



Untersuchung verschiedener Vergleichsspannungshypothesen im Kontext der Dauerfestigkeit einsatzgehärteter Wellen

Jakob Pogert¹ · Lukáš Suchý² · Carsten Ulrich¹ · Berthold Schlecht¹ · Alexander Hasse²

Eingegangen: 13. November 2023 / Angenommen: 28. Februar 2024
© The Author(s) 2024

Zusammenfassung

Im Allgemeinen wird bei einsatzgehärteten Bauteilen von einem spröden Randbereich und einem duktilen Kern ausgegangen. Dabei charakterisiert ein Wechselfestigkeitsverhältnis von $\tau_W/\sigma_W = 1$ einen ideal spröden Werkstoff, während duktilen Verhalten durch $\tau_W/\sigma_W = 1/\sqrt{3}$ charakterisiert wird. Bei der Auslegung von Wellen ist die Kenntnis des anzusetzenden Wechselfestigkeitsverhältnisses Voraussetzung zur korrekten Auswahl und Anwendung einer Vergleichsspannungshypothese. Diese dient der Berechnung eines skalaren Spannungskennwerts für mehrachsige Beanspruchungszustände oder nichtproportionale Beanspruchungs-Zeit-Verläufe. In der Praxis liegen die benötigten zyklischen Werkstoffkennwerte jedoch oft nicht vor, weshalb die Frage offenbleibt, welches Materialverhalten – insbesondere bei einsatzgehärteten Wellen – anzunehmen ist. Die Veröffentlichung gibt zunächst einen Überblick über in der Praxis angewendete Vergleichsspannungshypothesen. Um das Potenzial der verschiedenen Hypothesen im Kontext einsatzgehärteter Randschichten zu untersuchen, wird auf Dauerfestigkeitsversuche aus der Literatur zurückgegriffen. Es erfolgt eine Nachrechnung der Versuchsdaten und ein Vergleich der berechneten mit den experimentellen Dauerfestigkeiten. Eine Gegenüberstellung der Vergleichsspannungshypothesen unter Variation des Wechselfestigkeitsverhältnisses zeigt, dass mit der Gestaltänderungsenergiehypothese eine konservative Abschätzung der Sicherheit bei geringerer Streuung als mit der Normalspannungshypothese möglich ist. Somit erscheint die Annahme eines duktilen Verhaltens und folglich die Verwendung eines Wechselfestigkeitsverhältnisses von $\tau_W/\sigma_W \approx 1/\sqrt{3}$ auch für einsatzgehärtete Randschichten möglich.

✉ Jakob Pogert
jakob.pogert@tu-dresden.de

✉ Lukáš Suchý
lukas.suchy@mb.tu-chemnitz.de

Carsten Ulrich
carsten.ulrich@tu-dresden.de

Berthold Schlecht
berthold.schlecht@tu-dresden.de

Alexander Hasse
alexander.hasse@mb.tu-chemnitz.de

¹ Institut für Maschinenelemente und Maschinenkonstruktion, Fakultät Maschinenwesen, Technische Universität Dresden, Münchner Platz 3, 01187 Dresden, Deutschland

² Institut für Konstruktions- und Antriebstechnik, Fakultät für Maschinenbau, Technische Universität Chemnitz, Reichenhainer Straße 70, 09126 Chemnitz, Deutschland

Investigation of various equivalent stress hypotheses regarding the high-cycle fatigue strength of case-hardened shafts

Abstract

In general, case-hardened components are assumed to have a brittle edge area and a ductile core. An alternating strength ratio of $\tau_W/\sigma_W = 1$ characterises an ideally brittle material, while ductile behaviour is characterised by $\tau_W/\sigma_W = 1/\sqrt{3}$. Regarding the design of shafts, knowledge of the alternating strength ratio is a prerequisite for the correct selection and application of an equivalent stress hypothesis. This is used to calculate a scalar characteristic stress value for multi-axial or non-proportional stress conditions. In practice, however, the required cyclic material parameters are often not available, which is why the material behaviour to be assumed especially for case-hardened shafts remains unknown. The publication first provides an overview of equivalent stress hypotheses used in practice. In order to investigate the potential of the various hypotheses in the context of case-hardened surface layers, fatigue strength tests from the literature are investigated. The test data is used to recalculate the theoretical fatigue strengths which are then contrasted to the corresponding experimental results. A comparison of the equivalent stress hypotheses under variation of the alternating strength ratio shows that a conservative estimation of the safety factor is possible using the distortion energy criterion (also known as von Mises criterion) with less scatter than applying the normal stress criterion. Thus, the assumption of ductile behaviour and consequently the use of an alternating strength ratio of $\tau_W/\sigma_W \approx 1/\sqrt{3}$ also appears possible for case-hardened surface layers.

1 Einleitung

Einsatzgehärtete Wellen zeichnen sich durch eine inhomogene Randschichtcharakteristik aus. Bedingt durch das eingestellte Kohlenstoffprofil unterscheiden sich Oberfläche und Kernbereich nach der Wärmebehandlung maßgeblich in der Gefügezusammensetzung. Die gezielt herbeigeführte Heterogenität in Tiefenrichtung bedingt neben den resultierenden Härte- und Eigenspannungsgradienten auch das lokale Materialverhalten von einsatzgehärteten Wellen. Zur Beschreibung des Materialverhaltens eines Werkstoffes wird in der Theorie das Verhältnis von Schub- und Zug-Druck-Wechselfestigkeit τ_W/σ_W herangezogen. Da dieser Kennwert experimentell nicht direkt bestimmbar, jedoch für die realistische Berechnung eines äquivalenten Beanspruchungswerts von Bedeutung ist, ergibt sich hier Untersuchungsbedarf. Zudem widersprechen sich die derzeit in der Praxis verwendeten Rechenvorschriften zur Dauerfestigkeitsberechnung von einsatzgehärteten Wellen in der Annahme des Verhaltens der Randschicht. Während der Berechnungsgang der DIN 743 [3] an die Annahme einer duktilen Randschicht geknüpft ist, wird laut Doppelnachweis in Abschn. 5.5 der FKM-Richtlinie [14] sowohl für die Oberfläche als auch den Übergangsbereich sprödes Verhalten vorausgesetzt. Die Richtigkeit dieser Annahmen ist anhand von Versuchsdaten zu untersuchen. Außerdem sind mittels weiterentwickelten Vergleichsspannungshypothesen, die das Werkstoffverhalten explizit berücksichtigen, Wechselfestigkeitsverhältnisse im Übergangsbereich vom ideal sprödem zum ideal duktilen Grenzfall auf ihre Anwendbarkeit zu prüfen.

2 Methodik

Eine Gegenüberstellung verschiedener Vergleichsspannungshypothesen kann nur im Rahmen einer vollständigen Nachrechnung von Versuchsdaten im Sinne eines Festigkeitsnachweises gelingen. Die Bewertung der untersuchten Hypothesen erfolgt basierend auf der im Nachweis bestimmten ertragbaren und der vorhandenen Vergleichsspannungsamplitude an der Oberfläche. Da es sich um die Nachrechnung eines realen Versuchs handelt, wird im Idealfall eine Sicherheit von $S_D = 1$ und somit die Übereinstimmung der beiden Kennwerte erwartet. In Abb. 1 wird das Vorgehen bei der Nachrechnung der Versuchsdaten verdeutlicht.

Da die Nachrechnung an der freien Oberfläche erfolgt, wird ein ebener Spannungszustand, bestehend aus Axialspannung σ_z , Tangential- σ_φ und Schubspannung $\tau_{z\varphi}$, betrachtet. Der örtliche elastizitätstheoretische Spannungszustand wird aufgeteilt in den Spannungsamplitudentensor σ_{aET} und den Mittelspannungstensor σ_{mET} , welche an verschiedenen Stellen des Konzeptes berücksichtigt werden. Die Wahl der Vergleichsspannungshypothese ist demnach sowohl für die Beanspruchung von Bedeutung, als auch für zu erwartende Beanspruchbarkeit. Aufgrund der gezielt eingebrachten Axial- und Tangentialeigenspannungen liegt bei einsatzgehärteten Wellen auch bei rein wechselnder Belastung ein Mittelspannungszustand im Kerbgrund vor, der als grundlastfreie Mittelspannung in die Berechnung der Vergleichsmittelspannung σ_{mVET} eingeht.

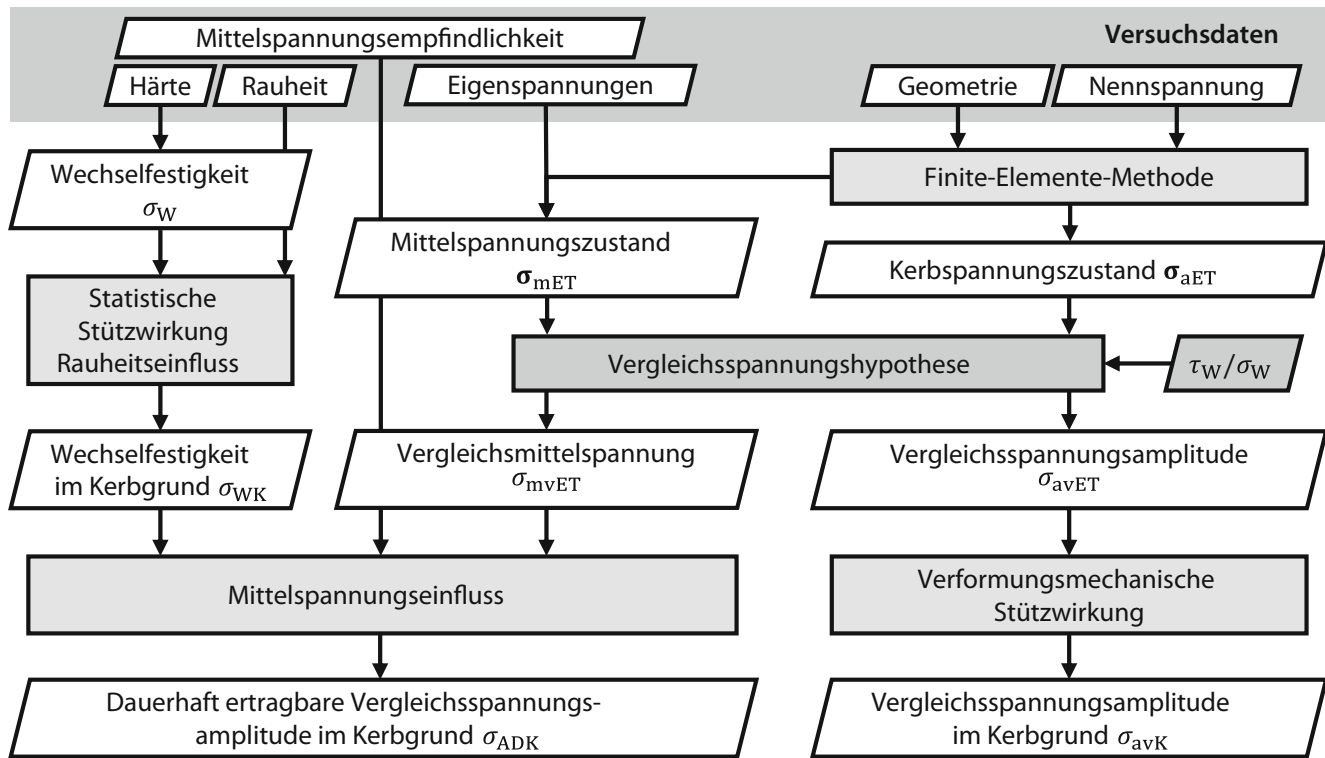


Abb. 1 Vorgehensweise bei der Nachrechnung der Versuchsdaten

2.1 Berücksichtigte Versuchsdaten

Die Untersuchung erfolgt auf Grundlage von Versuchsdaten aus der Literatur zur Dauerfestigkeit einsatzgehärteter Wellen. In der Recherche wurden die experimentellen Ergebnisse von 47 Treppenstufenversuchsreihen aus sechs Forschungsprojekten extrahiert. Tab. 1 gibt einen Überblick über die recherchierten Versuchsdaten für einsatzgehärtete Wellen.

Aus den Projektdokumentationen wurden die für den Nachweis erforderlichen Eingabedaten entnommen. Es wurden lediglich Versuchsreihen berücksichtigt, bei denen das Versagen von der Bauteiloberfläche ausging. Neben

den Geometrieparametern und Versuchsergebnissen der Treppenstufenreihen ($P_U = 50\%$) sind vor allem die Informationen zum Randschichtzustand von Interesse. Die Vickershärte an der Oberfläche liegt als Messwert H_{HV} für alle Projekte vor. Erfolgte keine Messung der gemittelten Rautiefe R_z im Kerbgrund, wurde die Zeichnungsangabe verwendet. Die Randschichteigenspannungen liegen je nach Projekt entweder für die Axialrichtung oder differenziert in Axial- und Tangentialspannungen vor. Im Sinne eines zweiachsigen Nachweises an der Oberfläche wurden die teilweise nicht gemessenen Tangentialeigenspannungen entsprechend Abschn. 5.5 der FKM-Richtlinie aus den Axialeigenspannungen abgeschätzt: $\sigma_{ES,\varphi} = 0.72 \cdot \sigma_{ES,z}$ [14].

Tab. 1 Überblick Versuchsdaten Dauerfestigkeit einsatzgehärteter Wellen

Literatur	Werkstoff	d [mm]	Probenform	Belastungsart
AiF 10867N [15]	16MnCrS5	6	Ungekerbt, Rundnut	Zug-Druck, Umlaufbiegung, Torsion
Dissertation Velten [19]	20MoCrS4	6.21; 20.7	Ungekerbt, Rundnut	Zug-Druck, Umlaufbiegung
Fortschrittbericht VDI Reihe 5, Nr. 602 [16]	15CrNi6, 14NiCr18	22	Absatz	Umlaufbiegung
FOSTA P993 [2]	18CrNiMo7-6, 20MnCrB5	19; 23	Absatz, Querbohrung	Biegung
FVA 321 VI [11]	18CrNiMo7-6	10	Rundnut, Absatz, Querbohrung	Zug-Druck, Umlaufbiegung, Torsion
FVA 539 I [1]	16MnCr5, 20MoCr4, 17CrNi6-6	21; 35	Ungekerbt, Querbohrung	Torsion

2.2 Untersuchte Vergleichsspannungshypothesen

In der vorliegenden Studie werden Festigkeitseinflüsse des Einsatzhärtens auf die Schwingfestigkeit von gekerbten und ungekerbten Bauteilen bei einachsiger Belastung untersucht (Tab. 1). Trotz der einachsigen Beanspruchung treten aufgrund der Querdehnungsbehinderung mehrachsig proportionale Spannungszustände an der Oberfläche aber auch im Volumen auf. Die Sekundärspannungen sind dabei abhängig von der Querkontraktionszahl und der Formzahl und bilden zusammen mit den Primärkomponenten den mehrachsigen Spannungszustand im Kerbgrund σ_{aET} .

Bei der Festigkeitsbewertung eines mehrachsigen Zustandes werden die Spannungskomponenten üblicherweise zu einem Skalar zusammengefasst und mit einem einachsigen Materialkennwert verglichen. Im Falle der klassischen Festigkeitshypothesen wurden für quasistatische bzw. zügige Belastungen Hypothesen entwickelt und hergeleitet, die in Bezug auf die plastische Versagensgrenze validiert wurden. Für proportionale Spannungszustände, wie sie hier vorliegen, konnte auch für deren Anwendung auf die Schwingfestigkeit eine gute Korrelation festgestellt werden. Vertreter dieser Hypothesen sind die Normalspannungshypothese (NH) [5], die Gestaltänderungsenergiehypothese (GEH) [13], und die Schubspannungshypothese (SH) [17]. Nachfolgend sind die Formeln zur Berechnung der Vergleichsspannungen aus den Hauptspannungen gegeben.

$$\sigma_{v,NH} = \sigma_1 \tag{1}$$

$$\sigma_{v,GEH} = \sqrt{1/2 [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \tag{2}$$

$$\sigma_{v,SH} = \max(|\sigma_1 - \sigma_2|; |\sigma_2 - \sigma_3|; |\sigma_3 - \sigma_1|) \tag{3}$$

Wie in den Gleichungen zu sehen ist, wird die zyklische Materialeigenschaft des Wechselfestigkeitsverhältnisses τ_w/σ_w , das die Duktilität bzw. Sprödigkeit des Materials repräsentiert, nicht explizit berücksichtigt. Es zeigt sich jedoch in der Praxis, dass die klassischen Hypothesen für bestimmte Materialzustände geeignet sind. So werden GEH und SH eher für duktile Werkstoffe und die NH eher für spröde Werkstoffe verwendet [14]. In Abb. 2 werden zur Visualisierung der Hypothesen die jeweils zugrundeliegenden Versagensgrenzlinien für den ebenen Hauptspannungszustand an der Bauteiloberfläche dargestellt.

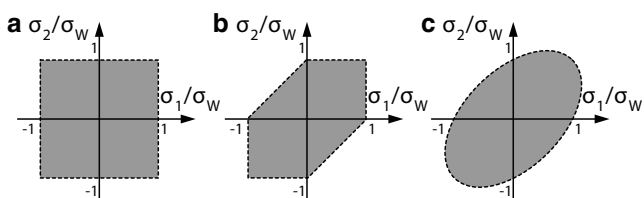


Abb. 2 Versagensgrenzlinien von NH (a), SH (b) und GEH (c) im ebenen Hauptspannungszustand

Bei Normalbeanspruchungen im ebenen Spannungszustand fallen die Grenzlinien für NH und SH zusammen. Deutliche Unterschiede fallen im zweiten und vierten Quadranten auf, die bei Schubbeanspruchung von Interesse sind. Anhand der unterschiedlichen zugrundeliegenden Wechselfestigkeitsverhältnisse lässt sich die Abgrenzung der NH ($\tau_w/\sigma_w = 1$) von SH ($\tau_w/\sigma_w = 1/2$) und GEH ($\tau_w/\sigma_w = 1/\sqrt{3}$) nachvollziehen.

Da Werkstoffe in der Realität ein von den zuvor genannten Werten verschiedenes Wechselfestigkeitsverhältnis aufweisen, wurden Vergleichsspannungshypothesen entwickelt, die diesen Kennwert explizit berücksichtigen. Mischhypothesen, die zwei klassische Ansätze kombinieren, stammen von El-Magd (NH und SH) [4] und Lüpfert (NH und GEH) [8], wobei letzterer im örtlichen Nachweis der FKM-Richtlinie Verwendung findet. Ein vom Werkstoffverhalten abhängiger Hilfsparameter bestimmt jeweils die Wichtung der beiden kombinierten Hypothesen.

Weitergehende Vergleichsspannungskonzepte, wie die Modifizierte-Mohr-Mises-Hypothese (MMMh) [9] und die Spannungsintensitätshypothese (SIH) [7] erlauben es zusätzlich, auch nichtproportionale Spannungszustände, sowie Beanspruchungs-Zeit-Verläufe in eine einachsige Äquivalentbeanspruchung umzurechnen. Da die in den untersuchten Versuchsdaten auftretenden Beanspruchungsverläufe proportional und zeitlich konstant sind, liefern SIH und ihre Weiterentwicklungen identische Ergebnisse wie die invarianten-basierte MMMh und werden hier daher nicht weiter behandelt. In Tab. 2 sind die Formeln zur Berechnung der Mischhypothesen, sowie deren Hilfsparameter gegeben.

Die MMMh wird in ihrer Form für synchrone Spannungsverläufe verwendet und entspricht für $k = \sqrt{3}$ der GEH. In Abb. 3 werden die Versagensgrenzlinien der vorgestellten Mischhypothesen visualisiert.

2.3 Verwendete Berechnungsansätze

Neben der Vergleichsspannungshypothese sind auch Ansätze für die in Abb. 1 aufgeführten Einflüsse zu wählen. Nachfolgend werden die jeweils verwendeten Konzepte insbesondere für einsatzgehärtete Randschichten vorgestellt.

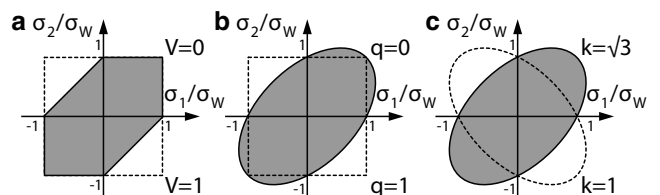


Abb. 3 Versagensgrenzlinien der Mischhypothesen nach El-Magd (a) und Lüpfert (b) sowie der MMMh (c) im ebenen Hauptspannungszustand

Tab. 2 Berechnungsformeln und Hilfsparameter der Mischhypothesen

Hypothese	Vergleichsspannung	Hilfsparameter
El-Magd [4]	$\sigma_{v,EM} = V \cdot \sigma_{v,NH} + (1 - V) \cdot \sigma_{v,SH}$	$V = 2 - \sigma_W / \tau_W$ (4)
Lüpfert [8]	$\sigma_{v,LFT} = q \cdot \sigma_{v,NH} + (1 - q) \cdot \sigma_{v,GEH}$	$q = \frac{\sqrt{3}-1/f_{W,\tau}}{\sqrt{3}-1}; f_{W,\tau} = \tau_W / \sigma_W$ (5)
MMMh [9]	$\sigma_{v,MMMh} = \sqrt{(4 - k^2) \cdot M_M^2 + k^2 \cdot R_M^2}$	$k = \sigma_W / \tau_W; M_M = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \sigma_3; R_M = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$ (6)

Werkstoff-Wechselfestigkeit der Randschicht Für die Abschätzung der Wechselfestigkeit beziehen sich viele existierende Ansätze auf die lokale Härte [6, 10, 14, 19, 20]. In dieser Untersuchung kommt der Vorschlag von Velten zum Einsatz, welcher eigens für einsatzgehärtete Proben entwickelt wurde und auf der Vickershärte H_{HV} basiert.

$$\begin{aligned} \sigma_W &= 1,27 \text{ MPa} \cdot H_{HV} + 72 \text{ MPa} && \text{für } H_{HV} \leq 500 \\ \sigma_W &= 707 \text{ MPa} && \text{für } H_{HV} > 500 \end{aligned} \quad (7)$$

Statistische Stützwirkung Die Abschätzung des statistischen Größeneinflusses erfolgt auf Grundlage der hochbeanspruchten Probenoberfläche A_{st} unter Verwendung der Referenzoberfläche $A_{ref,st}$ und des Weibull-Exponenten k entsprechend der FKM-Richtlinie [14].

$$n_{st} = \left(\frac{A_{ref,st}}{A_{st}}\right)^{1/k} \quad \text{mit } A_{ref,st} = 500 \text{ mm}^2 \text{ und } k = 30 \quad (8)$$

Die hochbeanspruchte Probenoberfläche A_{st} wird je nach Probenform und Belastungsart mit Hilfe der Abschätzungsgleichungen der FKM-Richtlinie bestimmt [14].

Rauheitseinfluss Der festigkeitsmindernde Rauheitseinfluss geht nach DIN 743 Teil 2 [3] in die Nachrechnung ein. Der Einflussfaktor der Oberflächenrauheit $K_{F\sigma}$ für Zug-Druck und Biegung ergibt sich aus der gemessenen mittleren Rautiefe R_z im Kerbgrund und der Zugfestigkeit der Randschicht, welche aus der Härte abgeschätzt wird: $R_{m,RS} = 3,3 \cdot H_{HV}$. Der Einflussfaktor $K_{F\tau}$ für Torsion wird aus $K_{F\sigma}$ anhand des Wechselfestigkeitsverhältnisses abgeleitet.

$$K_{F\sigma} = 1 - 0,22 \cdot \lg\left(\frac{R_z}{\mu\text{m}}\right) \cdot \left[\lg\left(\frac{R_{m,RS}}{20 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}\right) - 1\right] \quad (9)$$

$$K_{F\tau} = \frac{\tau_W}{\sigma_W} \cdot K_{F\sigma} + \left(1 - \frac{\tau_W}{\sigma_W}\right) \quad (10)$$

Mittelspannungseinfluss Der Mittelspannungszustand wird in der Nachrechnung auf der Seite der Beanspruchbarkeit berücksichtigt und setzt sich aus Lastmittel- und Eigenspannungen zusammen: $\sigma_{mET} = \sigma_{mL} + \sigma_{mES}$. Der Eigenspannungszustand σ_{mES} an der Oberfläche geht als lastunabhängiger, ebener Normalspannungszustand in die Berechnung ein. Diese Betrachtung ist für Makro-Eigenspannungen (I. Art) zulässig. Aus den in einzelnen Versuchsreihen untersuchten Lastmittelspannungen errechnet sich mittels der Kerbformzahlen der ebene Lastmittelspannungszustand σ_{mL} an der Oberfläche. Die Umrechnung in die elastizitätstheoretische Vergleichsmittelspannung σ_{mvET} erfolgt unter Verwendung derselben Hypothese wie für die elastizitätstheoretische Vergleichsspannungsamplitude σ_{avET} .

Die Mittelspannungsempfindlichkeit liegt für Versuchsreihen mit Lastmittelspannung bereits vor. Wurden keine Lastmittelspannungen untersucht, wird eine Empfindlichkeit der Randschicht gegenüber Normalmittelspannungen von $\Psi_\sigma = 0,5$ entsprechend Abschn. 5.5 der FKM-Richtlinie angenommen [14]. Die Umrechnung auf die Empfindlichkeit gegenüber Schubmittelspannungen erfolgt mittels des Wechselfestigkeitsverhältnisses: $\Psi_\tau = \frac{\tau_W}{\sigma_W} \cdot \Psi_\sigma$. Für Versuchsreihen in denen Schubmittelspannungen experimentell untersucht wurden, ergibt sich umgekehrt die Empfindlichkeit gegenüber Normalspannungen zu $\Psi_\sigma = \frac{\sigma_W}{\tau_W} \cdot \Psi_\tau$.

Die Berechnung der dauerhaft ertragbaren Vergleichsspannungsamplitude im Kerbgrund σ_{ADK} erfolgt entsprechend des Vorschlages der FVA-Richtlinie Dauerfestigkeitsberechnung von Wellen [18], welcher eine Kombination von lastabhängigen (z. B. Versuch bei einem Spannungsverhältnis $R = 0$) und lastunabhängigen Mittelspannungen (z. B. Eigenspannungen) erlaubt.

Verformungsmechanische Stützwirkung Für die verformungsmechanische Stützwirkung einsatzgehärteter Bauteile kommt der Ansatz nach Petersen [12] zum Einsatz, der u. a. im Abschn. 5.5 der FKM-Richtlinie Anwendung findet [6, 14, 19]. Die Stützwirkung ergibt sich aus der

gemessenen Härte H_{HV} und dem nach FKM-Richtlinie abgeschätzten bezogenen Spannungsgefälle G an der Oberfläche.

$$n_{vm} = 1 + \frac{40}{H_{HV}} \cdot \sqrt{G \cdot \text{mm}} \quad (11)$$

Mit der verformungsmechanischen Stützwirkung erfolgt die Umrechnung der elastizitätstheoretischen Spannungsamplitude σ_{vaET} in die lokale Kerbspannungsamplitude: $\sigma_{vaK} = \sigma_{vaET}/n_{vm}$.

3 Auswertung

Zur Gegenüberstellung der untersuchten Hypothesen wird für jede Versuchsreihe die berechnete lokale Kerbspannungsamplitude σ_{vaK} mit der abgeschätzten dauerhaft ertragbaren Vergleichsspannungsamplitude im Kerbgrund σ_{ADK} verglichen. Da das Wechselfestigkeitsverhältnis bei der Verwendung klassischer Hypothesen bereits implizit vorausgesetzt wird, können diese der ersten Abschätzung des anzunehmenden Werkstoffverhaltens dienen.

Klassische Hypothesen Zur Visualisierung der Treffsicherheit werden die Berechnungsergebnisse der klassischen Hypothesen für σ_{vaK} und σ_{ADK} je Versuchsreihe in Abb. 4 gegeneinander aufgetragen. Bei idealer Übereinstimmung von vorhandener und ertragbarer Vergleichsspannungsamplitude liegt der Versuchspunkt auf der Winkelhalbierenden, die einer Sicherheit von $S_D = \sigma_{ADK}/\sigma_{vaK} = 1$ entspricht. Da es sich um eine Versuchsnachrechnung handelt, bedeutet eine berechnete Sicherheit von $S_D > 1$ (Versuchspunkt unter der Winkelhalbierenden) eine Überschätzung des Versuchsergebnisses und ist daher als unsicher zu bewerten. Um die Treffsicherheit der angewendeten Hypothesen zu beurteilen, werden die rechnerischen Sicherheiten gemittelt und

deren Mittelwert sowie Variationskoeffizient unter Annahme einer Normalverteilung in der Legende in Klammern ($m_{S_D} | v_{S_D}$) angegeben.

Der Mittelwert der Sicherheiten nach NH liegt über 1 und somit im Gegensatz zu SH und GEH knapp auf der unsicheren Seite. Eine genauere Aussage, welche weniger vom Nachweiskonzept selbst beeinflusst wird, kann auf Grundlage der Streuung der aufgetragenen Versuchspunkte um deren Mittelwert erfolgen. Es fällt eine deutliche Verringerung des Variationskoeffizienten bei Verwendung von GEH und SH auf, wenn alle recherchierten Versuchsergebnisse betrachtet werden. Die deutlich unter der Winkelhalbierenden liegenden Ergebnispunkte stellen größtenteils Versuchsreihen mit Schubspannungszustand im Kerbgrund dar. Die NH unterschätzt für diese Versuchsreihen die Vergleichsspannung, da die Hauptnormalspannung der vorliegenden Schubspannung entspricht. Werden die Versuchsreihen mit Schubbeanspruchung aus der Berechnung ausgeschlossen, sinkt der Variationskoeffizient für die Ergebnisse der NH deutlich, wie Abb. 5 zeigt.

Es ist somit festzustellen, dass sich die treffsichere Anwendbarkeit der NH auf Normalspannungszustände im Kerbgrund beschränkt, während mittels der GEH und SH auch Schubspannungszustände bei ähnlichen Variationskoeffizienten erfasst werden können. Bezüglich des Mittelwertes der errechneten Sicherheiten ist die GEH als treffsicher und dennoch konservativ zu bewerten.

Mischhypothesen Für einen Vergleich der Mischhypothesen ist das Wechselfestigkeitsverhältnis zu wählen, welches sich üblicherweise aus dem bestimmenden Werkstoffverhalten des untersuchten Werkstoffs ergibt. Diese Studie soll Erkenntnisse über das anzunehmende Verhalten liefern und untersucht die Treffsicherheit daher für verschiedene Wechselfestigkeitsverhältnisse. Für die Randschicht wird zunächst ein Wert im Übergangsbereich von idealen sprödem zu ideal duktilem Werkstoffverhalten angenom-

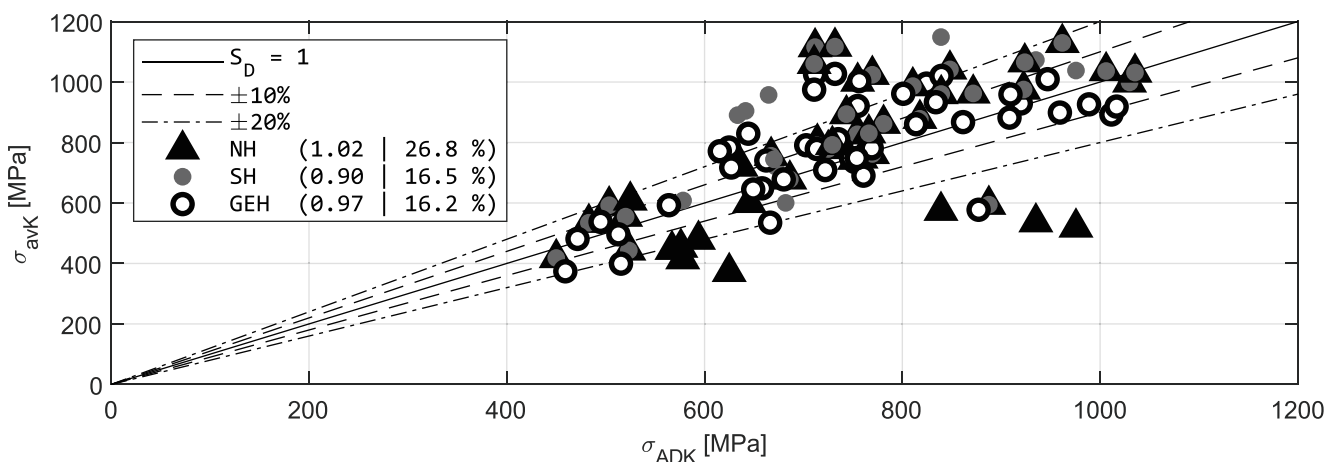


Abb. 4 Berechnungsergebnisse der klassischen Hypothesen für alle Versuchsreihen

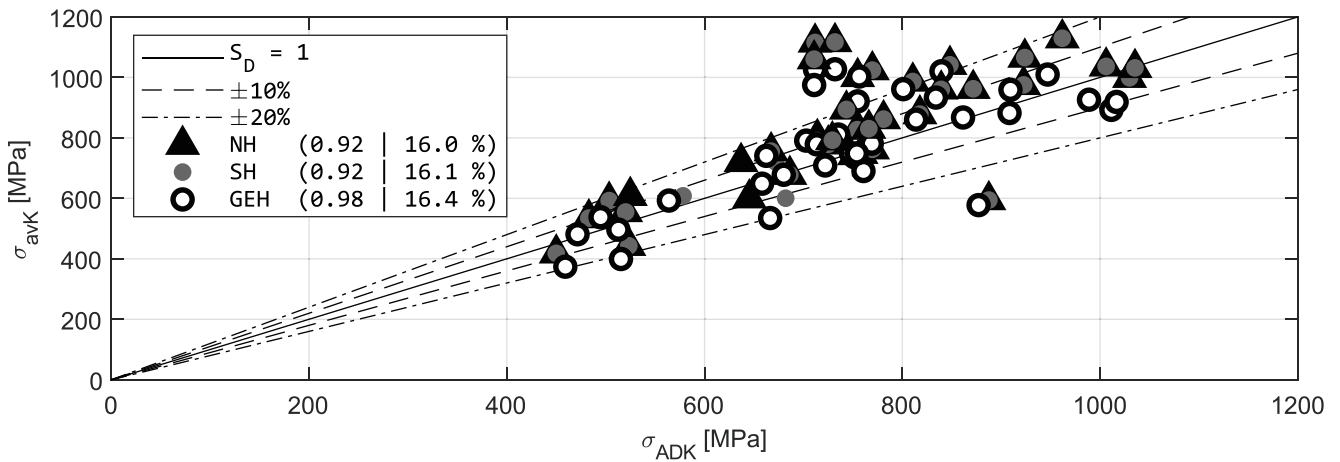


Abb. 5 Berechnungsergebnisse der klassischen Hypothesen unter Berücksichtigung von Versuchsreihen mit Normalspannungszustand im Kerbgrund

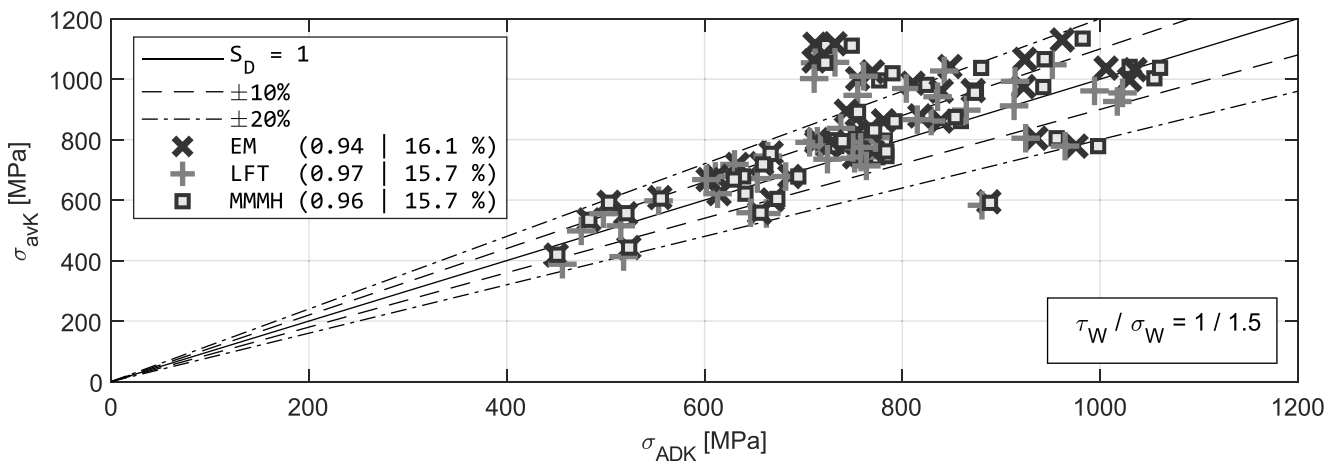


Abb. 6 Berechnungsergebnisse der Mischhypothesen mit $\tau_W / \sigma_W = 1 / 1,5$ für alle Versuchsreihen

Tab. 3 Mittelwerte und Variationskoeffizienten der errechneten Sicherheit S_D für alle untersuchten Hypothesen bei angenommenen Wechselfestigkeitsverhältnissen

τ_W / σ_W	Spannungszustand	NH		SH		GEH		EM		LFT		MMMh	
		m_{S_D}	v_{S_D}	m_{S_D}	v_{S_D}	m_{S_D}	v_{S_D}	m_{S_D}	v_{S_D}	m_{S_D}	v_{S_D}	m_{S_D}	v_{S_D}
		[-]	[%]	[-]	[%]	[-]	[%]	[-]	[%]	[-]	[%]	[-]	[%]
1	Normalspannung	0,92	16,0	0,92	16,1	0,98	16,4	0,92	16,0	0,92	16,0	0,88	17,1
	Schubspannung	1,49	16,4	0,79	12,3	0,89	12,6	1,49	16,4	1,49	16,4	1,60	15,3
1/1,25	Normalspannung	0,92	16,0	0,92	16,1	0,98	16,4	0,92	16,0	0,94	16,0	0,91	16,2
	Schubspannung	1,49	16,4	0,79	12,3	0,89	12,6	1,22	15,1	1,21	14,9	1,28	13,9
1/1,5	Normalspannung	0,92	16,0	0,92	16,1	0,98	16,4	0,92	16,0	0,96	16,1	0,94	15,6
	Schubspannung	1,49	16,4	0,79	12,3	0,89	12,6	1,03	14,1	1,02	13,7	1,06	12,9
1/ $\sqrt{3}$	Normalspannung	0,92	16,0	0,92	16,1	0,98	16,4	0,92	16,1	0,98	16,4	0,98	16,4
	Schubspannung	1,49	16,4	0,79	12,3	0,89	12,6	0,90	13,2	0,89	12,6	0,89	12,6
1/2	Normalspannung	0,92	16,0	0,92	16,1	0,98	16,4	1,02	24,1	n.d.	n.d.	1,02	24,1
	Schubspannung	1,49	16,4	0,79	12,3	0,89	12,6	0,79	12,3	n.d.	n.d.	0,65	20,0

Tab. 4 Mittelwerte und Standardabweichungen der errechneten Sicherheit S_D für die Mischhypothesen bei verschiedenen Wechselfestigkeitsverhältnissen

τ_W/σ_W	NH		SH		GEH		EM		LFT		MMMh	
	m_{S_D} [-]	v_{S_D} [%]	m_{S_D} [-]	v_{S_D} [%]	m_{S_D} [-]	v_{S_D} [%]	m_{S_D} [-]	v_{S_D} [%]	m_{S_D} [-]	v_{S_D} [%]	m_{S_D} [-]	v_{S_D} [%]
1	1,02	26,8	0,90	16,5	0,97	16,2	1,02	26,8	1,02	26,8	1,00	31,7
1/1,25	1,02	26,8	0,90	16,5	0,97	16,2	0,97	19,5	0,99	18,8	0,97	21,4
1/1,5	1,02	26,8	0,90	16,5	0,97	16,2	0,94	16,1	0,97	15,7	0,96	15,7
$1/\sqrt{3}$	1,02	26,8	0,90	16,5	0,97	16,2	0,92	15,5	0,97	16,2	0,97	16,2
1/2	1,02	26,8	0,90	16,5	0,97	16,2	0,90	16,5	n. d.	n. d.	0,96	27,9

men. In Abb. 6 werden die Ergebnisse aller Versuchsreihen unter Verwendung des Wechselfestigkeitsverhältnisses $\tau_W/\sigma_W = 1/1,5$ dargestellt.

Bei Betrachtung der Mittelwerte und Variationskoeffizienten für die mit den Mischhypothesen berechneten Sicherheiten lassen sich keine grundlegenden Unterschiede feststellen. Im Vergleich zu den zuvor betrachteten Hypothesen wird für die Vergleichsspannungshypothese nach Lüpfer eine geringere Streuung bei weiterhin konservativem Mittelwert berechnet. Ein Mischkonzept basierend auf NH und GEH unter Annahme eines eher duktilen Materialverhaltens scheint sich demnach auf Grundlage der Datenbasis auch für einsatzgehärtete Randschichten zu eignen. In Tab. 3 sind umfanglichere Ergebnisse für verschiedene Wechselfestigkeitsverhältnisse differenziert für Normal- und Schubspannungszustände zusammengestellt. Die Ergebnisse mit den jeweils geringsten Variationskoeffizienten bei gleichzeitig konservativem Mittelwert werden hervorgehoben.

Bei differenzierter Auswertung der vorliegenden Versuchsdaten ist die geringere Streuung der NH für Normalspannungszustände im Kerbgrund auch im Vergleich mit den Mischhypothesen festzustellen. Die Konzepte nach El-Magd und Lüpfer weisen unter Annahme zunehmend spröderem Verhaltens eine steigende Treffsicherheit bei Normalspannungszuständen im Kerbgrund auf. Für Schubspan-

nungszustände ist eine Verringerung des Sicherheitsmittelwertes der Mischhypothesen bei zunehmend duktiler angenommenem Verhalten zu beobachten. Für $\tau_W/\sigma_W = 1/\sqrt{3}$ entsprechen die Ergebnisse nach Lüpfer und MMMh der GEH, mit der die Sicherheit konservativ und mit einer geringen Streuung abgeschätzt wird. Bei Berücksichtigung aller Versuchsdaten ergeben sich die Mittelwerte und Standardabweichungen der errechneten Sicherheit S_D für die Mischhypothesen in Abb. 7.

Für die Grenzfälle, in denen die Mischhypothesen einer der klassischen Hypothesen entsprechen ist diese im entsprechenden Balken vermerkt. Für das Wechselfestigkeitsverhältnis von $\tau_W/\sigma_W = 1/2$ ist die Hypothese nach Lüpfer nicht definiert, weshalb der betreffende Balken entfällt. In Tab. 4 sind die dem Diagramm zugrundeliegenden Zahlenwerte aufgeführt.

4 Zusammenfassung

In der Studie wird auf Grundlage von Literaturdaten sechs Vergleichsspannungshypothesen auf ihre Eignung für einsatzgehärtete Randschichten untersucht. Neben den klassischen Hypothesen werden auch differenzierte Konzepte betrachtet, welche das Verhältnis der Zug-Druck- zur Schub-

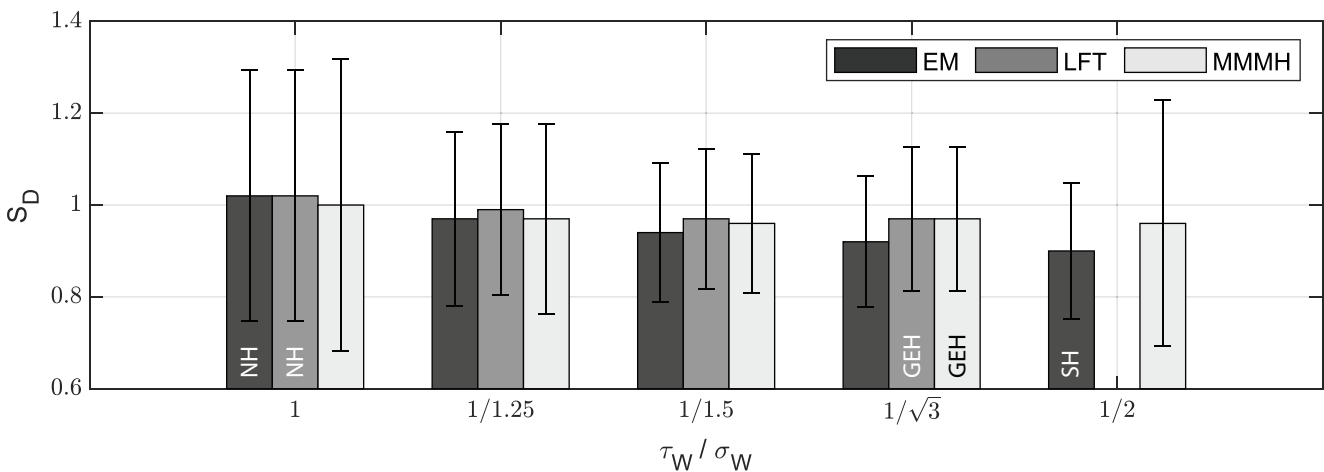


Abb. 7 Mittelwerte und Standardabweichungen der errechneten Sicherheit S_D für die Mischhypothesen bei verschiedenen Wechselfestigkeitsverhältnissen

wechselfestigkeit explizit einbeziehen. Der untersuchte Datensatz von 47 Versuchsreihen umfasst neben den ermittelten Dauerfestigkeiten auch die spezifischen Eigenschaften der wärmebehandelten Oberfläche, wie z. B. die Härte und die Eigenspannungen. Die Bewertung der Festigkeitshypothesen erfolgt im Rahmen des vorgestellten Berechnungskonzeptes, das die Einflüsse des Einsatzhärtens auf die Tragfähigkeit mittels existierender Ansätze berücksichtigt.

Die Auswertung zeigt, dass die Normalspannungshypothese lediglich für normalspannungsdominierte Beanspruchungszustände die Sicherheit mit einem konservativen Mittelwert und geringer Streuung abschätzt. Werden alle Versuchsreihen einbezogen, so ist die Verwendung der NH mit einer leichten Überschätzung der Sicherheit bei deutlich erhöhter Streuung verbunden. Die Abweichungen sind mit der Unterschätzung der Schubspannungskomponenten bei Annahme eines ideal spröden Werkstoffverhaltens zu erklären. Die Ergebnisse der Gestaltänderungsenergiehypothese und Schubspannungshypothese zeigen hingegen eine konservative Abschätzung mit einer Unterschätzung der Sicherheit von maximal zehn Prozent bei deutlich verringerten Variationskoeffizienten.

Die Bewertung der Mischhypothesen erfolgt unter Variation des Wechselfestigkeitsverhältnisses. Die betrachteten Hypothesen nach El-Magd, Lüpfer und Mertens liefern grundsätzlich ähnliche Ergebnisse. Die Streuungen der berechneten Sicherheiten sind für ein Wechselfestigkeitsverhältnis von $\tau_W/\sigma_W = 1/1,5$ minimal und steigen sowohl in Richtung ideal sprödem ($\tau_W/\sigma_W = 1$) als auch ideal duktilem Verhalten ($\tau_W/\sigma_W = 1/2$) an. Anhand der Ergebnisse kann gefolgert werden, dass das allgemein angenommene Wechselfestigkeitsverhältnis für harte Randschichten von $\tau_W/\sigma_W = 1$ zunächst eine treffende Abschätzung der Sicherheit erlaubt. Für Schubspannungszustände im Kerbgrund geht die Annahme von sprödem Verhalten jedoch mit einer deutlichen Überschätzung der Sicherheit einher. Da nur acht der 47 Versuchsreihen schubspannungsbehaftet sind, haben diese jedoch eine geringere Wichtung in der statistischen Auswertung. Es liegt demnach nahe, dass ein ausgewogener Datensatz die Treffsicherheit der NH weiter schwächen würde.

Die vorliegenden Ergebnisse zeigen den Bedarf an weiteren Studien, welche eine experimentelle Grundlage für die Abschätzung des für gehärtete Bauteile zutreffenden Materialverhaltens schaffen. Dazu zählt vorrangig die Bestimmung der Wechselfestigkeitskennwerte für sowohl Schub- als auch Normalbeanspruchung.

Funding Open Access funding enabled and organized by Projekt DEAL.

Interessenkonflikt J. Pogert, L. Suchý, C. Ulrich, B. Schlecht und A. Hasse geben an, dass kein Interessenkonflikt besteht.

Open Access Dieser Artikel wird unter der Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz veröffentlicht, welche die Nutzung, Vervielfältigung, Bearbeitung, Verbreitung und Wiedergabe in jeglichem Medium und Format erlaubt, sofern Sie den/die ursprünglichen Autor(en) und die Quelle ordnungsgemäß nennen, einen Link zur Creative Commons Lizenz beifügen und angeben, ob Änderungen vorgenommen wurden.

Die in diesem Artikel enthaltenen Bilder und sonstiges Drittmaterial unterliegen ebenfalls der genannten Creative Commons Lizenz, sofern sich aus der Abbildungslegende nichts anderes ergibt. Sofern das betreffende Material nicht unter der genannten Creative Commons Lizenz steht und die betreffende Handlung nicht nach gesetzlichen Vorschriften erlaubt ist, ist für die oben aufgeführten Weiterverwendungen des Materials die Einwilligung des jeweiligen Rechteinhabers einzuholen.

Weitere Details zur Lizenz entnehmen Sie bitte der Lizenzinformation auf <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de>.

Literatur

- Berner M (2011) Betriebsfeste Getriebewellen. Lebensdauer von einatzgehärteten Getriebewellen bei Kollektivbelastungen. FVA-Vorhaben Nr. 539 I, Abschlussbericht, Forschungsheft 988. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V., Frankfurt am Main
- Diemar A, Gerth U, Könke C, Hildebrand J (2016) Simulationsgestützte Optimierung des lokalen Werkstoffzustandes im Bereich zyklisch hochbeanspruchter einatzgehärteter Konstruktionsdetails mit Kerbwirkung, Forschungsvorhaben Nr. 993/IGF-Nr. 17779 BR. Verlag und Vertriebsgesellschaft mbH, Düsseldorf
- DIN 743-2 (2012) Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen – Teil 2: Formzahlen und Kerbwirkungszahlen. <https://doi.org/10.31030/1818282>
- El-Magd E (1984) Einfache Schwingfestigkeitsrechnung für synchrone Beanspruchung auf Basis der Versagensgrenze nach Mohr. Konstruktion 36:59–64
- Hencky H (1924) Zur Theorie plastischer Deformationen und der hierdurch im Material hervorgerufenen Nachspannungen. Z angew Math Mech 4:323–334. <https://doi.org/10.1002/zamm.19240040405>
- Lang OR (1979) Dimensionierung komplizierter Bauteile aus Stahl im Bereich der Zeit- und Dauerfestigkeit. Mat-wiss u. Werkstofftech, Bd. 10, S 24–29 <https://doi.org/10.1002/mawe.19790100108>
- Liu J, Zenner H (1993) Berechnung der Dauerschwingfestigkeit bei mehrachsiger Beanspruchung – Teil 1. Mat-wiss U Werkstofftech 24:240–249. <https://doi.org/10.1002/mawe.19930240706>
- Lüpfer HP (1989) B3BAF – Bewertung dreiachsiger Spannungen. Schmierungstechnik, Bd. 20, S 125–127
- Mertens H, Pucknat D (2015) Lebensdauer gekerbter metallischer Bauteile unter proportionaler und nichtproportionaler Beanspruchung – Teil 1 und 2. Konstruktion 67:
- Murakami Y (2012) Material defects as the basis of fatigue design. Int J Fatigue 41:2–10. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2011.12.001>
- Neikes K, Vetter S, Hauschild S (2019) Mittelspannungseinfluss bei Wellen und Achsen. Untersuchungen zum Einfluss von Mittelspannungen auf die Ermüdungsfestigkeit von Wellen und Achsen. FVA-Vorhaben Nr. 321 VI, Abschlussbericht, Forschungsheft 1321. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V., Frankfurt am Main
- Petersen C (1951) Die Vorgänge im zügig und wechselnd beanspruchten Metallgefüge III: Der technische Größeneinfluss glatter und gekerbter Stäbe bei Wechselbeanspruchung als Wirkung des Spannungsgefälles. Int J Mater Res 42:161–170. <https://doi.org/10.1515/ijmr-1951-420601>
- Rankine WJM, Roberts VL (1858) A manual of applied mechanics, 2. Aufl. R. Griffin, London

14. Rennert R (2021) FKM-Richtlinie: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile aus Stahl, Eisenguss- und Aluminiumwerkstoffen, Bd. 7. überarbeitete Auflage. VDMA, Frankfurt am Main
15. Schleicher M, Bomas H (1998) Dauerfeste Dimensionierung schwingend beanspruchter Bauteile aus einsatzgehärteten Stählen. AiF-Vorhaben 10867N, Abschlußbericht. Stiftung Institut für Werkstofftechnik. Bremen
16. Spangenberg S (2000) Untersuchungen zur Schwingfestigkeit legierter Einsatzstähle. Fortschrittberichte VDI, Reihe 5, Nr. 602. VDI-Verlag, Düsseldorf
17. Tresca H (1864) Mémoire sur l'écoulement des corps solides soumis à de fortes pressions. C R Acad Sci: 754–758
18. Ulrich C, Suchý L (2023) Richtlinie Dauerfestigkeitsberechnung von Wellen. FVA-Vorhaben Nr. 321 VII, Vorläufiger Abschlussbericht. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V.
19. Velten E (1984) Entwicklung eines Schwingfestigkeitskonzeptes zur Berechnung der Dauerfestigkeit thermochemisch randschichtverfestigter bauteilähnlicher Proben. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt
20. Winderlich B (1990) Das Konzept der lokalen Dauerfestigkeit und seine Anwendung auf martensitische Randschichten, insbesondere Laserhärtungsschichten. Mat-wiss u. Werkstofftech, Bd. 21, S 378–389 <https://doi.org/10.1002/mawe.19900211006>

Hinweis des Verlags Der Verlag bleibt in Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutsadressen neutral.