H. W. E. Jung, Einführung in die Zahlentheorie. 104 Seiten. Dr. Max Jäneckes Verlagsbuchhandlung, Leipzig 1935. Preis geh. RM 4,20, geb. RM 5,—.

Die Sätze der Zahlentheorie sind unter den Sätzen der Mathematik diejenigen, die am leichtesten auch bei geringen Vorkenntnissen verständlich gemacht werden können. Das Buch unternimmt es, eine solche Darstellung zu bieten. Dementsprechend wird an Formeln gespart und vielmehr getrachtet, die Ergebnisse an zahlreichen Beispielen und ziemlich reichhaltigen Tafeln darzulegen, sicherlich zum Vorteil eines Lesers, der noch wenig Übung im abstrakten Denken hat. Mit ganz besonderer Sorgfalt ist der Abschnitt über quadratische Reste ausgearbeitet. Obwohl demnach die Darstellung eine gewisse Breite besitzt, ist doch auf nicht allzu großem Raum eine ansehnliche Menge von Ergebnissen enthalten, wie eine Zusammenstellung der Abschnitte erkennen läßt: I. Teiler und Vielfache, II. Rechnen nach einem Modul, III. Teilbarkeitsregeln, IV. Multiplikationstabellen, V. Die Funktion $\varphi(n)$, VI. Der kleine Fermatsche Satz, VII. Quadratische Reste, VIII. Logarithmen. Dem Kenner des Gegenstandes fallen einige Abweichungen vom sonstigen Gebrauch auf: die Verwendung des Ausdrucks „Ring“ für eine additive Gruppe, die Vermeidung des Kongruenzzeichens $\equiv$, für das stets $=$ geschrieben wird, endlich die Verwendung des Wortes „Logarithmus“ an Stelle von „Index“. *L. Schrutka.*

J. F. Koksma, Diophantische Approximationen (Ergebnisse, Bd. 4, Heft 4). 157 Seiten. J. Springer, Berlin 1936. Preis RM 18,40.

Als Grundaufgabe in der Theorie der diophantischen Approximationen kann die Aufgabe angesehen werden: Es soll die reelle Irrationszahl α durch rationale Zahlen $\frac{y}{x}$ möglichst gut approximiert werden. Verallgemeinerungen sind: Es soll $\alpha g(x) - y$ absolut möglichst klein gemacht werden. Ferner: Es soll die lineare Form $L \equiv \alpha_1 x_1 + \ldots + \alpha_n x_n - y$ durch ganze Zahlen $x_1, \ldots, x_n$, $y \neq 0, \ldots, 0$ absolut möglichst klein gemacht werden. Eng damit hängt die Frage nach der simultanen Approximation der Zahlen $\alpha_1, \ldots, \alpha_m$ durch Brüche $\frac{y_1}{x}, \ldots, \frac{y_n}{x}$ $(x > 0)$ zusammen. Allgemeiner noch ist die Aufgabe: Es sollen die reellen Funktionen $f_\nu(x_1, \ldots, x_m) - y_\nu$ $(\nu = 1, \ldots, n)$ mod 1 an die Null approximiert werden. Wir sagen: Das System (f_ν) läßt die Approximation $(\varphi_\nu(t))$ zu, wenn das System $|f_\nu(x_1, \ldots, x_m, y)| < \varphi_\nu(t)$, $\nu = 1, \ldots, n$; $t = max(|x_1| \ldots |x_m|)$ unendlich viele Lösungen hat. (f_ν) läßt die Approximation $(\varphi_\nu(t))$ nicht zu, wenn die Ungleichungen höchstens endlich viele Lösungen haben. Es kommt darauf an, bei gegebenem System (f_ν) 1. eine möglichst scharfe Approximation (φ_ν) anzugeben, die von (f_ν) zugelassen wird, und 2. eine möglichst schwache Approximation $(\bar{\varphi}_\nu)$ anzugeben, die von (f_ν) nicht zugelassen wird. — Klassische Sätze in der Theorie der diophantischen Approximationen sind der Minkowskische Grundsatz und die Minkowskischen Sätze über Linearformen. Durch einen verallgemeinerten Gitterbegriff kann nach Blichfeldt der Grundsatz verschärft und manche Abschätzung noch verbessert werden. Sehr viele Sätze kennt man über die Approximation einer reellen Irrationszahl. Hier verwendet man mit Vorteil die Kettenbruchalgorithmen und die mit ihnen nahe verwandten Farey-Brüche. Leider bieten die mehrdimensionalen Verallgemeinerungen große Schwierigkeiten. Begreiflicherweise kennt man daher auch über die simultane Approximation zwar tiefliegende, aber nicht abschließende Sätze. Auch über die Approximation von komplexen Zahlen durch Zahlen eines vorgegebenen imaginär quadratischen Zahlkörpers ist verhältnismäßig noch wenig bekannt. Zahlreiche Untersuchungen hingegen liegen über Irrationalität, Irrationalitätsmaß und Anwendungen auf diophantische Gleichungen, ferner über Transzendenz und Transzendenzmaß vor. Gerade hierüber wurden in den letzten Jahren viele interessante Ergebnisse gewonnen. Viele Einzelergebnisse, aber auch allgemeine Sätze kennt man über die Approximation von inhomogenen linearen Formen, besonders im eindimensionalen Fall. Einfach sind noch die Untersuchungen von $\alpha g(x) - y$ an einer reellen Zahl β, solange $g(x)$ linear ist. Wesentlich schwieriger werden die Untersuchungen, wenn $g(x)$ nicht linear ist. Eine große Zahl von Arbeiten beschäftigt sich mit der Verteilung der Reste einer Funktion $f(x)$ mod 1, insbesondere mit der Gleichverteilung mod 1 von