Я. ВАШКЕВИЧ, Б. ВЕНГЛЬОЖ

О ПРОИЗВЕДЕНИЯХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОБОБЩЕННЫХ ЛОГИК

(Резюме)

Мы вводим понятие обобщенной логики настолько широкое, что большинство исследуемых в настоящее время логик подходит под это понятие. Логикой мы называем тройку

$$\mathfrak{X} = \langle X, c_i^{\mathfrak{X}}, q_j^{\mathfrak{X}} \rangle_{i \in I, j \in J},$$

где X — непустое множество, $c_i^{\mathfrak{X}}$ — конечно-местные операции, которые мы называем коннективами, $q_j^{\mathfrak{X}}$ — функции из $2^X - \{0\}$ в X , которые мы будем называть кванторами. При помощи логических символов соответствующих коннективам и кванторам, предикатов и символов переменных строятся обычным путем формулы данного языка. Модель для логики $\mathfrak{X}$ это пара $\langle \mathfrak{A}, \mathfrak{X} \rangle$ где $\mathfrak{A} = \langle A, P_k \rangle_{k \in K}$, где A — непустое множество, P_k — конечно-местные функции из A в X . Таким образом обобщаются понятия логического значения, элементарного включения и подмодели. Мы доказываем критерий элементарного включения Тарского-Вота и нижнюю теорему Левенгейма-Сколема.

Для таких логик и моделей кажется натуральным понятие простого произведения такое что

$$\bigcap_{r \in R} \langle \mathfrak{A}_r, \mathfrak{X}_r \rangle = \langle \bigcap_{r \in R} \mathfrak{A}_r, \bigcap_{r \in R} \mathfrak{X}_r \rangle$$

где $\bigcap_{r \in R} \mathfrak{A}_r$ и $\bigcap_{r \in R} \mathfrak{X}_r$, вводится обычным путем. При таком определении диагональная модель является элементарной подмоделью простой степени. Другие результаты относятся к обобщенной ограниченной степени и фильтрованному произведению.

Идея такого подхода к логикам и произведениям содержится неявно в статье Фефермана и Вота [3]; см. тоже Войцеховска [8].