Satz 8a: Im Fall $\mathfrak{w}$ = Nullideal geht die direkte Durchschnittsdarstellung des Satzes 8 (nach Hilfssatz 3) in eine *eindeutig bestimmte* Produktzerlegung in zweiseitige Faktoren über, die 1. paarweise teilerfremd, 2. miteinander vertauschbar sind und 3. selber nicht mehr als Produkt zweiseitiger, teilerfremder, vertauschbarer Ideale $\neq \mathfrak{o}$ dargestellt werden können.

Satz 8b: Stimmt $\mathfrak{w}$ mit dem zu zerlegenden Ideal $\mathfrak{m}$ überein, so ergibt sich aus Satz 8 als Spezialfall die bekannte eindeutig bestimmte Darstellung von $\mathfrak{m}$ als direkter Durchschnitt zweiseitiger und zweiseitig-teilerfremd-irreduzibeler Komponenten; zweiseitig-teilerfremd-irreduzibel heißt dabei ein zweiseitiges Ideal, wenn es sich nicht als direkter Durchschnitt zweiseitiger Ideale $\neq \mathfrak{o}$ darstellen läßt. Für das Ideal $\mathfrak{m}$ ist das also dann und nur dann der Fall, wenn das System seiner zweiseitigen Primteiler im Sinne des Satzes 7 unzerlegbar ist, wobei $\mathfrak{w} = \mathfrak{m}$ zu setzen ist.

Beweis: beruht darauf, daß paarweise teilerfremde, zweiseitige Ideale modulo ihrem Durchschnitt immer vertauschbar sind, was aus Hilfssatz 5 leicht erschlossen werden kann (dieser Schluß wurde oben beim Beweis des Satzes 6 genau durchgeführt).

Satz 8c: Ist das Ideal $\mathfrak{m}$ durch das Quadrat seines Radikals $\mathfrak{c}$ teilbar, so fallen die Zerlegungen der Sätze 8, 8a, 8b zusammen: $\mathfrak{m}$ ist dann also das Produkt seiner zweiseitigen und zweiseitig-teilerfremd-irreduzibelen Komponenten, die im Fall $\mathfrak{m} \subseteqq \mathfrak{c}^2$ miteinander vertauschbar sind.

Beweis: Für zwei zweiseitige Primteiler $\mathfrak{p}_i$ und $\mathfrak{p}_j$ von $\mathfrak{m}$ gilt offensichtlich:

$$\mathfrak{p}_i \mathfrak{p}_j \supseteqq \mathfrak{c}^2 \supseteqq \mathfrak{m} \supseteqq \mathfrak{w}, \quad \mathfrak{p}_j \mathfrak{p}_i \supseteqq \mathfrak{c}^2 \supseteqq \mathfrak{m} \supseteqq \mathfrak{w}.$$

Darum ist $\mathfrak{p}_i \mathfrak{p}_j + \mathfrak{w} = \mathfrak{p}_j \mathfrak{p}_i + \mathfrak{w}$ mit $\mathfrak{p}_i \mathfrak{p}_j = \mathfrak{p}_j \mathfrak{p}_i$ äquivalent. Die Bedingung $\mathfrak{m} \subseteqq \mathfrak{c}^2$ ist übrigens für das Bestehen des Satzes 8c nur hinreichend, nicht notwendig.

Zusätze bei der Korrektur [Dezember 1934].

1. Die unter 4 ausgesprochene Behauptung des Satzes 5b folgt aus Satz 13a der in Fußnote [8]) zitierten Arbeit (§ 17): Da der Restklassenring $\mathfrak{o}^*/\mathfrak{c}^*$ (wo $\mathfrak{c}^*$ das Radikal von $(\mathfrak{a}|$ bedeutet) in die direkte Summe zweiseitig einfacher Ringe zerfällt, ist $\mathfrak{c}^*$ direkter Durchschnitt zweiseitiger und zweiseitig teilerloser Ideale, die natürlich mit den zweiseitigen Primteilern $\mathfrak{p}^*$ von $(\mathfrak{a}|$ (aufgefaßt als Ideal des Ringes $\mathfrak{o}^*$) übereinstimmen müssen, so daß die einfachen Ringe, in deren direkte Summe sich $\mathfrak{o}^*/\mathfrak{c}^*$ zerlegen läßt, den $\mathfrak{p}^*$ umkehrbar eindeutig entsprechen und mit den m Restklassenringen $\mathfrak{o}^*/\mathfrak{p}_1^*, \ldots, \mathfrak{o}^*/\mathfrak{p}_m^*$ isomorph sind.

2. Zum Beweis des Satzes 5e: Jeder Darstellung von $(\mathfrak{a}|$ als direkter Durchschnitt von Linksidealen des Ringes $\mathfrak{o}^*$:

$$(1) \qquad (\mathfrak{a}| = (\mathfrak{q}_1^*| \frown \ldots \frown (\mathfrak{q}_m^*|$$

entspricht eine eindeutig bestimmte Zerlegung des Restklassenrings $\bar{\mathfrak{o}}^* = \mathfrak{o}^*/(\mathfrak{a}|$ in die direkte Summe von Linksidealen des Ringes $\bar{\mathfrak{o}}^*$:

$$(2) \qquad \bar{\mathfrak{o}}^* = \bar{\mathfrak{o}}^* \bar{e}_1^* + \ldots + \bar{\mathfrak{o}}^* \bar{e}_m^*.$$

Nach der Theorie der Automorphismenringe Abelscher Gruppen gehört zu (2) die Zerlegung

$$(3) \qquad \bar{\mathfrak{o}} = \bar{\mathfrak{o}} \bar{e}_1^* + \ldots + \bar{\mathfrak{o}} \bar{e}_m^*$$

des Restklassenmoduls $\bar{\mathfrak{o}} = \mathfrak{o}/(\mathfrak{a}|$ in die direkte Summe linksseitiger Untermoduln von $\bar{\mathfrak{o}}$; denn $\bar{\mathfrak{o}}^*$ ist ja nach Satz 1 der Automorphismenring von $\bar{\mathfrak{o}}$. Der Zerlegung (3) entspricht schließlich wieder eine bestimmte Darstellung von $(\mathfrak{a}|$ als direkter Durchschnitt von Linksidealen des Ringes $\mathfrak{o}$:

$$(4) \qquad (\mathfrak{a}| = (\mathfrak{q}_1| \frown \ldots \frown (\mathfrak{q}_m|.$$

Aus dem umkehrbar eindeutigen Zusammenhang zwischen (1) und (4) folgt Satz 5e, weil $\mathfrak{o}^*/(\mathfrak{q}_\mu^*| \cong \bar{\mathfrak{o}}^* \bar{e}^*$ und $\mathfrak{o}/(\mathfrak{q}_\mu| \cong \bar{\mathfrak{o}} \bar{e}_\mu^*$ und daher sowohl der Automorphismenring von $\bar{\mathfrak{o}}^*/(\mathfrak{q}_\mu^*|$ wie der von $\mathfrak{o}/(\mathfrak{q}_\mu|$ mit $\bar{e}_\mu^* \bar{\mathfrak{o}}^* \bar{e}_\mu^*$ isomorph ist, so daß $(\mathfrak{q}_\mu^*|$ und $(\mathfrak{q}_\mu|$ immer beide gleichzeitig primär oder nichtprimär sind.

(Eingegangen am 20. 8. 1934.)