J. WASZKIEWICZ, B. WĘGLORZ

O PRODUKTACH STRUKTUR DLA LOGIK UOGÓLNIONYCH

(Streszczenie)

W pracy wprowadza się pojęcie logiki tak szerokie, że większość logik badanych obecnie podpada pod to pojęcie. Logiką nazywamy trójkę $\mathfrak{X} = \langle X, c_i^{\mathfrak{X}}, q_j^{\mathfrak{X}} \rangle_{i \in I, j \in J}$, gdzie X jest niepustym zbiorem, $c_i^{\mathfrak{X}}$ — skończenie arnymi funkcjami nazywanymi spójnikami, $q_j^{\mathfrak{X}}$ — funkcjami z $2^X - \{0\}$ w X nazywanymi kwantyfikatorami. Za pomocą symboli logicznych odpowiadających spójnikom i kwantyfikatorom, predykatów i symboli zmiennych w zwykły sposób buduje się formuły ustalonego języka. Strukturą dla logiki $\mathfrak{X}$ nazywamy parę $\langle \mathfrak{A}, \mathfrak{X} \rangle$, gdzie $\mathfrak{A} = \langle A, P_k \rangle_{k \in K}$, gdzie A jest niepustym zbiorem, P_k są skończenie arnymi funkcjami z A w X . W prosty sposób uogólnia się pojęcia wartości logicznej, elementarnego zawierania, podstruktury.

W pracy dowodzi się odpowiedników kryterium elementarnego zawierania Tarskiego-Vaughta oraz dolnego twierdzenia Löwenheima-Skolema.

Dla takich logik i struktur naturalnym wydaje się pojęcie produktu prostego takie, że $\prod_{r \in R} \langle \mathfrak{A}_r, \mathfrak{X}_r \rangle = \langle \prod_{r \in R} \mathfrak{A}_r, \prod_{r \in R} \mathfrak{X}_r \rangle$, gdzie $\prod_{r \in R} \mathfrak{A}_r$ i $\prod_{r \in R} \mathfrak{X}_r$ definiuje się w zwykły sposób. Okazuje się, że przekątna jest elementarną podstrukturą potęgi prostej. Inne wyniki pracy dotyczą uogólnienia potęgi ograniczonej i produktu zredukowanego.

Idee takiego podejścia do logik i produktów są implicite zawarte w pracy Fefermana i Vaughta [3]. Patrz również Wojciechowska [8].