Notiz über die Zerlegung der ganzen Zahlen.

Von **Karl Glösel** in Bielitz.

Ich werde in den folgenden Zeilen einen verhältnismäßig sehr einfachen Ausdruck für $C_5(\sigma)$ ableiten.

Die in meiner Arbeit über die Zerlegung der Zahlen [1]) angegebene Relation

$$S = C_3^1(\varkappa) + C_3^1(\varkappa - 5) + C_3^1(\varkappa - 10) + \cdots = \left\{\frac{\binom{\varkappa+4}{4}}{5}\right\} - C_3^2(\varkappa + 5)$$

lässt sich, wie man leicht findet, auf die Gestalt

$$S = \frac{1}{720}\left((\varkappa+4)(\varkappa+2)(\varkappa-2)(\varkappa-4) - 144\left(\left[\frac{\varkappa+5}{5}\right] - \left[\frac{\varkappa+4}{5}\right]\right) + \right.$$
$$\left. + 80\left(\left[\frac{\varkappa+6}{3}\right] - \left[\frac{\varkappa+5}{3}\right]\right) - 45\left(\left[\frac{\varkappa+7}{2}\right] - \left[\frac{\varkappa+6}{2}\right]\right)\right)$$

bringen, woraus, da der bei der Division von

$$144\left(\left[\frac{\varkappa+5}{5}\right] - \left[\frac{\varkappa+4}{5}\right]\right) - 80\left(\left[\frac{\varkappa+6}{3}\right] - \left[\frac{\varkappa+5}{3}\right]\right) + 45\left(\left[\frac{\varkappa+7}{2}\right] - \left[\frac{\varkappa+6}{2}\right]\right)$$

durch 720 verbleibende Rest absolut genommen kleiner als $\frac{1}{2}$ ist, folgt

$$S = \left\{\frac{(\varkappa+4)(\varkappa+2)(\varkappa-2)(\varkappa-4)}{720}\right\}. \tag{1}$$

Nun hat man nach den von mir a. a. O. aufgestellten Formeln

$$C_4(\sigma) = C_3^1\left(\left[\frac{\sigma+2}{2}\right]\right) + C_3^1\left(\left[\frac{\sigma-1}{2}\right]\right)$$
$$\lambda = \left[\frac{\sigma - \binom{r+1}{2}}{r}\right]$$
$$C_r(\sigma) = \sum_{\lambda=1} C_{r-1}(\sigma - \lambda r)$$

die Gleichung

$$C_5(\sigma) = C_3^1\left(\left[\frac{\sigma-3}{2}\right]\right) + C_3^1\left(\left[\frac{\sigma-13}{2}\right]\right) + C_3^1\left(\left[\frac{\sigma-23}{2}\right]\right) + \cdots + C_3^1\left(\left[\frac{\sigma-8}{2}\right]\right) +$$
$$+ C_3^1\left(\left[\frac{\sigma-18}{2}\right]\right) + C_3^1\left(\left[\frac{\sigma-28}{2}\right]\right) + \cdots + C_3^1\left(\left[\frac{\sigma-6}{2}\right]\right) + C_3^1\left(\left[\frac{\sigma-16}{2}\right]\right) +$$
$$+ C_3^1\left(\left[\frac{\sigma-26}{2}\right]\right) + \cdots + C_3^1\left(\left[\frac{\sigma-11}{2}\right]\right) + C_3^1\left(\left[\frac{\sigma-21}{2}\right]\right) + C_3^1\left(\left[\frac{\sigma-31}{2}\right]\right) + \cdots$$

und daher erhält man unter Benützung von (1) die Beziehung:

$$C_5(\sigma) = \left\{\frac{\left(\left(\left[\frac{\sigma-3}{2}\right]\right)^2 - 16\right)\left(\left(\left[\frac{\sigma-3}{2}\right]\right)^2 - 4\right)}{720}\right\} + \left\{\frac{\left(\left(\left[\frac{\sigma-6}{2}\right]\right)^2 - 16\right)\left(\left(\left[\frac{\sigma-6}{2}\right]\right)^2 - 4\right)}{720}\right\} +$$
$$+ \left\{\frac{\left(\left(\left[\frac{\sigma-8}{2}\right]\right)^2 - 16\right)\left(\left(\left[\frac{\sigma-8}{2}\right]\right)^2 - 4\right)}{720}\right\} + \left\{\frac{\left(\left(\left[\frac{\sigma-11}{2}\right]\right)^2 - 16\right)\left(\left(\left[\frac{\sigma-11}{2}\right]\right)^2 - 4\right)}{720}\right\}.$$

---

[1]) Diese Monatshefte, VII. Jahrg., S. 130 ff.