

W. Pauli in der Physikalischen Zeitschrift 1920 auf Grund der Quantentheorie abgeleiteten Formel für die Suszeptibilität aus:

$$4 \pi \chi = \frac{(j+1)(2j+1) N m'^2}{6 j^2 h T}$$

Dabei stellt  $j$  die sogenannte innere Quantenzahl des Atoms und  $m'$  das Bohrsche Magneton dar, welches als Funktion der inneren Quantenzahl  $j$  bekanntlich durch folgenden Ausdruck gegeben ist:

$$m' = j \frac{e h}{4 \pi \mu}$$

Der Unterschied zwischen der Langevinschen Formel und der von Pauli besteht darin, daß Langevin auf Grund der klassischen Statistik alle Lagen des magnetischen Moments als möglich ansieht, während nach der Quantentheorie die magnetische Achse der Atome nur ganz bestimmte Winkel mit der Feldrichtung annehmen kann. Epstein setzt nun in die letztere Formel für  $j$  kleine ganze Zahlen ein, so ergibt sich in der Tat eine gute Übereinstimmung der berechneten Werte für die Suszeptibilität mit den experimentell gefundenen Werten. Die erhaltenen Werte sind aus der beigefügten Tabelle zu entnehmen.

Ion	$\chi \cdot 10^4$ berechnet	$\chi \cdot 10^4$ beobachtet	$j$
Cr+++.....	4,8	5,0	3
Cr++.....	7,7	7,9	4
Mn++.....	11,3	11,6	5
Fe+++.....	7,7	7,9	4
Co++.....	4,8	3,5	3
Ni+ <sup>7</sup> (gesättigt)	2,5	2,3	2
Ni++ (ungesätt.)	1,0	1,1	1
Cu++.....	0	0	0

Man sieht aus den mitgeteilten Werten, daß mit Ausnahme des gesättigten zweifach geladenen Nickelions (gesättigt) die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment ausgezeichnet ist. Bei Ni++ (gesättigt) scheint daher eine Diskrepanz zwischen Theorie und Experiment vorzuliegen. H. Kallmann.

**The optical cosine law.** (T. Smith, Trans. of the opt. soc. 1922/3, 24, 31—40.) Ein optisches Werkzeug soll im allgemeinen nicht einen Punkt, sondern einen mehr oder minder großen Gegenstand mit gleicher Güte abbilden. Im Jahre 1873 stellte E. Abbe die Bedingung auf: Damit eine Umdrehungsfolge ein zur Achse senkrecht Linienstückchen vollkommen scharf wiedergibt, muß außer der scharfen Abbildung für den Achsenpunkt die Bedingung erfüllt sein:

$$a) \quad n' \sin u' : n \sin u = 1 : \beta = \text{const.}$$

$\beta$  Vergrößerung,  $u, u'$  Winkel eines einfallenden und austretenden Strahls mit der Achse,  $n, n'$  erstes und letztes Brechungsverhältnis). Ch. Hockin wies 1884 nach, daß für die scharfe Abbildung eines Stückchens der Achse das Verhältnis der halben Sinus fest sein muß. Weitere Verallgemeinerungen wurden von H. Bruns, M. Thiesen u. a. gefunden, sie zeigen Gesetze für die Abbildung von Linien- oder Flächenstückchen außerhalb der Achse einer Umdrehungsfolge oder auch für Linsenfolgen, die nicht Umdrehungsfolgen sind; das gemeinsame ist, daß in ihnen der Cosinus des Winkels mit dem abzubildenden Linienstück eine Rolle spielt; die Sinus mit anderen Linien treten nur in Sonderfällen auf.

Sehr allgemein läßt sich ein von A. E. Conrady freilich nur für Umdrehungsfolgen ausgesprochenes Verfahren benutzen, aus ihm folgt, daß zur scharfen Wiedergabe eines von einem scharf abgebildeten Punkte ausgehenden Linienstückchens für jeden Strahl von dem Punkte gelten muß:

$$b) \quad n' \cos \epsilon' - n \cos \epsilon = \text{const.}$$

( $\epsilon, \epsilon'$  Winkel des einfallenden und austretenden Strahles mit dem Linienstückchen und seinem Bilde).

In anderer Weise haben E. Lihotzky und F. Staebble 1919 die Abbesche Sinusbedingung verallgemeinert, indem sie zwar vom Achsenpunkte einer Umdrehungsfolge ausgingen, für ihn aber keine abweichungsfreie Abbildung annahmen; alsdann konnten sie eine Bedingung aufstellen, daß die Abbildung für ein zur Achse senkrechtes Linienstück die gleiche Güte hat wie im Achsenpunkt, wobei Staebble auch den Fall berücksichtigt, daß auch auf der Dingseite kein abweichungsfreier Punkt vorliegt.

Die Arbeit von Smith bringt in gewisser Weise beide Verallgemeinerungen zusammen. Das vom Verfasser abgeleitete Gesetz wird so ausgesprochen:

„Im Ding- und Bildraume sei eine Richtung gegeben; die einfallenden und austretenden Strahlen mögen mit ihnen die Winkel  $\phi$  und  $\phi'$  bilden. Man betrachte die Strahlen, die der Bedingung genügen:

$$c) \quad \cos \phi = p \cos \phi' + q$$

( $p$  und  $q$  Konstante); sie werden im Ding- und Bildraum je eine kaustische Fläche  $\Sigma$  und  $\Sigma'$  bestimmen. Denkt man sich nun  $\Sigma$  um eine unendlich kleine Strecke in der gegebenen Richtung verschoben, so daß die Dingstrahlen nunmehr eine zu  $\Sigma$  kongruente Fläche  $\Sigma_1$  von gleicher Lage berühren, so wird auch die entsprechende Fläche im Bildraume,  $\Sigma'_1$ , zu  $\Sigma'$  kongruent, gleichliegend und in der ausgewählten Richtung verschoben sein, die Verschiebungen  $\sigma$  und  $\sigma'$  genügen der Gleichung  $n' \sigma' = n \sigma p$ .

Die Gleichung c) stimmt mit der Conradschen Gleichung b) überein, die also nicht nur für den Fall einer abweichungsfreien Abbildung ihre Bedeutung hat, sondern allgemein eine Beziehung zwischen den Strahlen im Dingraume und denen im Bildraume bedeutet, aus der allgemeine Gesetze für die Wiedergabe eines Linienstückchens abzuleiten sind.

Für den Beweis des Satzes verwendet T. Smith das Brunsische Eikonal, für den Beweis der Umkehrung eine Erweiterung des Fermatschen Satzes vom „kürzesten Lichtwege“.

Die Abbesche wie die Hockinsche Sinusbedingung und mehrere andere bekannte Sätze erscheinen als Sonderfälle des Smithschen Satzes.

Zum Schluß untersucht der Verfasser als weiteres Beispiel die Frage, inwieweit eine achsensymmetrische brennpunktlose Linsenfolge mit — bei Verschiebung einzelner Teile — veränderlicher Vergrößerung möglich wäre, die in jedem Falle unendlich ferne Gegenstände scharf abbildet. H. Boegehold.

**A large aperture aplanatic lens not corrected for colour.** (Th. Smith, Transactions of the Optical Society XXIV, 1922/23, Nr. 1, Seite 22—30.) Der Verfasser stellte sich die Aufgabe, ein System von zentrierten, nichtverkitteten Linsen ein und derselben Glassorte zu berechnen, das frei ist von sphärischer Aberration und von komatischen Fehlern bei einem großen relativen Öffnungsverhältnis. Aus den mathematischen Bedingungen für die Freiheit vom Kugelgestaltfehler und für die Erfüllung der Sinusbedingung, die dem Aufsatz über „Optical Calculations“ aus dem Dictionary of Applied Physics, 4, ent-