qualifizierenden die Lehrenden sind.

Neben dem *Drei-Tetraeder-Modell* der gegenstandsbezogenen Professionalisierungsforschung stellen Prediger et al. (2019) drei Strategien dar, die die Verzahnung der drei Tetraeder beschreiben. Die Strategie, dass das gesamte Tetraeder der unteren Ebene den Gegenstand des Tetraeders der darüber liegenden Ebene ausmacht, wird als *nesting* bezeichnet (Prediger et al. 2019). Das *lifting* beschreibt die Strategie, theoretische Konzepte und Elemente der darunterliegenden Ebene für die höhere Ebene zu nutzen, wie bspw. Kriterien für effektive Fortbildungen auf der nächst höheren Ebene als Kriterien für effektive Qualifizierungen zu übernehmen. Die beiden Strategien *nesting* und *lifting* sind Kernelemente bei der Entwicklung von Qualifizierungen für Multiplikatorinnen und Multiplikatoren. Die dritte Strategie, die Prediger et al. (2019) identifizieren, das *unpacking*, betrachtet im Vergleich zum *nesting* den umgekehrten Prozess im Drei-Tetraeder-Modell: Das Entpacken des Tetraeders der Qualifizierungsebene für die Fortbildungsebene bzw. des Tetraeders der Fortbildungsebene für die Unterrichtsebene. Genau diesen Prozess müssen Multiplikatorinnen und Multiplikatoren durchlaufen, wenn sie auf der Grundlage einer Qualifizierung zu einem Fortbildungskonzept eigene Fortbildungen gestalten. In diesem Punkt unterscheidet sich das *Drei-Tetraeder-Modell* der gegenstandsbezogenen Professionalisierungsforschung von anderen international diskutierten Kaskadenmodellen: Während Kaskadenmodellen häufig so umgesetzt werden, dass standardisierte Fortbildungsmanuskripte von den Qualifizierenden an die Multiplikatorinnen und Multiplikatoren weitergegeben werden, die diese dann standardisiert implementieren (Hayes 2000), sieht das *Drei-Tetraeder-Modell* explizit eigenständige Fortbildungen durch Multiplikatorinnen und Multiplikatoren vor.

Werden die Prozesse zum scaling up von Fortbildungsmaßnahmen auf den Bereich der frühen mathematischen Bildung übertragen (Abb. 1b), zeigen sich Änderungen im untersten Tetraeder, der frühe mathematische Bildungsprozesse in der Kindertagesstätte beschreibt, während die Strategien, mit denen dieses Tetraeder in die Fortbildungs- und Qualifizierungsebene übernommen wird (*nesting*, *lifting*), gleichbleiben. Dabei muss jedoch berücksichtigt werden, dass die Ausgangslage

frühpädagogischer Fachpersonen sowie der Multiplikatorinnen und Multiplikatoren im Bereich früher Bildung nicht vergleichbar ist zur Ausgangslage im Schulkontext, da sowohl frühpädagogischen Fachpersonen als auch Multiplikatorinnen und Multiplikatoren zur frühen Bildung vertieftes mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen fehlt. Die Ausgestaltung der einzelnen Tetraeder insbesondere auch auf der Qualifizierungsebene unterscheiden sich daher inhaltlich stark von denen im Schulkontext, wenngleich das oberste Tetraeder zur Qualifizierung von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren zur frühen mathematischen Bildung auf der Strukturebene identisch zum obersten Tetraeder zur Qualifizierung von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren für Fortbildungen für Lehrkräfte erscheint (Abb. 1).

Ob diese theoretisch beschriebenen scaling up Prozesse erfolgreich verlaufen, wurde lange nur anhand der quantitativen Verbreitung einer (Unterrichts-)Reform gemessen (Stringfield und Datnow 1998). Coburn (2003) plädiert dagegen dafür, dass der Erfolg von scaling up Prozessen maßgeblich durch vier Kriterien bestimmt wird: „depth, sustainability, spread and shift in reform ownership“ (S. 4). Das Kriterium der Tiefe (depth) wird erfüllt, wenn sich tiefe und konsequente Veränderungen in den Unterrichtspraktiken zeigen, die über die Übernahme des Materials und der Aktivitäten hinausgehen und auch pädagogische Prinzipien der Unterrichtsreformen übernommen werden. Nachhaltig ist das scaling up dann, wenn die Unterrichtsreform an den verschiedenen Schulen langfristig implementiert und umgesetzt wird (sustainability). Beim Kriterium der Verbreitung (spread) bezieht sich Coburn nicht nur auf die Anzahl der erreichten Lehrkräfte, sondern auch darauf, inwiefern die Unterrichtsreform zu Veränderungen innerhalb einer Schule führt. Mit dem letzten Kriterium, der Verschiebung der Verantwortung (shift in reform ownership), fordert Coburn, dass die Reform, die extern angestoßen wurde, zu einer internen Reform wird, indem die Lehrkräfte mit den Ressourcen ausgestattet werden, die es ihnen erlauben, diese in der Tiefe nachhaltig umzusetzen und die Verantwortung sowie das Wissen über die Reform zu übernehmen. Insgesamt schlägt Coburn vor, den Erfolg von scaling up Prozessen anhand dieser vier Kriterien u.a. mit Hilfe von Unterrichtsbeobachtungen oder Interviews zu prüfen.

Coburn betrachtet in der Bewertung von scaling up Prozessen insbesondere die unterste Ebene des Drei-Tetraeder-Modells (Prediger et al. 2019). Im Kontext von scaling up von Fortbildungen stellt sich die Frage, inwieweit die Qualifizierung der Multiplikatorinnen und Multiplikatoren, die als externer Reformimpuls betrachtet werden kann, zu gelingenden Fortbildungsprozessen führen. Dazu müssen die Kriterien von Coburn (2003) auf die mittlere Ebene des Drei-Tetraeder-Modell nach Prediger et al. (2019) übertragen werden (im Sinne des *lifting*), da hier die Fortbildungsprozesse verortet sind. In einem ersten Schritt lassen sich insbesondere die Kriterien *Tiefe* sowie *Verschiebung der Verantwortung für die Reform* betrachten, da diese im Gegensatz zu den Kriterien *Nachhaltigkeit* und *Verbreitung der Reform* kurzfristig (also direkt nach bzw. im Rahmen der Qualifizierung) zugänglich sind. In Anlehnung an Coburn (2003) erfolgt ein scaling up von Fortbildungen in der *Tiefe*, wenn Multiplikatorinnen und Multiplikatoren neben den Aktivitäten und Materialien auch die pädagogischen Prinzipien der Fortbildung übernehmen. Dieses Kriterium kann insbesondere daran festgemacht werden, wie Multiplikatorinnen und Multiplikatoren die Inhalte im Rahmen der von ihnen durchgeführten Fortbildung

vermitteln. Eine *Verschiebung der Verantwortung für die Reform* bedeutet in Anlehnung an Coburn, dass Wissen über die Fortbildung und die Verantwortung für die Umsetzung, Verbreitung und Weiterentwicklung des Fortbildungskonzepts von den Qualifizierenden auf die Multiplikatorinnen und Multiplikatoren übergehen. Ziel einer Qualifizierungsmaßnahme von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren (zur frühen mathematischen Bildung) sollte es demnach sein, dass die Multiplikatorinnen und Multiplikatoren Fortbildungen zu dem Themenbereich eigenständig und fachlich kompetent durchführen können. Wird diese Zielperspektive angelegt, gehört die Adaption des Fortbildungskonzepts zu den professionellen Aufgaben von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren (Brown 2009; Borko et al. 2014) und muss aus Forschungsperspektive näher betrachtet werden. Untersucht wird dies in verschiedenen Studien unter dem Schlagwort *Design Capacity*.

3 Design Capacity von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren

Der Begriff der *Design Capacity* wurde ursprünglich von Brown (2009) für die Beschreibung der Adaptionen, die Lehrkräfte an bestehenden Unterrichtsmaterialien vornehmen, geprägt. Zu den Adaptionen von Unterrichtsmaterialien durch Lehrkräfte existieren bereits verschiedene Studien (Davis et al. 2011; Sherin und Drake 2009). Leufer et al. (2019) heben das Konzept der *Design Capacity* im Sinne der *lifting* Strategie auf die Ebene der Multiplikatorinnen und Multiplikatoren, indem sie Adaptionsprozesse von erfahrenen Multiplikatorinnen und Multiplikatoren im Umgang mit bestehenden Fortbildungskonzepten untersuchen. Dabei erweitern sie das Konzept, indem sie zwei Ebenen beschreiben, auf denen Multiplikatorinnen und Multiplikatoren Fortbildungskonzepte adaptieren: die Ebene des Materials (materielle Adaptionen) und die Ebene der Inhalte (thematische Adaptionen). Thematische Adaptionen beziehen sich auf die Veränderung der Inhalte und Ziele des Materials (z.B. durch Auslassen von Erläuterungen oder mündlichen Beispielen zu Stichpunkten auf Folien), selbst wenn das Material an sich nicht verändert wird, während materielle Adaptionen sichtbare Veränderungen in den Materialien beschreiben. Auf der Ebene der Materialien charakterisieren Leufer et al. (2019) – in Erweiterung der drei Adaptionspraktiken von Brown (2009) – fünf Anpassungshandlungen: Folgen (z.B. Übernahme des Materials in der gegebenen Form), Auslassen (z.B. einer Aktivität), Modifizieren (z.B. eines Moduls), Umstellen (z.B. eine Aktivität an eine andere Stelle im Modul setzen) und Entwickeln/Kreieren (z.B. eine neue Aktivität entwickeln). Auf der Ebene der thematischen Adaptionen unterscheiden Leufer et al. (2019) zwischen der Adaption von vorgeschlagenen Beispielen und der Adaption von vorgeschlagenen theoretischen Konzepten im Rahmen der Fortbildung. Während die Adaptionshandlungen im Zusammenhang mit den Beispielen (z.B. Folgen, Auswählen/Anpassen, Lösen aus dem theoretischen Kontext) Ähnlichkeiten zu den materiellen Adaptionen zeigen, begrenzen sich die thematischen Anpassungshandlungen zu den theoretischen Konzepten auf drei Aktivitäten: Betonen von theoretischen Konzepten, Auslassen von theoretischen Konzepten und Einführen neuer theoretischer Konzepte.

Sowohl die materiellen als auch die thematischen Adaptionen scheinen je nach Erfahrung der Multiplikatorinnen und Multiplikatoren unterschiedlich zu verlaufen. Während die Ergebnisse von Leufer et al. (2019) deutlich machen, dass erfahrene Multiplikatorinnen und Multiplikatoren Adaptionen mit dem Ziel vornehmen, Lehrkräften eine Brücke zu bauen, um für und in Reflexionsprozessen Wissen über die eigene Praxis zu erwerben, zeigen die Ergebnisse von Zwetzscher et al. (2016), dass Adaptionen unerfahrener Multiplikatorinnen und Multiplikatoren eher zu einer Reduzierung des mathematischen Gehalts der Fortbildung führen, da die Multiplikatorinnen und Multiplikatoren auf konkrete Anwendungsbeispiele fokussieren, theoretische Inhalte jedoch auslassen oder stark verkürzen. Während somit erfahrene Multiplikatorinnen und Multiplikatoren trotz Adaptionen die grundlegenden Ziele der Fortbildung beibehalten und die theoretischen Inhalte der Fortbildung präzise darstellen, verändern unerfahrene Multiplikatorinnen und Multiplikatoren durch ihre Adaptionen die grundlegenden Ziele der Fortbildung, indem sie theoretische Inhalte auslassen bzw. unpräzise thematisieren. Diese Gegenüberstellung lässt vermuten, dass konzepttreue Adaptionen, also Adaptionen, die grundlegende Ziele und Themen der Fortbildungskonzepte beibehalten, insbesondere auf der thematischen Ebene eine hohe Expertise der Multiplikatorinnen und Multiplikatoren erfordern (s. a. Kuzle und Biehler 2015). Borko et al. (2014) gehen sogar davon aus, dass Multiplikatorinnen und Multiplikatoren als Grundlage dieser Expertise spezifisches Wissen brauchen und nennen dies – in Anlehnung an die Definition des mathematikbezogenen Wissens von Lehrkräften nach Ball et al. (2008) – „Mathematical Knowledge for Professional Development“ (Borko et al. 2014, S. 165). Für die Ausdifferenzierung dieses Wissens schlagen Borko et al. (ebd.) drei Kategorien vor:

1. pädagogisches Wissen (pedagogical content knowledge: „the ability to engage teachers in the interpretation of students’ mathematical ideas and the purposeful analysis of instructional practices“ (S. 165)),
2. Wissen zu professionellen Lerngemeinschaften (learning community knowledge: „the ability to create a culture of respect, establish group norms, and foster active participation in which teachers share ideas and take intellectual risks“ (S. 165)) sowie
3. vertieftes fachliches und fachdidaktisches Wissen aus theoretischer Perspektive (specialized content knowledge: „a deep understanding of the range of potential solution strategies and representations specific to a given mathematical context; the mathematical relationships within these sets of solution strategies and representations; and the mathematical affordances and constraints of each strategy and representation“ (S. 165)).

Zusammenfassend kann aus den dargestellten Ergebnissen zu Adaptionen von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren, die im Kontext von Fortbildungen für Lehrkräfte agieren, gefolgert werden, dass Multiplikatorinnen und Multiplikatoren spezifische Kompetenzen benötigen, damit das scaling up von Fortbildungskonzepten erfolgreich im Sinne Coburns (2003) verläuft. Dazu gehört unter anderem *vertieftes* mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen. Im Kontext der Qualifizierung von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren zur frühen mathematischen Bildung ergeben sich aus diesen Ergebnissen besondere Herausforderungen: Während es sich

bei Multiplikatorinnen und Multiplikatoren, die Mathematikfortbildungen für Lehrkräfte gestalten, in der Regel um Mathematiklehrkräfte handelt, unterscheiden sich die Multiplikatorinnen und Multiplikatoren im Elementarbereich stark hinsichtlich ihrer beruflichen Qualifikationen und stammen überwiegend aus dem (sozial-)pädagogischen Bereich (Baumeister und Grieser 2011; Buschle und Gruber 2018). Es ist daher davon auszugehen, dass diese Gruppe der Multiplikatorinnen und Multiplikatoren nur auf Teile des von Borko et al. (2014) geforderten Wissens für die Gestaltung von Fortbildungen im Bereich Mathematik zugreifen können: zwar bringen die Multiplikatorinnen und Multiplikatoren pädagogisches Wissen sowie – je nach beruflichem Hintergrund und Fortbildungserfahrung – Wissen über professionelle Lerngemeinschaften mit, ihnen fehlt jedoch vertieftes mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen aus theoretischer Perspektive (s. a. Baumeister und Grieser 2011). Eine Qualifizierung von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren zu einem Fortbildungskonzept im Bereich früher mathematischer Bildung muss daher diesen spezifischen Herausforderungen begegnen.

4 Scaling up des Fortbildungskonzepts *EmMa* – Erzieherinnen und Erzieher machen Mathematik

Um Multiplikatorinnen und Multiplikatoren zur frühen mathematischen Bildung zu qualifizieren, wurde im Sinne des *Drei-Phasen-Modells* zur Entwicklung und Implementation von Fortbildungen nach Borko (2004), zunächst das Fortbildungskonzept *EmMa* – Erzieherinnen und Erzieher machen Mathematik (Bruns und Eichen 2018) entwickelt und in einer quasi-experimentellen Studie auf Wirksamkeit in Bezug auf zentrale fachbezogene Kompetenzfacetten der frühpädagogischen Fachkräfte geprüft (Bruns et al. 2017; Eichen und Bruns 2017). Durch die Fokussierung der Fortbildung auf mathematische Bildungsprozesse im Elementarbereich wird ein enger fachlicher Fokus realisiert (Lipowsky 2019). In diesem Rahmen sind in dem Fortbildungskonzept *EmMa* sechs Bausteine vorgesehen (zwei Einführungsbausteine zu allgemeinen Prinzipien frühen mathematischen Lernens und der Begleitung dieser Lernprozesse, vier Vertiefungsbausteinen zu Raum und Form, Mengen und Zahlen, Größen und Messen sowie Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit), die jeweils im Rahmen einer ganztägigen Präsenzphase im Umfang von ca. 8 h und einer anschließenden Praxisphase in der Kindertagesstätte thematisiert werden (Bruns und Eichen 2018). Durch den Wechsel von Präsenz- und Praxisphase erhalten die Fachkräfte die Gelegenheit, die Fortbildungsinhalte in der Praxis zu erproben. Diese Praxisphasen werden – im Sinne der Kriterien effektiver Fortbildungen (Lipowsky 2019) – im Rahmen des nächsten Präsenztages mit der Fortbildungsleitung und den übrigen Teilnehmenden reflektiert. Die Fortbildung erstreckt sich auf einen Zeitraum zwischen 6 und 9 Monaten (je nach Länge der Praxisphasen). Alle Präsenzphasen beinhalten sowohl theoretische als praktische Elemente zu den jeweiligen Themen und folgen damit dem Kriterium des *active learning* (Lipowsky und Rzejak 2019). Insbesondere wird in allen Bausteinen durch die Arbeit mit Videobeispielen ein konkreter Fallbezug (Barzel und Selter 2015) realisiert, der als Grundlage für die Modellierung effektiver Praxis (Lipowsky und Rzejak 2019) herangezogen wird.

Um dem Fortbildungsbedarf im Bereich der frühen mathematischen Bildung kontinuierlich zu begegnen, wurde in der zweiten Phase – aufbauend auf die Fortbildungsreihe *EmMa* – *Erzieherinnen und Erzieher machen Mathematik* – eine Qualifizierung für Multiplikatorinnen und Multiplikatoren zur frühen mathematischen Bildung (*EmMa^M*) entwickelt. Im Sinne der *nesting* Strategie des *Drei-Tetraeder-Modells* (Prediger et al. 2019, Abschn. 2) wird das gesamte Tetraeder der Fortbildungsebene (das Fortbildungskonzept *EmMa*) zum Gegenstand der Qualifizierung auf der Ebene der Multiplikatorinnen und Multiplikatoren (Qualifizierung *EmMa^M*, Abb. 1b). In Anlehnung an die vier Kriterien Coburns (2003) zum Erfolg von scaling up Prozessen ist das Ziel der Qualifizierung, dass die Multiplikatorinnen und Multiplikatoren grundlegende fachliche, fachdidaktische und fortbildungsmethodische Kompetenzen erwerben, um Fortbildungen zur frühen mathematischen Bildung eigenständig durchzuführen.

Die Qualifizierung *EmMa^M* erstreckt sich über einen Zeitraum von 10 Monaten und orientiert sich am Aufbau der Fortbildungsreihe *EmMa*. Dabei umfasst *EmMa^M* einen Einführungsbaustein (*Frühe mathematische Bildung*), vier Vertiefungsbausteine (*Raum und Form*, *Mengen und Zahlen*, *Größen und Messen* sowie *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit*) sowie ein Abschlusstreffen. Durch die Parallelisierung von Qualifizierungs- und Fortbildungsgegenstand können die Leitungen der Qualifizierung den Multiplikatorinnen und Multiplikatoren als Modell für effektive Praxis dienen (Lipowsky und Rzejak 2019) und die Multiplikatorinnen und Multiplikatoren so in ihrem Rollenwechsel begleiten. Jeder Qualifizierungsbaustein wird an zwei aufeinanderfolgenden Präsenztagen im Umfang von ca. 8 h behandelt und in einer anschließenden Praxisphase vertieft. Die Inhalte der beiden Einführungsbausteine von *EmMa* werden in *EmMa^M* zu einem Baustein zusammengefasst, da in diesen beiden *EmMa* Bausteinen ebenfalls allgemeinpädagogische Themen (u. a. ko-konstruktives Lernen, kognitiv-aktivierende Interaktionsformen im Elementarbereich) angesprochenen werden, die für die Zielgruppe der Qualifizierung (erfahrene Fortbildende aus dem Bereich der frühen Bildung) vorausgesetzt und daher nicht vertieft behandelt werden. Auf diese Weise können die fachbezogenen Themenbereiche der Einführungsbausteine von *EmMa* im Zeitrahmen von 16 h Präsenzzeit vertieft thematisiert werden. Der zeitliche Umfang für die Thematisierung der Vertiefungsbausteine liegt bei *EmMa^M* im Vergleich zu *EmMa* doppelt so hoch (2×8 h im Vergleich zu 1×8 h). In den Praxisphasen zwischen den Präsenzphasen führen die Multiplikatorinnen und Multiplikatoren eigenständig Fortbildungen zur frühen mathematischen Bildung durch. Für die Durchführung dieser Fortbildungen besteht die Vorgabe, den Umfang der Fortbildung *EmMa* sowie die Struktur der Fortbildungsmaßnahme beizubehalten. Auf diese Weise soll sichergestellt werden, dass die inhaltliche Breite und Tiefe des Fortbildungskonzepts *EmMa* nicht substantiell verändert wird. Darüber hinaus können das Fortbildungsmaterial sowie Inhalte konzepttreu adaptiert werden. Diese möglichen Adaptionen umfassen das Verändern der Materialien oder der Struktur des Fortbildungstages sowie das Auslassen spezifischer Inhalte und Aktivitäten.

Durch den Wechsel aus Präsenzphasen, in denen die theoretischen Inhalte und Aktivitäten der einzelnen *EmMa* Fortbildungsbausteine thematisiert und die Vorbereitung der eigenen Fortbildung unterstützt wird, und Praxisphasen, in denen die

Multiplikatorinnen und Multiplikatoren eigenständig Fortbildungen zur frühen mathematischen Bildung durchführen, werden sowohl Gelegenheiten zur Erprobung der Fortbildungsinhalte und der Verknüpfung von Theorie und Praxis als auch die Möglichkeit zur Reflexion des eigenen Handelns geboten (Lipowsky 2019).

Aus inhaltlicher Perspektive werden in der Qualifizierung *EmMa^M* die fachbezogenen Themen der Fortbildungsreihe *EmMa* vertieft thematisiert – insbesondere in Bezug auf fachliche Hintergründe früher mathematischer Bildung und empirische Erkenntnisse zum Lernen von Mathematik im Elementarbereich. Auf diese Weise wird auch in der Qualifizierung ein enger fachlicher Fokus realisiert (Lipowsky 2019). Für den Baustein Größen und Messen bedeutet dies beispielsweise, dass in *EmMa* und *EmMa^M* die Grundideen des Messens angesprochen werden (Wahl einer von Zeit und Raum unabhängigen Einheit, lückenloses Abtragen und Zählen der Einheit sowie systematische Untergliederung der Einheit bei Bedarf). Darüber hinaus wird in der Multiplikatorinnen und Multiplikatoren Qualifizierung *EmMa^M* thematisiert, dass das Verständnis der Längenmessung bei Kindern von verschiedenen Einsichten abhängig ist. Konkret wird dabei auf das Verständnis des Attributes Länge, das Verständnis der Längeninvarianz, das Verständnis der Transitivität, das Verständnis des Aufteilens in gleichlange Teile (eines Objekts in der Vorstellung), das Verständnis der Wiederholung der Einheit, das Verständnis der Akkumulation von Abständen, das Verständnis des Ausgangspunkts der Messung (Nullpunkt) sowie das Verständnis der Beziehung zwischen Maßzahl und Größe der Einheit eingegangen. Diese Einsichten werden an Videobeispielen verdeutlicht. Auf diese Weise wird das Thema Messen aus fachlicher und didaktischer Perspektive (mit besonderem Fokus auf kindliche Entwicklungsprozesse) vertieft. Ziel dieser intensiven Auseinandersetzung mit den fachlichen und fachdidaktischen Inhalten des Fortbildungskonzepts *EmMa* ist, dass die Multiplikatorinnen und Multiplikatoren im Sinne von Borko et al. (2014) vertieftes fachliches und fachdidaktisches Wissen aus theoretischer Perspektive und dadurch die Kompetenzen erwerben, die ihnen eine eigenständige Durchführung von Fortbildungen zur frühen mathematischen Bildung über die Qualifizierung hinaus ermöglichen.

Neben der theoretischen Auseinandersetzung erproben die Multiplikatorinnen und Multiplikatoren im Rahmen der Präsenzphase der *EmMa^M* Qualifizierung verschiedene Aktivitäten aus den Bausteinen der Fortbildungsreihe *EmMa* und reflektieren diese mit Blick auf ihre didaktische Zielsetzung in der Fortbildung *EmMa*. Dabei findet – neben einer Vertiefung des fachbezogenen Wissens – auch eine Vertiefung des fortbildungsdidaktischen Wissens sowie die Sammlung von Erfahrungen zu professionellen Lerngemeinschaften statt. Da dieses Wissen in der Zielgruppe der Qualifizierung weitestgehend vorausgesetzt wird, liegt der Fokus der Qualifizierung auf der fachbezogenen Expertise der Multiplikatorinnen und Multiplikatoren.

Um dem Umstand, dass die Multiplikatorinnen und Multiplikatoren kaum vertieftes mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen mitbringen, zusätzlich zu begegnen, werden den Multiplikatorinnen und Multiplikatoren im Rahmen der *EmMa^M* Qualifizierung für die Praxisphasen zudem verschiedene Ressourcen zur Unterstützung der eigenen Umsetzung der Fortbildungsreihe *EmMa* zur Verfügung gestellt: weiterführende Literatur zu den Inhalten der Qualifizierung, Spiel- und Praxismaterialien zur Gestaltung früher mathematischer Bildungsprozesse in der

Kindertagesstätte (Regelspiele, Legematerialien, Messgeräte etc.) sowie konkrete Fortbildungsmaterialien. In den konkreten Fortbildungsmaterialien finden sich neben Vorschlägen zur methodischen Strukturierung der Inhalte, den Videofallbeispielen sowie Vorschläge für Arbeitsmaterialien auch kommentierte Foliensätze und Moderationsleitfäden, in denen die einzelnen Ziele und Inhalte der Folien und Arbeitsaufträge genau erläutert werden. Darüber hinaus wurde während der Praxisphase eine Konferenzsprechstunde für alle Multiplikatorinnen und Multiplikatoren angeboten, um Rückfragen, die im Rahmen der Vorbereitung der eigenen Fortbildung auftauchen, zu begegnen, sowie eine Videoaufzeichnung der Qualifizierung bereitgestellt.

5 Zusammenfassung und Forschungsfrage

Um frühpädagogische Fachkräfte in der Breite zu unterstützen, frühe mathematische Bildung in der Kindertagesstätte nach einem alltagsintegrierten Ansatz umzusetzen, bietet sich ein scaling up der Fortbildungsmaßnahme *EmMa – Erzieherinnen und Erzieher machen Mathematik* durch die Qualifizierung von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren an. In diesem Zusammenhang wird nicht erwartet, dass die Multiplikatorinnen und Multiplikatoren das Fortbildungskonzept streng nach einem Manual implementieren, sondern stattdessen werden konzepttreue Adaptionen des Fortbildungskonzepts, die die Ziele und Themen des Fortbildungskonzepts nicht grundsätzlich verändern, als professionelle Aufgabe von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren verstanden (Brown 2009; Borko et al. 2014; Leufer et al. 2019). Adaptionen dieser Art erfordern jedoch eine hohe Expertise der Multiplikatorinnen und Multiplikatoren (Borko et al. 2014; Kuzle und Biehler 2015). Im Kontext der frühen mathematischen Bildung ergibt sich die besondere Herausforderung, dass die im Feld tätigen Multiplikatorinnen und Multiplikatoren diese Expertise mit Blick auf das vertiefte mathematische und mathematikdidaktische Wissen zumeist nicht mitbringen (Baumeister und Grieser 2011). Es stellt sich daher die Frage, wie diese Multiplikatorinnen und Multiplikatoren das Fortbildungskonzept *EmMa* adaptieren und inwieweit diese Adaptionen die grundlegenden Ziele des Fortbildungskonzepts beibehalten. Um sich dieser Frage zu nähern, ist neben einer Beschreibung der Adaptionshandlungen der Multiplikatorinnen und Multiplikatoren auch eine Bewertung dieser Adaptionen von Interesse. Ausgehend von den Forschungserkenntnissen zu Adaptionen von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren im Kontext von Fortbildungen für Lehrkräfte (Leufer et al. 2019; Zwetzschler et al. 2016) kann angenommen werden, dass nicht alle Adaptionen die thematischen Inhalte der Fortbildung vollständig erhalten und präzise darstellen. Vor dem Hintergrund, dass Lipowsky und Rzejak (2019, S. 59) „Klarheit und Verständlichkeit in der Präsentation von Inhalten“ als einen Kernaspekt professioneller Kompetenz von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren formulieren, erhält somit die Frage nach der Präzision der Darstellung durch die Multiplikatorinnen und Multiplikatoren besondere Relevanz. Zusätzlich stellt sich – anknüpfend an die Erkenntnisse von Zwetzschler et al. (2016), dass Adaptionen unerfahrener Multiplikatorinnen und Multiplikatoren eher zu einer Reduzierung des mathematischen Gehalts der Fortbildung führen – die Frage nach der fachlichen Korrektheit der Darstellung der Fortbildungsinhalte durch die Multipli-

katorinnen und Multiplikatoren, insbesondere vor dem Hintergrund der spezifischen Bedingungen bei Fortbildenden im Elementarbereich. Da sowohl die Präzision als auch die fachliche Korrektheit im Rahmen der theoretischen, fachbezogenen Inhalte der Fortbildung *EmMa* zum Tragen kommen, fokussiert sich die Studie im Folgenden auf diese Bestandteile. Daraus ergeben sich folgende Forschungsfragen:

1. Welche Adaptionshandlungen führen Multiplikatorinnen und Multiplikatoren an den theoretischen, fachbezogenen Inhalten des Fortbildungskonzepts *EmMa – Erzieherinnen und Erzieher machen Mathematik* durch?
2. Wie können diese Adaptionen hinsichtlich ihrer Präzision beschrieben werden?
3. Wie können diese Adaptionen hinsichtlich ihrer fachlichen Korrektheit beschrieben werden?

6 Forschungsdesign

Zur Beantwortung der Forschungsfragen wurde eine Feldstudie nach einem qualitativen, deskriptiven Ansatz (Renner et al. 2012) durchgeführt. Um die Handlungen der Multiplikatorinnen und Multiplikatoren möglichst umfassend zu dokumentieren und die Adaptionen einer systematischen Analyse zugänglich zu machen, wurde die Methode der videogestützten Beobachtung gewählt (Döring und Bortz 2016). Analysiert wurden Videoaufzeichnungen von Fortbildungen, die von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren im Rahmen der Praxisphase der *EmMa^M* Qualifizierung durchgeführt wurden.

Für die Untersuchung der Forschungsfrage wurde der dritte Vertiefungsbaustein des *EmMa*-Konzepts (*Größen und Messen*) exemplarisch ausgewählt. Die Durchführung dieses Bausteins im Rahmen der vierten Praxisphase findet im letzten Drittel der Qualifizierung statt. Die Qualifizierung lief zu diesem Zeitpunkt ca. fünf Monate, sodass davon ausgegangen werden kann, dass sich die Multiplikatorinnen und Multiplikatoren bereits ausführlich mit verschiedenen mathematischen und mathematikdidaktischen Inhalten sowie zusätzlicher Literatur auseinandergesetzt haben. Vor der Durchführung des *EmMa* Vertiefungsbausteins *Größen und Messen* absolvierten die Multiplikatorinnen und Multiplikatoren bereits drei Praxisphasen, in denen sie die *EmMa* Einführungsbausteine sowie zwei *EmMa* Vertiefungsbausteine durchführten. Da die *EmMa* Vertiefungsbausteine alle strukturgleich aufgebaut sind, kann davon ausgegangen werden, dass sich die Multiplikatorinnen und Multiplikatoren zum Zeitpunkt der Durchführung des Fortbildungsbausteins *Größen und Messen* in ihre Rolle als Fortbildende eingefunden haben.

6.1 Theoretische Inhalte des Vertiefungsbausteins *Größen und Messen*

Im Baustein *Größen und Messen* der Fortbildungsreihe *EmMa – Erzieherinnen und Erzieher machen Mathematik* wird der Umgang mit Größen in der Kindertagesstätte thematisiert und die Bedeutung des Sammelns von Erfahrungen herausgestellt. Im Anschluss werden die Größenbereiche Länge, Fläche, Volumen, Gewicht, Zeit und Geld genauer betrachtet und jeweils spezifische Merkmale, alltagsnahe Beispiele sowie standardisierte und nicht-standardisierte Einheiten dargestellt. Im Anschluss

geht es um Strategien des Größenvergleichs sowie die notwendigen Voraussetzungen für diese Vergleichsstrategien. Weiter wird die Bedeutung von Sprache mit ihren inhaltspezifischen Begriffen betont sowie die Grundidee des Messens erläutert. Von der Idee des Stützpunktwissens wird zum Schätzen übergeleitet. Hierbei wird die Bedeutung prozessbezogener Kompetenzen der Kinder beim Lösen von Alltagsproblemen herausgestellt. Zur Förderung eines diagnostischen Blicks der frühpädagogischen Fachkräfte werden aktuelle Forschungserkenntnisse zur Entwicklung der Kompetenzen von Kindern im Bereich Größen und Messen präsentiert.

Neben den Theoriephasen, in denen die skizzierten mathematischen und mathematikdidaktischen Inhalte thematisiert werden, sollen die frühpädagogischen Fachkräfte in den praktischen Phasen durch Aktivitäten und Videoanalysen ihr Wissen aktivieren, anwenden und vertiefen. Diese Phasen werden in der hier dargestellten Studie jedoch nicht betrachtet und daher nicht näher dargestellt.

6.2 Stichprobe

Die Studie erfolgte mittels eines multiple case study Ansatzes (Renner et al. 2012; Yin 2018), der sich durch ein exploratives Vorgehen und eine intensive Auseinandersetzung mit einem kleinen Sample kennzeichnet (Döring und Bortz 2016).

An der Qualifizierung *EmMa^M* nahmen neun Multiplikatorinnen aus fünf Bundesländern teil. Zwei Multiplikatorinnen bildeten ein Tandem und leiteten die Fortbildung *EmMa* gemeinsam¹. Für die Untersuchung der dargestellten Forschungsfrage können daher $N = 8$ Fälle herangezogen werden. Es handelt sich um eine Gelegenheitsstichprobe.

Sechs Multiplikatorinnen sind ausgebildete Erzieherinnen und sammelten zwischen 11 und 30 Jahre Berufserfahrung in der Kindertagesstätte. Zwei dieser sechs Multiplikatorinnen erwarben einen Studienabschluss. Zudem nahmen alle sechs Multiplikatorinnen an diversen Weiterbildungsangeboten teil. Die beiden Multiplikatorinnen ohne Ausbildung zur Erzieherin besitzen einen Studienabschluss in Erziehungswissenschaft bzw. für das Lehramt Sekundarstufe I, mit Fach Mathematik. Die Anzahl der selbst durchgeführten Fortbildungen variierte zwischen 0 und 300 Tagen. Die aktuellen Tätigkeiten zeigen erwartungsgemäß eine große Bandbreite. Neben einer Erzieherin nahmen drei Fachberaterinnen, eine Kitaleitung mit zusätzlicher freiberuflicher Dozententätigkeit, eine Multiplikatorin für alltagsintegrierte Sprachbildung, eine Lerntherapeutin sowie Mitarbeiterinnen eines Forschungs- und Entwicklungsinstituts teil.

Zur Durchführung des Bausteins *Größen und Messen* im Rahmen der *EmMa^M* Qualifizierung gaben alle Multiplikatorinnen in einer anschließenden Befragung an, die vertiefende Literatur zur Vorbereitung der eigenen Fortbildung herangezogen zu haben. Zusätzlich hat ein Teil der Multiplikatorinnen Ausschnitte aus der aufgezeichneten Qualifizierung zur Vorbereitung genutzt. Alle Multiplikatorinnen gaben

¹ Aufgrund sehr ähnlicher Voraussetzungen werden die beiden Multiplikatorinnen als ein Fall betrachtet. In den weiteren Ausführungen wird zur besseren Nachvollziehbarkeit auch von 8 Multiplikatorinnen gesprochen.

auf Nachfrage an, keine Adaptionen an den Inhalten oder Materialien des Fortbildungsbausteins durchgeführt zu haben.

6.3 Auswertungsmethode

Die vorliegenden Beobachtungsdaten wurden mit Hilfe der qualitativen Inhaltsanalyse ausgewertet (Mayring 2015). Dazu wurden die Videoaufzeichnungen der Theoriephasen des Bausteins *Größen und Messen* vollständig transkribiert. Auf Grundlage des zur Verfügung gestellten Foliensatzes sowie des Moderationsleitfadens wurden Analyseeinheiten erstellt. Ein zu thematisierender Inhalt, meist in einem Spiegelstrich auf der PowerPoint-Folie zusammengefasst und im Moderationsleitfaden ausführlicher beschrieben, bildet eine Analyseeinheit. Teilweise wurden auch ganze Folien als eine Analyseeinheit definiert. Insgesamt ergeben sich so 81 Analyseeinheiten.

Ausgehend von den Forschungsfragen wurde mittels einer Kombination aus einem deduktiven und induktiven Vorgehen ein Kategoriensystem erstellt. Das Kategoriensystem gliedert sich in drei Ebenen, die drei Analyseschritte repräsentieren. Im ersten Analyseschritt werden die *Adaptionshandlungen* der Multiplikatorinnen und Multiplikatoren in Anlehnung an Leufer et al. (2019) beschrieben. Im zweiten Analyseschritt werden die Adaptionen hinsichtlich der inhaltlichen Vollständigkeit bewertet (*Präzision*). Im letzten Schritt erfolgt eine Bewertung der Adaption mit Blick auf die fachliche Korrektheit, indem *fachbezogene Fehler* in der Darstellung der Inhalte durch die Multiplikatorinnen identifiziert werden. Die Oberkategorien *Adaptionshandlung*, *Präzision* und *Fachbezogene Fehler* sowie die Subkategorien der Adaptionshandlungen wurden deduktiv aus der Theorie und dem empirischen Forschungsstand abgeleitet. Da Studien zu Adaptionshandlungen von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren diese bislang ausschließlich deskriptiv betrachten und keine Kategorien zur Bewertung der Präzision und der fachlichen Korrektheit von Adaptionen vorliegen, wurden diese induktiv gebildet. Alle Kategorien wurden für den Codierprozess definiert und mit Ankerbeispielen und Codierregeln beschrieben (Mayring 2015). Im Folgenden wird das Kategoriensystem mit seinen drei

Tab. 1 Analyseschritt 1: Adaptionshandlung

Hauptkategorien	Kategoriendefinitionen
(A) Der zu vermittelnde Inhalt wird ausgelassen	Der zu vermittelnde Inhalt wird in der Fortbildung nicht angesprochen.
(B) Der zu vermittelnde Inhalt wird abgelesen (strenges Folgen)	Werden minimale Ergänzungen, sprachliche Umstellungen oder Paraphrasierungen vorgenommen, wird ebenfalls dieser Code verwendet. Erfolgt vor oder nach dem Vorlesen eine Äußerung, die nicht der Erklärung des Inhalts dient (bspw. Verweise auf vorige Äußerungen), wird ebenfalls dieser Code verwendet.
(C) Der zu vermittelnde Inhalt wird erläutert	Zuvor kann der Spiegelstrich vorgelesen oder paraphrasiert werden. Im Anschluss daran folgt die Erläuterung in eigenen Worten. Alltagsnahe Beispiele oder Denkipulse können integriert sein und die Erläuterung untermauern.

Analyseschritten *Adaptionshandlung*, *Präzision* und *Fachbezogene Fehler* im Detail vorgestellt.

Alle im ersten Analyseschritt identifizierten *Adaptionshandlungen* können als thematische Adaptionen im Sinne von Leufer et al. (2019) beschrieben werden. Materielle Adaptionen werden von den Multiplikatorinnen nicht durchgeführt. Für die thematischen Adaptionen lassen sich – in Anlehnung an die Kategorien von Leufer et al. (2019) – drei Hauptkategorien beschreiben (Tab. 1).

Im zweiten Analyseschritt wird eine Bewertung der Adaptionen mit Blick auf die *Präzision* der präsentierten Inhalte anhand induktiv gebildeter, evaluativer Kategorien vorgenommen (Kuckartz 2018). Die Frage nach der Präzision der Darstellung

Tab. 2 Analyseschritt 2: Präzision

Subkategorien	Kategoriendefinitionen	Ankerbeispiele
(B1) Der zu vermittelnde Inhalt wird unvollständig abgelesen	Textteile von der PowerPoint-Folie und/oder dem Moderationsleitfaden werden nicht vorgelesen.	„... und dann schwanken Preise auch.“
(B2) Der zu vermittelnde Inhalt wird vollständig abgelesen	Alle Textteile von der PowerPoint-Folie und dem Moderationsleitfaden werden vorgelesen.	„Preise sind auch nicht stabil, die schwanken auch immer.“
(C1) Der zu vermittelnde Inhalt ist in der Erläuterung nicht enthalten	Der Inhalt wird durch das Gesagte nicht erläutert. – Durch die (teilweise sehr ausschweifenden) Äußerungen wird nicht das erläutert, worum es eigentlich gehen soll. – Es ist nicht ersichtlich, worum es eigentlich gehen soll (v. a. bei langen Äußerungen). – (Ausschweifende) Äußerungen, ohne etwas konkret erklärt zu haben. – Äußerungen, die keine inhaltlichen Aussagen treffen.	„Die Preise sind nämlich nicht stabil, das ist immer irgendwie anders. Wenn man gerne in die USA reisen will, dann guckt man auch erst mal, wie viel kriege ich denn für einen Euro und das variiert dann ständig. Also es ist keine feste Größe.“
(C2) Der zu vermittelnde Inhalt ist in der Erläuterung nicht auf den Punkt gebracht oder unvollständig thematisiert	Unpräzise und/oder oberflächliche Formulierungen oder es werden nicht alle Bestandteile des Inhalts thematisiert. Sehr ausschweifende Äußerungen (wie bspw. unnötige Informationen), ohne konkret zu werden. Dadurch wird der Blick auf das Wesentliche versperrt. Integrierte, alltagsnahe Beispiele oder Denimpulse untermauern den zu vermittelnden Inhalts nicht.	„Dann gibt es auch noch Angebote auch. Das heißt auch etwas, was jetzt 5€ kostet muss nicht ein Leben lang 5€ kosten.“
(C3) Der zu vermittelnde Inhalt ist in der Erläuterung auf den Punkt gebracht und vollständig thematisiert	Verständliche und klare Formulierungen, es werden alle Bestandteile des Inhalts thematisiert. Integrierte, alltagsnahe Beispiele oder Denimpulse untermauern den zu vermittelnden Inhalt.	„Preise sind überhaupt nicht stabil. Also eine Tafel Milka-Schokolade kostet 1,09€ oder auf der Kieler Woche 80 Cent, als Angebot, ja.“

Tab. 3 Analyseschritt 3: Fachbezogene Fehler

Subkategorien	Kategoriendefinitionen	Ankerbeispiele
(F1) Das hinter dem zu vermittelnden Inhalt stehende theoretische Konzept wird fehlerhaft wiedergegeben	Das theoretische Konzept des zu vermittelnden Inhalts wird im Kontext fachlich falsch erläutert.	(Preisbildung verläuft nicht immer proportional zur Warenmenge) „Auch nicht proportional zur Ware, da gibt's mal wieder ein Sonderangebot, das ist dann wieder irgendwie günstiger als es vielleicht letzte Woche war.“
(F2) Es werden fachlich falsche Schlussfolgerungen gezogen oder Logikfehler gemacht	Zwei Inhalte werden miteinander verknüpft, indem der eine Inhalt fälschlicherweise als Schlussfolgerung des vorherigen Inhalts gesehen wird. Erläuterungen weisen logische Fehler auf.	„Geld hat keine standardisierten Maßeinheiten, das wissen wir auch, dass es auch in unterschiedlichen Ländern unterschiedliche Währungen gibt und damit Preise nicht stabil sind. Was bei uns viel ist, kann woanders wenig sein.“
(F3) Es werden Fachbegriffe fehlerhaft verwendet oder eine fachlich unpassende Sprache verwendet	Fachbegriffe werden unpassend oder im Kontext falsch verwendet. Es wird eine Sprache verwendet, welche zu stark an der Alltagssprache anlehnt.	„Die letzte Maß- und Messeinheit ist Geld.“
(F4) Das alltagsnahe Beispiel stellt nicht den zu vermittelnden Inhalt dar	Das Beispiel ist kein passendes Beispiel für den zu vermittelnden Inhalt und stellt damit einen Widerspruch zu der Erläuterung dar.	(Preisbildung verläuft nicht immer proportional zur Warenmenge): „... oder weil es größer ist muss ich mehr bezahlen, es kann auch anders herum sein, ein ganz kleines Stück Schmuck kostet vielleicht auch viel mehr als der große Pappkarton.“

ergibt sich nur für die Hauptkategorien B und C der Adaptionshandlungen, da nur diese Kategorien die Inhalte thematisieren. Für die Hauptkategorie *Der zu vermittelnde Inhalt wird abgelesen (strenges Folgen)* (B) konnten hinsichtlich der Präzision der dargestellten Inhalte zwei Subkategorien (B1, B2) gebildet werden, deren Definitionen sowie Ankerbeispiele aus dem Datenmaterial sich in Tab. 2 finden. Für die Hauptkategorie *Der zu vermittelnde Inhalt wird erläutert* (C) entwickelten sich mit Blick auf die Präzision der dargestellten Inhalte drei Subkategorien (C1, C2, C3, Tab. 2).

Im dritten Analyseschritt werden die *fachbezogenen Fehler* in der Darstellung der fachbezogenen, theoretischen Inhalte in den Fortbildungen der Multiplikatorinnen betrachtet. Um einen detaillierten Eindruck der fachbezogenen Korrektheit zu erlangen, wurden alle Textpassagen, die mathematikbezogene Fehler aufweisen, festgehalten. Die Codierung ist somit nicht auf einen Fehler pro Analyseeinheiten beschränkt, sondern es können mehrere Fehler in einer Analyseeinheit auftreten. Induktiv wurden Subkategorien der Fehler gebildet (Tab. 3).

Abb. 2 gibt einen Überblick über das Kategoriensystem mit den Analyseschritten *Adaptionshandlung*, *Präzision* und *Fachbezogene Fehler*. Die Abbildung verdeutlicht, dass sich die (Bewertungs-)Kategorien zur Präzision der dargestellten Inhalte direkt auf die identifizierten Adaptionshandlungen beziehen: alle Analyseeinheiten, die in Analyseschritt 1 mit dem Code B oder C codiert wurden, werden in Analyseschritt 2 mit *einem* der entsprechenden Subcodes hinsichtlich der Präzision codiert.

Abb. 2 Kategoriensystem

Die mit B1 und B2 (bzw. C1–C3) codierten Analyseseinheiten ergeben zusammengekommen somit alle Analyseseinheiten der Kategorie B (bzw. der Kategorie C). Zur Codierung der fachbezogenen Fehler werden ebenfalls nur die Analyseseinheiten betrachtet, die durch die Multiplikatorinnen thematisiert wurden (Adaptionshandlungen B und C), dabei können jedoch pro Analyseeinheit mehrere Fehler codiert werden. Die Kategorien *Präzision* und *Fachbezogene Fehler* können aus diesem Grund als zwei verschiedene Bewertungen der Adaptionen der Multiplikatorinnen betrachtet werden.

Anhand mehrerer Materialdurchgänge wurde überprüft, inwieweit das Kategoriensystem alle wesentlichen Bedeutungsaspekte des Materials erfasst. Zusätzlich wurde eine Doppelcodierung des Materials für die einzelnen Analyseschritte vorgenommen. Da es sich bei den Analyseschritten 1 und 2 um eher niedrig inferente Codierungen (also Codierungen mit geringem Interpretationsspielraum) handelt (Lotz et al. 2013), wurden hier 20 % des Materials von jeder Multiplikatorin durch zwei unabhängige Codiererinnen codiert. Die erste Codierung nahm die Entwicklerin des Kategoriensystems vor, die Zweitautorin des Beitrags, die zweite Codierung eine projektunabhängige Wissenschaftlerin. Diese Wissenschaftlerin erhielt eine kurze Einführung zu den Kategorien der Analyseschritte 1 und 2 sowie das Codiermanual. Dabei zeigte sich zwischen den beiden Codiererinnen eine akzeptable Beurteilungsübereinstimmung für Analyseschritt 1 mit einem Cohens $\kappa = 0,66$ und einer Übereinstimmung in 72 % der Codierungen sowie eine akzeptable Beurteilungsübereinstimmung für Analyseschritt 2 mit einem Cohens $\kappa = 0,67$ und einer Übereinstimmung in 72 % der Codierungen (Landis und Koch 1977; Wirtz und Casper 2002). Die Codierung im Analyseschritt 3 kann als eher mittel inferent beschrieben werden (Lotz et al. 2013), da die Identifikation eines fachbezogenen Fehlers ein hohes Ausmaß an Schlussfolgerungen aufseiten der Codiererinnen erfordert. Folglich reichte das einfache Training, das die zweite Codiererin erhalten hat, für die Überprüfung der Reliabilität dieses Analyseschritts nicht aus. Um diese Codierung dennoch mit Blick auf die Gütekriterien zu überprüfen, wurden für das gesamte Material nicht

eindeutige Codierungen zwischen der Zweit- und der Drittautorin ausgehandelt und erst nach der Einigung dieser Autorinnen codiert.

7 Ergebnisse

7.1 Adaptionshandlungen und Präzision

In den ersten beiden Analyseschritten werden die Adaptionshandlungen der Multiplikatorinnen sowie eine Bewertung dieser hinsichtlich der Präzision der Inhalte – im Sinne der Vollständigkeit und Klarheit der inhaltlichen Darstellung – betrachtet. Dabei zeigt sich, dass die Multiplikatorinnen im Mittel 18 (*Min.* = 11; *Max.* = 24; *SD* = 4,98) der insgesamt 81 Analyseseinheiten auslassen, 5 Analyseseinheiten (*Min.* = 1; *Max.* = 10; *SD* = 3,37) vollständig und 3 Analyseseinheiten (*Min.* = 1; *Max.* = 9; *SD* = 2,88) unvollständig ablesen. Im Mittel wurden 55 Analyseseinheiten (*Min.* = 47; *Max.* = 64; *SD* = 5,08), also mehr als die Hälfte aller Analyseseinheiten, von den Multiplikatorinnen erläutert. Diese Erläuterungen unterscheiden sich jedoch hinsichtlich der Präzision: Während im Mittel die Erläuterungen zu 24 Analyseseinheiten (*Min.* = 13; *Max.* = 44; *SD* = 11,68) mit dem Code *Inhalt auf den Punkt gebracht* versehen wurden, erweisen sich Erläuterungen zu im Mittel 23 Analyseseinheiten (*Min.* = 15; *Max.* = 29; *SD* = 5,06) als *nicht auf den Punkt gebracht oder unvollständig*. In den Erläuterungen zu im Mittel 8 Analyseseinheiten (*Min.* = 1; *Max.* = 13; *SD* = 4,29) ist der für die Analyseseinheit vorgesehene Inhalt nicht enthalten. Da sich zwischen den Multiplikatorinnen größere Unterschiede insbesondere in Bezug auf die Präzision der Erläuterung der Inhalte zeigen, werden

Abb. 3 Profile der Multiplikatorinnen

die Ergebnisse im Folgenden für die einzelnen Multiplikatorinnen berichtet und Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen den Multiplikatorinnen fokussiert.

Hinsichtlich der Adaptionshandlungen zeigt sich, dass M1 Inhalte in knapp 30 % der 81 Analyseseinheiten auslöst und Inhalte aus wenigen Analyseseinheiten (5) abliest. Den Inhalt von weit über der Hälfte der Analyseseinheiten (52) erläutert M1 in eigenen Worten. Bei diesen Erläuterungen bleibt vieles unpräzise oder die Erläuterungen beinhalten die zentralen Inhalte nicht. Für ca. ein Sechstel der Analyseseinheiten (14) wird der Inhalt durch die Erläuterungen präzise dargestellt. Ein ähnliches Profil zeigen auch M3 und M4 (Abb. 3). Im Vergleich zu M1, M3 und M4 thematisieren M2 und M7 die Inhalte der Analyseseinheiten häufiger (in 66 bzw. 65 der 81 Analyseseinheiten). Allerdings lesen M2 und M7 die Inhalte auch häufiger ab (19 bzw. 14 Analyseseinheiten). Beide Multiplikatorinnen erläutern über zwei Drittel der Inhalte in eigenen Worten (47 bzw. 51 Analyseseinheiten), davon sind weniger als die Hälfte der Erläuterungen präzise (18 bzw. 17 Analyseseinheiten). Die übrigen Erläuterungen beinhalten die Inhalte nicht (7 bzw. 12 Erläuterungen) oder erweisen sich als unpräzise (je 22 Analyseseinheiten). M5, M6 und M8 erläutern im Gegensatz zu den übrigen Multiplikatorinnen einen hohen Anteil der Inhalte präzise in eigenen Worten (34 bzw. 44 bzw. 34). Nur bei einem geringen Teil der Erläuterungen (8 bzw. 1 bzw. 3) sind die Inhalte nicht enthalten oder unpräzise bzw. unvollständig.

7.2 Fachbezogene Fehler

Analyseschritt 3 betrachtet die fachbezogenen Fehler der Darstellungen der Inhalte (Abb. 4 und 5). Alle fachbezogenen Fehler – bis auf zwei Ausnahmen² – ergeben sich im Rahmen der Erläuterung der Inhalte in eigenen Worten (und somit innerhalb der Hauptkategorie *C: Inhalt wird erläutert*). Insgesamt zeigen sich in der

Abb. 4 Verteilung der fachbezogenen Fehler in den Präzisions-Subkategorien C1, C2 und C3

² M6 äußert zu den standardisierten und nicht-standardisierten Einheiten des Größenbereichs Zeit folgendes: „Die Einheiten, habe ich glaube ich alle genannt, genau. Das Jahr, der Monat, die Woche, Tag, Stunde, Minute und Sekunde. – Ich glaube da gibt’s auch keine nicht-standardisierten, ne.“

M5 nutzt bei dem Verweis auf die Transitivität den fehlerhaften Begriff „Transitivität“: „Zwei Gegenstände mit einem Dritten vergleichen. Das war diese Transitivität.“

Da es sich hierbei um zwei Ausnahmen handelt, die einen Fehler beim Ablesen codieren, sollen diese Fehler zu Gunsten einer besseren Vergleichbarkeit im Folgenden nicht berücksichtigt werden.

Abb. 5 Fachbezogene Fehler der Multiplikatorinnen

Darstellung der theoretischen Inhalte des Bausteins *Größen und Messen* durch die Multiplikatorinnen 149 fachbezogene Fehler.

Innerhalb der Kategorie *C: Inhalt wird erläutert* zeigt sich, dass sich die fachbezogenen Fehler ungleich auf die drei Subkategorien verteilen (Abb. 4): Innerhalb der insgesamt 182 Codierungen *Inhalt nicht auf den Punkt gebracht oder unvollständig* befinden sich mit 100 Codierungen die meisten fachbezogenen Fehler, dagegen sind innerhalb der 65 Codierungen *Inhalt ist nicht enthalten* und den 191 Codierungen *Inhalt auf den Punkt gebracht und vollständig* mit 24 bzw. 25 Codierungen weniger fachbezogene Fehler enthalten. Hierbei gilt zu beachten, wie oben bereits ausgeführt, dass innerhalb einer Codierung bezüglich der Kategorie *C: Inhalt wird erläutert* mehrere fachbezogene Fehler auftreten können.

Werden die insgesamt 149 fachbezogenen Fehler in den vier verschiedenen Fehlerkategorien (F1 bis F4, Tab. 3) betrachtet, zeigt sich, dass in einem Drittel der Fälle das theoretische Konzept fehlerhaft wiedergegeben wird (51 Codierungen). Etwa gleich häufig treten fachlich falsche Schlussfolgerungen oder Logikfehler (36 Codierungen) sowie fehlerhaft verwendete Fachbegriffe oder eine fachlich unpassende Sprache (37 Codierungen) auf. In 24 Fällen wurde ein aus inhaltlicher Perspektive unpassendes Beispiel angeführt.

Auch bei Analyseschritt 3 zeigen sich große Unterschiede zwischen den Multiplikatorinnen (Abb. 5). Auffallend sind M1 und M4, die 33 bzw. 36 fachbezogene Fehler innerhalb ihrer 52 bzw. 57 erläuterten Analyseeinheiten aufweisen. M1 erläutert insbesondere theoretische Konzepte fehlerhaft, bei M4 zeigt sich eher die Fachsprache sowie das korrekte Schlussfolgern als herausfordernd. Demgegenüber

machen M6 und M8 innerhalb der Erläuterung von 62 bzw. 52 Analyseeinheiten lediglich 8 bzw. 5 fachbezogenen Fehler.

8 Diskussion und Ausblick

Gegenstand der dargestellten Studie bildete das scaling up des Fortbildungskonzepts *EmMa – Erzieherinnen und Erzieher machen Mathematik*. Gerade im Bereich der frühen mathematischen Bildung ist der Bedarf an didaktisch ausgearbeiteten Fortbildungsangeboten, die zentralen Merkmalen effektiver Fortbildungen entsprechen, hoch, da Angebote dieser Art nahezu vollständig fehlen (Baumeister und Grieser 2011; Buschle und Gruber 2018). Eine besondere Herausforderung ergab sich in diesem scaling up Prozess aus dem überwiegend fehlenden vertieften mathematischen und mathematikdidaktischen Wissen der Multiplikatorinnen und Multiplikatoren (Baumeister und Grieser 2011; Buschle und Gruber 2018). Da für diese Zielgruppe keine Konzepte zum scaling up von Fortbildungen vorlagen, wurden Konzepte aus dem Schulkontext, insbesondere das *Drei-Tetraeder-Modell* der gegenstandsbezogenen Professionalisierungsforschung (Prediger et al. 2017), adaptiert und auf Basis dieser Modelle die umfassende Qualifizierung *EmMa^M* für Multiplikatorinnen und Multiplikatoren entwickelt. *EmMa^M* umfasst 10 Präsenztage, 5 Präsenzphasen und ein vielseitiges Unterstützungsangebot für die Durchführung der Fortbildungen in den Praxisphasen, das aus kommentierten Foliensätzen, Moderationsleitfäden, Arbeitsblättern, vertiefender Literatur, Sprechstunden während der Praxisphasen sowie der Bereitstellung verschiedener Spiel- und Praxismaterialien bestand. Inwiefern dieser Ansatz der Qualifizierung geeignet für die genannte Zielgruppe ist, muss durch verschiedene Studien geprüft werden. In einem ersten Schritt wurden dazu explorativ die Adaptionshandlungen der *EmMa^M*-Multiplikatorinnen hinsichtlich der Präzision der Darstellung sowie der fachlichen Korrektheit betrachtet. Im Folgenden werden zunächst die Limitationen der durchgeführten Studie benannt, um auf dieser Grundlage die Ergebnisse der Studie inhaltlich zu diskutieren.

8.1 Limitationen der Studie

Bei der Studie handelt es um eine explorative Untersuchung nach einem qualitativen Forschungsansatz an einer heterogenen Gelegenheitsstichprobe. Die Ergebnisse dieser Studie müssen deshalb mit Bezug auf die konkrete Stichprobe betrachtet werden. Bei den untersuchten Multiplikatorinnen handelt es sich um eine spezielle Zielgruppe aus dem Bereich der frühen Bildung, die überwiegend kaum vertieftes mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen aufwies. Inwiefern die hier berichteten Ergebnisse auf Multiplikatorinnen und Multiplikatoren für Lehrkraftfortbildungen übertragbar sind, bleibt an dieser Stelle zu hinterfragen. Ebenso konnte aufgrund der begrenzten Gelegenheitsstichprobe kein systematischer Vergleich von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren mit unterschiedlicher Expertise im Bereich Mathematik bzw. im Bereich Fortbildungsdidaktik vorgenommen werden. Die Ergebnisse dieser Studie geben jedoch erste Hinweise darauf, dass fehlendes vertieftes mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen nicht durch Fortbildungserfah-

rungen im Allgemeinen ausgleichbar ist – zumindest mit Blick auf die theoretischen Phasen der Fortbildung.

Neben der Stichprobe und dem Forschungsansatz ergeben sich auch Limitationen aufgrund des Auswertungsvorgehens. So zeigt sich für das Kategoriensystem zwar eine akzeptable Beurteilungsübereinstimmung, jedoch wurde diese nur an Ausschnitten des Materials durch zwei Codiererinnen überprüft. Um das Kategoriensystem in der vorliegenden Form für andere Studien zu adaptieren, z. B. um die Prozessqualität von Fortbildungen zu beschreiben, wären zunächst Validierungsschritte notwendig.

Zusätzlich muss berücksichtigt werden, dass das ausgewertete Videomaterial in Fortbildungen gewonnen wurde, die im Rahmen der Praxisphase der Qualifizierung durchgeführt wurden. An diesem Punkt kann nicht erwartet werden, dass die Multiplikatorinnen bereits alle notwendigen Kompetenzen zur Durchführung von Fortbildungen zur frühen mathematischen Bildung nach dem *EmMa* Konzept erworben haben. Vielmehr dient das eigenständige Durchführen eines Fortbildungsbausteins als Lerngelegenheit. Erfahrungen, die auf diese Weise gesammelt werden, wurden im Rahmen der Qualifizierung reflektiert, sodass die Multiplikatorinnen ihre Kompetenzen weiterentwickeln konnten. Dennoch kann davon ausgegangen werden, dass die vorliegenden Daten ein guter Indikator für die nach der Qualifizierung durchgeführten, eigenständigen Fortbildungen zur frühen mathematischen Bildung sind, da insbesondere die theoretischen, fachlichen und fachdidaktischen Inhalte, die im Rahmen der Qualifizierung vertieft thematisiert wurden und im Fokus dieser Studie stehen, bei der Durchführung der Fortbildung im Rahmen der Qualifizierung sehr präsent waren. Inwiefern dies auch im Anschluss der Qualifizierung der Fall ist, bleibt an dieser Stelle offen.

8.2 Inhaltliche Diskussion

Trotz der dargestellten Limitationen können durch die dargestellte Studie erste Einblicke in Adaptionshandlungen von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren zur frühen mathematischen Bildung aus der Perspektive der Präzision und fachlichen Korrektheit der Darstellung gewonnen werden. Die Ergebnisse machen deutlich, dass der eigenständige Umgang mit mathematischen und mathematikdidaktischen Inhalten des *EmMa* Fortbildungsbausteins *Größen und Messen* auch mit intensiver Unterstützung anspruchsvoll und bei vielen Multiplikatorinnen mit fachbezogenen Fehlern verbunden ist. Dabei zeigt sich, dass die Multiplikatorinnen zur frühen mathematischen Bildung – im Gegensatz zu erfahrenen Multiplikatorinnen im Kontext von Lehrkräftefortbildungen (Leufer et al. 2019) – keine materiellen Adaptionen vornahmen. Dies ist insofern auffällig, da Multiplikatorinnen und Multiplikatoren auch im Kontext von Lehrkräftefortbildungen umfangreiche Unterstützungsmaterialien zur Verfügung gestellt bekommen, was als ein wichtiger Baustein einer Qualifizierung für Multiplikatorinnen und Multiplikatoren beschrieben wird (Jacobs et al. 2017; Schifter und Lester 2005), und Multiplikatorinnen und Multiplikatoren in diesem Kontext dennoch sowohl thematische als auch materielle Adaptionen vornehmen (Leufer et al. 2019; Zwetzschler et al. 2016). Dieses Ergebnis könnte darauf hinweisen, dass neben dem vertieften mathematischen und mathematikdidaktischen

Wissen, das bspw. Borko et al. (2014) als essenziell beschreiben, auch „die Erfahrungen der [Multiplikatorinnen und Multiplikatoren] mit dem Fortbildungsinhalt“ (Lipowsky und Rzejak 2019, S. 59) eine zentrale Rolle spielen. Die in unserer Studie untersuchten Multiplikatorinnen führten das erste Mal Fortbildungen zur frühen mathematischen Bildung durch und wiesen daher nur geringe Erfahrungen mit dem Inhalt der Fortbildungen auf.

Weiter zeigt sich in dieser Studie, dass die Multiplikatorinnen zur frühen mathematischen Bildung – entgegen ihrer eigenen Aussagen – verschiedene thematische Adaptionen vornehmen. Beispielsweise wurden Inhalte aus bis zu 24 Analyseeinheiten ausgelassen. Dies passt zu den Ergebnissen von Leufer et al. (2019), die ebenfalls zeigen, dass auch erfahrene Multiplikatorinnen und Multiplikatoren theoretische Inhalte auslassen. Während jedoch erfahrene Multiplikatorinnen und Multiplikatoren in der Studie von Leufer et al. theoretische Inhalte bewusst auslassen und dies mit Blick auf die Bedürfnisse ihrer Zielgruppe begründen, waren den Multiplikatorinnen in dieser Studie ihre Anpassungshandlungen nicht bewusst. Da die Auslassungen sich auf einzelne Stichpunkte und zugehörige Erläuterungen, nicht jedoch auf ganze Folien beziehen, könnte dieses Ergebnis so interpretiert werden, dass die Multiplikatorinnen vermieden einzelne Inhalte anzusprechen, zu denen ihnen das vertiefte mathematische und mathematikdidaktische Wissen nach Borko et al. (2014) fehlte. Ein anderer Interpretationsansatz wäre, dass die Multiplikatorinnen zwar selbst das vertiefte mathematische und mathematikdidaktische Wissen erwerben konnten, ihnen jedoch der Transfer dieses Wissens in die Fortbildungspraxis nicht gelang. Für beide Interpretationsansätze gilt jedoch, dass durch das Auslassen der Inhalte, die Ziele, die in der jeweiligen Analyseeinheit angesprochen werden, durch die Multiplikatorinnen nicht thematisiert werden und sich der fachliche Anspruch der Fortbildungen damit reduziert. Dies stimmt überein mit den Ergebnissen von Zwetzschler et al. (2016) zu unerfahrenen Multiplikatorinnen und Multiplikatoren in Fortbildungen mit Lehrkräften.

Neben dem Auslassen der Inhalte wurden einige Inhalte vollständig abgelesen. Diese Form der Adaption deckt sich mit der von Leufer et al. (2019) für Multiplikatorinnen und Multiplikatoren beschriebenen materiellen Anpassungshandlung *Folgen* mit dem Unterschied, dass diese Adaptionshandlung von den Multiplikatorinnen in dieser Studie auf thematischer Ebene gezeigt und sehr streng ausgelegt wurde. Auch an dieser Stelle kann angenommen werden, dass den Multiplikatorinnen entsprechendes vertieftes mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen für den flexiblen Umgang mit den Inhalten fehlte. Gestützt wird diese Vermutung durch die Häufung der fachbezogenen Fehler in den eigenständigen Erläuterungen der Inhalte durch die Multiplikatorinnen. Gleichzeitig kann vermutet werden, dass die Multiplikatorinnen den abgelesenen Inhalten eine hohe Bedeutung zumessen, da sie sich um eine präzise Darstellung bemühten. Entsprechend werden diese Analyseeinheiten auch konzepttreu, also im Sinne der grundlegenden Ziele der Fortbildung *EmMa*, thematisiert. Interessant wäre es, die Analyseeinheiten, die Multiplikatorinnen auslassen bzw. ablesen, in einer Folgestudie inhaltsanalytisch genauer zu betrachten.

Neben der Beschreibung der Adaptionen wurden in dieser Studie die Adaptionen aus fachbezogener Perspektive bewertet. Hier zeigt sich ebenso, dass der fachliche

Anspruch des Fortbildungskonzepts *EmMa* für die Multiplikatorinnen eine große Herausforderung darstellt: Über alle Fälle hinweg zeigen sich 149 fachbezogene Fehler – größtenteils in den eigenständigen Erläuterungen der Fortbildungsinhalte durch die Multiplikatorinnen. Diese Erläuterungen erweisen sich zudem häufig als unpräzise. Den Multiplikatorinnen gelingt somit nicht immer eine klare und verständliche Präsentation der Inhalte oder die Verdeutlichung der theoretischen Inhalte an passenden Beispielen – beides sind jedoch nach Lipowsky und Rzejak (2019) Aspekte professioneller Kompetenz von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren. Welchen Einfluss diese Einschränkungen in der Darstellung der Fortbildungsinhalte durch die Multiplikatorinnen auf die Wirksamkeit der Fortbildungen zur frühen mathematischen Bildung hat, bleibt an dieser Stelle offen und muss in weiteren Studien geprüft werden.

Zusammenfassend zeigt sich, dass die Kriterien für ein erfolgreiches scaling up der Fortbildung *EmMa – Erzieherinnen und Erzieher machen Mathematik* nach Coburn (2003) durch die Qualifizierung bislang nur eingeschränkt erreicht werden konnten: So bleibt unklar, inwiefern die Multiplikatorinnen neben den Aktivitäten und Materialien auch die pädagogischen Prinzipien der Fortbildung übernehmen und das scaling up eine entsprechende *Tiefe* erreicht, da die Multiplikatorinnen dem Fortbildungskonzept *EmMa* zu weiten Teilen (streng) folgen. Auf dieser Grundlage kann auch nur eingeschränkt davon ausgegangen werden, dass sich eine *Verschiebung der Verantwortung für die Reform* von den Qualifizierenden auf die Multiplikatorinnen und Multiplikatoren ergeben hat. Gleichzeitig sind scaling up Prozesse langfristig angelegt und Wirkungen dieser Art zeigen sich vermutlich erst in den komplett eigenständig durchgeführten Fortbildungen der Multiplikatorinnen oder nachdem die Multiplikatorinnen ihre Erfahrungen mit dem Fortbildungskonzept vertiefen und so – wie es Lipowsky und Rzejak (2019) beschreiben – ihre Authentizität stärken konnten. Insgesamt stützen die Ergebnisse der vorliegenden Studie die These von Borko et al. (2014), dass Multiplikatorinnen und Multiplikatoren vertieftes mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen als Teil ihres *Mathematical Knowledge for Professional Development* benötigen, um fachliche Anforderungen von Fortbildungen zu bewältigen – zumindest für die theoretischen Phasen des Fortbildungsbausteins *Größen und Messen* der Fortbildung *EmMa*. Weitere Forschung zu diesem Aspekt sollte die genaue Rolle des mathematikdidaktischen Wissens der Multiplikatorinnen und Multiplikatoren für die Wirkung von Fortbildungen zur frühen mathematischen Bildung klären. Zudem erweist sich der Zusammenhang zwischen den Qualifikationen und beruflichen Hintergründe der Multiplikatorinnen und Multiplikatoren und der Qualität sowie der Wirksamkeit der Fortbildung als weiteres Forschungsdesiderat. Studien, die diese Aspekte beleuchten, können dazu beitragen, den Fortbildungssektor – nicht nur für den Bereich der frühen mathematischen Bildung – langfristig zu professionalisieren.

Funding This research was conducted within the German Centre for Mathematics Teacher Education (DZLM) and funded by Deutsche Telekom Stiftung. Open Access funding enabled and organized by Projekt DEAL.

Open Access Dieser Artikel wird unter der Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz veröffentlicht, welche die Nutzung, Vervielfältigung, Bearbeitung, Verbreitung und Wiedergabe in

jeglichem Medium und Format erlaubt, sofern Sie den/die ursprünglichen Autor(en) und die Quelle ordnungsgemäß nennen, einen Link zur Creative Commons Lizenz beifügen und angeben, ob Änderungen vorgenommen wurden.

Die in diesem Artikel enthaltenen Bilder und sonstiges Drittmaterial unterliegen ebenfalls der genannten Creative Commons Lizenz, sofern sich aus der Abbildungslegende nichts anderes ergibt. Sofern das betreffende Material nicht unter der genannten Creative Commons Lizenz steht und die betreffende Handlung nicht nach gesetzlichen Vorschriften erlaubt ist, ist für die oben aufgeführten Weiterverwendungen des Materials die Einwilligung des jeweiligen Rechteinhabers einzuholen.

Weitere Details zur Lizenz entnehmen Sie bitte der Lizenzinformation auf <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de>.

Literatur

- Altrichter, H. (2010). Schul- und Unterrichtsentwicklung durch Datenrückmeldung. In H. Altrichter & K. Maag Merki (Hrsg.), *Handbuch Neue Steuerung im Schulsystem* (S. 219–254). Wiesbaden: VS.
- Anders, Y., Große, C., Rossbach, H.-G., Ebert, S., & Weinert, S. (2013). Preschool and primary school influences on the development of children's early numeracy skills between the ages of 3 and 7 years in Germany. *School Effectiveness and School*, 24, 195–211.
- Bakken, L., Brown, N., & Downing, B. (2017). Early childhood education: the long-term benefits. *Journal of Research in Childhood Education*, 31(2), 255–269. <https://doi.org/10.1080/02568543.2016.1273285>.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Barzel, B., & Selter, C. (2015). Die DZLM-Gestaltungsprinzipien für Fortbildungen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 36(2), 259–284. <https://doi.org/10.1007/s13138-015-0076-y>.
- Baumeister, K., & Grieser, A. (2011). *Berufsbegleitende Fort- und Weiterbildung frühpädagogischer Fachkräfte – Analyse der Programmangebote*. WiFF Studien, Bd. 10. München: Deutsches Jugendinstitut e. V..
- Blömeke, S., Jenßen, L., Grassmann, M., Dunekacke, S., & Wedekind, H. (2017). Process mediates structure: the relation between preschool teacher education and preschool teachers' knowledge. *Journal of Educational Psychology*, 109(3), 338–354. <https://doi.org/10.1037/edu0000147>.
- Borko, H. (2004). Professional development and teacher learning: mapping the terrain. *Educational Researcher*, 33(8), 3–15.
- Borko, H., Koellner, K., & Jacobs, J. (2014). Examining novice teacher leaders' facilitation of mathematics professional development. *Journal of Mathematical Behavior*, 33, 149–167.
- Brown, M. W. (2009). The teacher-tool relationship. Theorizing the design and use of curriculum materials. In J. T. Remillard, B. A. Herbel-Eisenmann & G. M. Lloyd (Hrsg.), *Mathematics teachers at work: connecting curriculum materials and classroom instruction* (S. 17–36). New York: Routledge.
- Bruns, J., & Eichen, L. (2018). EmMa – Fortbildung für elementarpädagogische Fachpersonen zur frühen mathematischen Bildung. In R. Biehler, T. Lange, T. Leuders, B. Rösken-Winter, P. Scherer & C. Selter (Hrsg.), *Mathematikfortbildungen professionalisieren. Konzepte, Beispiele und Erfahrungen des Deutschen Zentrums für Lehrerbildung Mathematik* (S. 417–434). Berlin: Springer.
- Bruns, J., Eichen, L., & Gasteiger, H. (2017). Mathematics-related competence of early childhood teachers visiting a continuous professional development course: an intervention study. *Mathematics Teacher Education and Development*, 19(3), 76–93.
- Buschle, C., & Gruber, V. (2018). *Die Bedeutung von Weiterbildung für das Arbeitsfeld Kindertageseinrichtung*. WiFF Studien, Bd. 30. München: Deutsches Jugendinstitut e. V..
- Coburn, C. E. (2003). Rethinking scale: moving beyond numbers to deep and lasting change. *Educational Researcher*, 32(6), 3–12.
- Darling-Hammond, L., Hyster, M. E., & Gardner, M. (2017). *Effective teacher professional development*. Palo Alto: Learning Policy Institute.
- Davis, E. A., Beyer, C., Forbes, C. T., & Stevens, S. (2011). Understanding pedagogical design capacity through teachers' narratives. *Teaching and Teacher Education*, 27(4), 797–810.

- Desimone, L. M. (2009). Improving impact studies of teachers' professional development: toward better conceptualizations and measures. *Educational Researcher*, 38(3), 181–199. <https://doi.org/10.3102/0013189X08331140>.
- Döring, N., & Bortz, J. (2016). *Forschungsmethoden und Evaluation in den Sozial- und Humanwissenschaften* (5. Aufl.). Berlin, Heidelberg: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-41089-5>.
- Eichen, L., & Bruns, J. (2017). Interventionsstudie zur Entwicklung mathematikbezogener Einstellungen frühpädagogischer Fachpersonen. *Frühe Bildung*, 6(2), 67–73.
- Gasteiger, H. (2012). Fostering early mathematical competencies in natural learning situations—foundation and challenges of a competence-oriented concept of mathematics education in kindergarten. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 33(2), 181–201. <https://doi.org/10.1007/s13138-012-0042-x>.
- Gasteiger, H., & Benz, C. (2016). Mathematikdidaktische Kompetenz von Fachkräften im Elementarbereich – ein theoriebasiertes Kompetenzmodell. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 37(2), 263–287. <https://doi.org/10.1007/s13138-015-0083-z>.
- Hayes, D. (2000). Cascade training and teachers' professional development. *ELT Journal*, 54(2), 135–145. <https://doi.org/10.1093/elt/54.2.135>.
- Jacobs, J., Seago, N., & Koellner, K. (2017). Preparing facilitators to use and adapt mathematics professional development materials productively. *International Journal of STEM Education*, 4(1), 30. <https://doi.org/10.1186/s40594-017-0089-9>.
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology*, 45(3), 850–867. <https://doi.org/10.1037/a0014939>.
- Kuckartz, U. (2018). *Qualitative Inhaltsanalyse. Methoden, Praxis, Computerunterstützung* (4. Aufl.). Weinheim: Beltz Juventa.
- Kuzle, A., & Biehler, R. (2015). Examining mathematics mentor teachers' practices in professional development courses on teaching data analysis: implications for mentor teachers' programs. *ZDM Mathematics Education*, 47(1), 39–51. <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0663-2>.
- Landis, J. R., & Koch, G. G. (1977). The measurement of observer agreement for categorical data. *Biometrics*, 33(1), 159–174. <https://doi.org/10.2307/2529310>.
- Lehrl, S., Kluczniok, K., & Rossbach, H. G. (2016). Longer-term associations of preschool education: the predictive role of preschool quality for the development of mathematical skills through elementary school. *Early Childhood Research Quarterly*, 36, 475–488. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2016.01.013>.
- Leufer, N., Prediger, S., Mahns, P., & Kortenkamp, U. (2019). Facilitators' adaptation practices of curriculum material resources for professional development courses. *International Journal of STEM Education*, 6(24), 1–18.
- Lindmeier, A., Seemann, S., Kuratli-Geeler, S., Dunekacke, S., Leuchter, M., Vogt, F., Moser Opitiz, E., & Heinze, A. (2020). Modelling early childhood teachers' mathematics-specific professional competence and its differential growth through professional development—an aspect of structural validity. *Research in Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1080/14794802.2019.1710558>.
- Lipowsky, F. (2014). Theoretische Perspektiven und empirische Befunde zur Wirksamkeit von Lehrerfortbildungen. In E. Terhart, H. Bennewitz & M. Rothland (Hrsg.), *Handbuch der Forschung zum Lehrerberuf* (Bd. 2, S. 511–541). Münster: Waxmann.
- Lipowsky, F. (2019). Wie kommen Befunde der Wissenschaft in die Klassenzimmer? – Impulse der Fortbildungsforschung. In C. Donie, F. Foerster, M. Obermayr, A. Deckwerth, G. Kammermeyer, G. Lenke & al (Hrsg.), *Grundschulpädagogik zwischen Wissenschaft und Transfer* (S. 144–161). Wiesbaden: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-26231-0>.
- Lipowsky, F. & Rzejak, D. (2019). Empirische Befunde zur Wirksamkeit von Fortbildungen für Lehrkräfte. In P. Platzbecker & B. Priebe (Hrsg.), *Zur Wirksamkeit und Nachhaltigkeit von Lehrerfortbildung. Qualitätssicherung und Qualitätsentwicklung Katholischer Lehrfort- und -weiterbildung* (S. 34–74). Dokumentation der Fachtagung vom 26.–27. September 2018 in Wermelskirchen. https://www.ifl-fortbildung.de/fileadmin/user_upload/20190329_ifl_Fachtagung_Fortbildungsqualitaet_V5.pdf Gesehen am 14. Mai 2020
- Lotz, M., Gabriel, K., & Lipowsky, F. (2013). Niedrig und hoch inferente Verfahren der Unterrichtsbeobachtung: Analysen zu deren gegenseitiger Validierung. *Zeitschrift für Pädagogik*, 59(3), 357–380.
- Mayring, P. (2015). *Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken*. Bd. 12. Weinheim: Beltz.
- Mischo, C. (2016). Subjektiver Kompetenzzuwachs und Wissenszuwachs bei frühpädagogischen Fachkräften unterschiedlicher Ausbildungsprofile. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 19(3), 577–597. <https://doi.org/10.1007/s11618-015-0658-y>.

- van Oers, B. (2010). Emergent mathematical thinking in the context of play. *Educational Studies in Mathematics*, 74(1), 23–37. <https://doi.org/10.1007/s10649-009-9225-x>.
- Prediger, S., Leuders, T., & Rösken-Winter, B. (2017). Drei-Tetraeder-Modell der gegenstandsbezogenen Professionalisierungsforschung: Fachspezifische Verknüpfung von Design und Forschung. *Jahrbuch für Allgemeine Didaktik*, 2017, 159–177.
- Prediger, S., Rösken-Winter, B., & Leuders, T. (2019). Which research can support PD facilitators? Strategies for content-related PD research in the Three-Tetrahedron Model. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 22(4), 407–425.
- Renner, K.-H., Heydasch, T., & Ströhlein, G. (2012). *Forschungsmethoden der Psychologie. Von der Fragestellung zur Präsentation*. Wiesbaden: VS.
- Rezat, S., & Sträßer, R. (2012). From the didactical triangle to the socio-didactical tetrahedron: artifacts as fundamental constituents of the didactical situation. *ZDM Mathematics Education*, 44(5), 641–651.
- Rösken-Winter, B., Hoyles, C., & Blömeke, S. (2015). Evidence-based CPD: scaling up sustainable interventions. *ZDM Mathematics Education*, 47(1), 1–12.
- Schifter, D., & Lester, J. B. (2005). Active facilitation: what do facilitators need to know and how might they learn it. *Journal of Mathematics and Science: Collaborative Explorations*, 8, 97–118.
- Sherin, M. G., & Drake, C. (2009). Curriculum strategy framework: investigating patterns in teachers' use of a reform-based elementary mathematics curriculum. *Journal of Curriculum Studies*, 41(4), 467–500.
- Stringfield, S., & Datnow, A. (1998). Introduction: scaling up school restructuring designs in urban schools. *Education and Urban Society*, 30(3), 269–276. <https://doi.org/10.1177/0013124598030003001>.
- Tzur, R. (2001). Becoming a mathematics teacher-educator: conceptualizing the terrain through self-reflective analysis. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4, 259–283. <https://doi.org/10.1023/A:1013314009952>.
- Wirtz, M., & Casper, F. (2002). *Beurteilerübereinstimmung und Beurteilerreliabilität. Methoden zur Bestimmung und Verbesserung der Zuverlässigkeit von Einschätzungen mittels Kategoriensystemen und Ratingskalen*. Göttingen: Hogrefe.
- Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications: design and methods* (6. Aufl.). Los Angeles: SAGE.
- Zwetzschler, L., Rösike, K., Prediger, S., & Barzel, B. (2016). Professional development leaders' priorities of content and their views on participant-orientation. <http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/veroeff/I6-ICME-Facilitators-Zwetzschler-etal.pdf>. Zugegriffen: 4. Febr. 2020.