und „Ebenenruppen“ eingeführt als diejenigen Bewegungsgruppen, die eine Kugelfläche bzw. eine Ebene in sich transformieren und von da aus wird der Begriff des Punktes, der Ebene und weiterhin der der Geraden eingeführt.

Hans Hahn.

R. Weitzenböck, Der vierdimensionale Raum. (Die Wissenschaft, Bd. 80.) VIII + 142 S. F. Vieweg u. Sohn, Braunschweig 1929. Preis geh. RM 9,—, geb. RM 10,50.

Das Buch ist eine gelungene Vereinigung von reiner Mathematik und geistreicher Belletristik, von originellen Ideen seines Verfassers und scharfer Kritik zahlreicher Ansichten und Behauptungen, die seit den ältesten Zeiten über den vierdimensionalen Raum entwickelt wurden. — Bis heute liegen keine Erfahrungen vor, wonach der wirkliche Raum vier gleichberechtigte Dimensionen hätte. Mathematisch ist aber der Ausbau einer mehr als dreidimensionalen Geometrie ohneweiters möglich und auf verschiedene Weise längst vollzogen. Damit wird die Frage diskutabel, was für Eindrücke ein physiologisch geeignet definierter R_4 -Mensch in einem mit R_4 -Dingen ausgestatteten R_4 empfängt und um darüber gesicherte Auskunft geben zu können, werden die Grundbegriffe der vierdimensionalen Euklidischen Geometrie entwickelt und eine Reihe einfacher und komplizierterer R_4 -Körper, darunter ein R_4 -Rad mit nur einem Freiheitsgrad, vorgeführt. Die Mannigfaltigkeit: dreidimensionaler Raum und davon unabhängige Zeit, die in der Relativitätstheorie auftritt und häufig vierdimensionale Welt genannt wird, ist vom Euklidischen R_4 völlig verschieden und wird so dargestellt, daß die begrifflichen Grundlagen und die Ausgangspunkte der berühmten hierher gehörigen Theorien klar gesehen werden können. Die vielen Rollen des R_4 in Wissenschaft und Literatur, die im Buche dargestellt und durch Quellennachweis belegt sind, verraten die umfangreichen R_4 -Kenntnisse des Autors auch außerhalb seines Faches.

Als Kritiker möchte ich mir nur erlauben zu bemerken, daß mir die Bezeichnung „Brennpunkt“ des Punktes P beim R_4 -Auge erster Art auf S. 37 unangebracht erscheint. Der Brennpunkt der Linse des gewöhnlichen, auf unendlich akkommodierten Auges liegt auf der Netzhaut und müßte entsprechend hier in den Netzraum N fallen; P spielt eher die Rolle des optischen Mittelpunktes einer gewöhnlichen Linse. Ähnliches ließe sich gegen die Bezeichnung „Brennlinie“ der Geraden G beim R_4 -Auge zweiter Art einwenden — Bemerkungen, die den Wert des Buches natürlich nicht berühren.

Mayrhofer.

A. Duschek-W. Mayer, Lehrbuch der Differentialgeometrie. Bd. II. Riemannsche Geometrie von W. Mayer. VIII + 245 S. B. G. Teubner. Leipzig und Berlin 1930. Preis geb. RM 17,—.

Der zweite Band dieses Lehrbuches ist von W. Mayer verfaßt und behandelt völlig unabhängig vom ersten die Geometrie Riemannscher Räume. Wie man der folgenden Skizze entnimmt, führt die Darstellung Mayers schon recht weit. Die exakte Durchführung, die klare Darstellung und die geringen Voraussetzungen aus andern Zweigen verbürgen dem Lernenden ein ersprießliches Eindringen in den Gegenstand; aber auch der Kenner wird manche Anregung finden und sich gerne des Rates dieser Darstellung bedienen, die manches Neue bringt und überall originell bleibt.

Kapitel 1 ist eine eingehende Darstellung der Tensoralgebra im n -dimensionalen Punktraum. Das Hauptwerkzeug bilden „adjungierte n -Beine“, deren Vektoren in der Beziehung $\sum_{\alpha} \lambda_i(\alpha) \mu^k = \delta_i^k$ stehen. Daneben wird der lineare

Vektorraum eines Punktes und die ihn bestimmenden („Plückerschen“) Tensoren besprochen. Für symmetrische Tensoren g_{ik} wird eine kanonische Darstellung gegeben und im „positiv definiten“ Falle ist dann g_{ik} Maßtensor eines Riemannschen Raumes R_n . — Kapitel 2. Ohne einen Maßtensor als gegeben voraussetzen, wird ein tensorielles Differential von Tensoren in bezug auf ein in allen Raumpunkten gegebenes n -Bein abgeleitet. Nachdem es für kontravariante Vektoren gefunden ist, kann es durch vier Axiome auf beliebige Tensoren erweitert