Wir erhalten also

(30) $$\omega = A e^{p\zeta} + B e^{\bar{p}\zeta}$$

und

(31) $$X = A_1 e^{2p\xi} + \bar{A}_1 e^{2\bar{p}\xi}.$$

Durch Rückeinsetzen in die Gleichung (10) ergibt sich jetzt die folgende Beziehung zwischen den Konstanten

(32) $$A_1 B \bar{A} + \bar{A}_1 A \bar{B} = 0.$$

Setzt man darin

$$A_1 = A_1^* + i B_1^*,$$

und $$A = \alpha + i\beta, \qquad B = \gamma + i\delta,$$

so schreibt sich die vorstehende Gleichung auch so

(32') $$\frac{A_1^*}{B_1^*} = \frac{\alpha\delta - \beta\gamma}{\alpha\gamma + \beta\delta}.$$

4. Sonderfälle.

a) $p = 0$, $q = 0$, dann ist $a = 0$, $b = 0$, und man erhält $X'' = 0$, also $X = U_{\xi\xi} = 6A\xi + 2B$ und $U = A\xi^3 + B\xi^2$, d. i. der Fall der Cartesischen Koordinaten.

b) $p = q \neq 0$, $X = A_1 e^{2p\xi} + B_1 \xi e^{2p\xi}$ (Fall II). Wird darin $\xi = \log r$ gesetzt, so folgen r^2 und $r^2 \log r$ als die eigentlichen Bipotentiale, die den Polarkoordinaten in der Ebene entsprechen.

c) $p + q = 0$, $A + B = 0$ (s. Fall I), dann kommt $A_1 + B_1 = 0$ und

$$f(\zeta) = \frac{2A}{p} \operatorname{Cos} p\zeta, \qquad X = 2A_1 \operatorname{Sin} 2p\xi, \qquad U = \frac{A_1}{2p^2} \operatorname{Sin} 2p\xi$$

und dies ist der eingangs erwähnte Fall der elliptischen Koordinaten.

In diesen drei Sonderfällen existieren gleichzeitig mit diesen von ξ allein abhängigen, wie leicht zu erkennen, auch von der zweiten Veränderlichen η allein abhängige Bipotentiale, was im allgemeinen nicht der Fall zu sein braucht.

(Eingegangen am 21. 3. 1921.)

Zusatz bei der Korrektur. In seiner Arbeit über „Spiralförmige Bewegungen zäher Flüssigkeiten“, Jahresb. d. D. Math.-Ver. 25 (1916), löste Herr G. Hamel das analoge Problem für die Differentialgleichung, der die Stromfunktion für stationäre ebene Strömungen genügt, und die sich nur durch die Trägheitsglieder von $\Delta\Delta u = 0$ unterscheidet; das dabei gewonnene Ergebnis ist als Sonderfall im obigen enthalten. Ich sage Herrn Hamel für diesen Hinweis besten Dank.