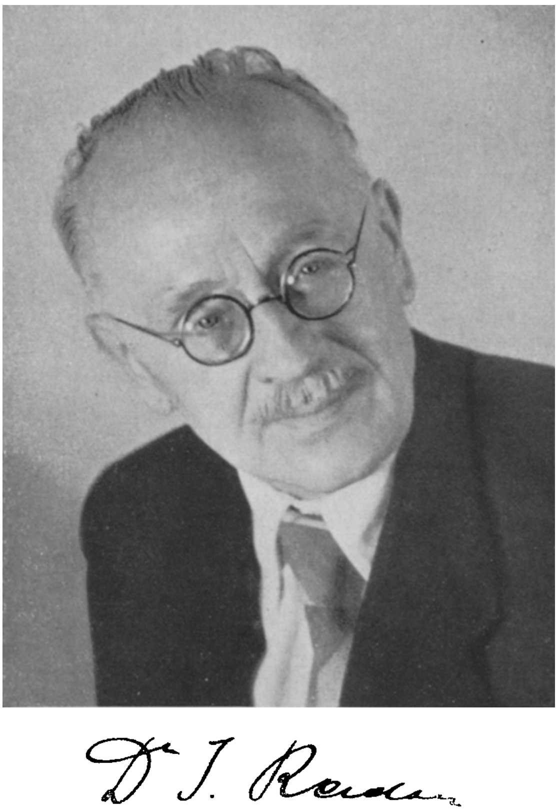
Nachruf auf Prof. Johann Radon

Von

Paul Funk, Wien

(*Eingegangen am 2. Dezember 1957*)

Am 25. Mai 1956 starb Professor Dr. *Johann Radon* als Prorektor der Wiener Universität. Mit ihm schied aus unserer Mitte nicht nur



ein in der ganzen Welt hochangesehener Mathematiker, sondern wir mußten auch Abschied nehmen von einer Persönlichkeit, die in aller

Stille, ohne dies selbst anzustreben, in akademischen Kreisen eine führende Stellung einnahm. Er gehörte seit 1939 als korrespondierendes, seit 1947 als wirkliches Mitglied und seit 1953 als Sekretär der naturwissenschaftlichen Klasse der Österreichischen Akademie der Wissenschaften an. Seine mathematische Ausbildung genoß er an der Wiener Universität. Nach seinem Doktorat wurde ihm ein Stipendium zuteil, das es ihm ermöglichte, sein Studium ein Semester lang in Göttingen fortzusetzen. Bald darnach wurde er Assistent an der Technischen Hochschule in Brünn. Während des ersten Weltkrieges war *Radon* wegen starker Kurzsichtigkeit vom Militärdienst enthoben und während dieser Zeit Assistent an der Technischen Hochschule in Wien. Seine Habilitation erfolgte bereits im Jahre 1913 auf Grund der bekannten Arbeit: Theorie und Anwendungen der absolut additiven Mengenfunktion [4]. 1919 erfolgte seine Ernennung als a.o. Professor an die Universität Hamburg. Nun folgten in kurzem zeitlichen Abstand Berufungen als Ordinarius an die Universitäten Greifswald, Erlangen und Breslau. In Greifswald wirkte er von 1922 bis 1925, in Erlangen von 1925 bis 1928 und schließlich von 1928 bis 1945 in Breslau. Durch die Kriegsereignisse war er 1945 gezwungen, ohne Hab und Gut zu flüchten und fand zunächst Aufnahme an der Universität Innsbruck und wurde zwei Jahre später an die Wiener Universität berufen. Inzwischen erhielt er Berufungen nach Greifswald, Erlangen, Jena und Leipzig, die er aber ablehnte.

Bevor wir darauf eingehen, *Radons* wissenschaftlichen Werdegang näher zu betrachten und sein mathematisches Schaffen zu würdigen, wollen wir zunächst den äußeren Rahmen schildern, in dem sein Leben ablief. Da nach Beendigung seiner Studienzeit äußere Lebensumstände bei *Radon* im Verhältnis zu den in ihm selbst wurzelnden Kräften von geringer Bedeutung für seine wissenschaftlichen Leistungen waren, tun wir dies in aller Kürze. Geboren wurde *Radon* am 16. Dezember 1887 in Tetschen an der Elbe. Sein Vater war Sudetendeutscher, seine Mutter stammte aus Thüringen. Seine Gymnasialzeit verbrachte er in Leitmeritz, das im alten Österreich als Schulstadt ein gewisses Ansehen genoß. In einer kleinen, autobiographischen Skizze, die *Radon* anläßlich seiner Aufnahme der Wiener Akademie übergab, gedenkt *Radon* selbst der vielen Anregungen, die ihm tüchtige Lehrer auf den Lebensweg mitgaben. Seine Interessen galten nicht nur der Mathematik und den Naturwissenschaften, sondern auch dem Studium der alten Sprachen. Seine doppelte Art von mathematischer Begabung, die schon zu Beginn seiner Studienzeit deutlich in Erscheinung getreten sein dürfte, kommt durchaus nicht häufig vereint vor, selbst bei den bedeutendsten Mathematikern nicht. Einerseits abstraktes Denken, wie es die Schaffung einer umfassenden Theorie verlangt, andererseits eine große, durch geometrische Anschauung unterstützte Anpassungsgabe, die zur Behandlung spezieller Probleme nötig ist. Wir müssen hier auch den großen Ernst, der seiner ganzen Lebensauffassung offenbar von früher Jugend an zugrunde lag, hervorheben. „Begabung verpflichtet" war für ihn bestimmend. Aber wir freuen uns sagen zu können, daß ihm dieser Zug seines Wesens nicht nur sehr bald volle Anerkennung, sondern auch viel aufrichtig freundschaftliche Gesinnung zu sichern vermochte. Während *Radons* Studienzeit wirkten an der Wiener Universität *Mertens*, *von Escherich*, *Wirtinger* und *Kohn* als Professoren und als Dozenten *Plemelj* und *Hahn*. Es muß auch hervorgehoben werden, daß ihn in dieser Zeit eine herzliche Freundschaft mit dem so überaus genialen aber früh verstorbenen Mathematiker *Wilhelm Gross* verband. *Radon* selbst hob oft hervor, insbesondere in seiner Antrittsrede bei der Übernahme seiner Wiener Lehrkanzel, daß *von Escherich* auf seinen Werdegang den allergrößten Einfluß ausgeübt hat. Der große Fortschritt, der sich in der Grundlegung der Analysis in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts durch *Weierstraß* und *Georg Cantor* angebahnt hatte, war für *Escherich* eine Quelle der Begeisterung und er sah es als seine Pflicht an, den jungen Studenten gleich von Anfang an die Grundlagen der Analysis in Weierstraßscher Prägung zu vermitteln. Dies stand im Gegensatz zu einem großen Teil der damals gebräuchlichen Lehrbuchliteratur. Für *Escherich*, der, wie er selbst tief bedauerte, *Weierstraß* nicht persönlich kennen gelernt hatte, war die Form der neuen Ideen, wie sie in den Lehrbüchern von *Stolz* zum Ausdruck kamen, richtunggebend. Der Verzicht auf Anschaulichkeit und auf anziehende Beispiele in seinen Vorlesungen, sowie häufige und bis ins einzelne durchgeführte Beweisgänge gleicher Art, wirkten allerdings dahin, daß *Escherich* nur auf wirklich tiefer veranlagte Studenten einen bedeutenden Einfluß ausüben konnte. *Escherichs* Forschertätigkeit galt vor allem anderen der genauen Durchführung der in ihren Grundzügen bereits von *Clebsch* entworfenen Theorie der zweiten Variation beim allgemeinen Lagrangeschen Problem. Obwohl *Escherichs* Arbeiten auf diesem Gebiet von grundlegender Bedeutung waren und auch in der Literatur volle Anerkennung fanden, gelang es ihm doch nicht, eine gewisse Schwierigkeit, die sich hier bot, zu beseitigen. Erst ungefähr 25 Jahre später wurde sie von seinem Schüler *Radon* überwunden.

Bei dem großen Umfang von *Radons* Arbeiten erscheint es geboten, nicht jede wertvolle Einzelarbeit zu besprechen, sondern das Hauptaugenmerk auf jene Arbeiten zu richten, bei denen seine Eigenart am klarsten hervortritt. Als Ergänzung sei auf das beigefügte Verzeichnis seiner Arbeiten hingewiesen. *Radons* eigenes Schaffen galt hauptsächlich der Variationsrechnung, Problemen der Differentialgeometrie und insbesondere den absolut additiven Mengenfunktionen und ihrer Anwendung auf Funktionalanalysis. Dazu kommen noch einige kleinere Arbeiten.

Sprechen wir zunächst von *Radons* Arbeiten über Variationsrechnung. Seine Dissertation [1]: „Über das Minimum des Integrals $\int_{s_0}^{s_1} F(x, y, \vartheta, \varkappa)\, ds$" läßt bereits Vollreife und klares Erfassen dessen, was prinzipiell von Interesse ist, erkennen. Ein Hauptergebnis ist: Treten höhere Ableitungen im Integranden auf, so tritt bei der Frage nach den hinreichenden Bedingungen für ein halbstarkes Minimum dieselbe Erscheinung ein wie beim inhomogenen Variationsproblem für ein starkes Minimum, wenn nur die erste Ableitung im Integranden vorhanden ist. Auch wenn die E-Funktion längs der Extremale beständig positiv ist, so genügt dies noch nicht, um ihren positiven Charakter für das Feld in der Umgebung der Extremalen zu behaupten. Als bedeutsamste Arbeit *Radons* auf dem Gebiet der Variationsrechnung scheint uns wohl die unter [26] genannte Arbeit. Hier wurden die oben erwähnten Schwierigkeiten, auf die *Escherich* gestoßen war, überwunden. Das entscheidende war dabei ein Beweis für das isolierte Vorkommen einer Nullstelle einer gewissen Determinante. In dieser Arbeit tritt besonders markant hervor, daß es *Radon* stets in ausgezeichneter Weise verstand, den formalen Apparat der Zielsetzung anzupassen. In diesem Falle war es eine meisterhafte Anwendung des Matrizenkalküls, die es ermöglichte, das gewünschte Ziel durch Formeln in übersichtlicher Art zu erreichen. Für die damalige Zeit konnte diese Arbeit als ein bedeutender Fortschritt gewertet werden. Dies wurde insbesondere auch sofort von *W. Blaschke* anerkannt. Um die geleistete Arbeit vor einem größeren Kreis von Mathematikern deutlich in Erscheinung treten zu lassen, lud *Blaschke* *Radon* ein, Vorträge an der Hamburger Universität zu halten. Diese Vorträge sind auch in Buchform in den Hamburger Mathematischen Einzelschriften erschienen [29]. Diese Vorträge zeichnen sich durch große Übersichtlichkeit und Klarheit aus. Im Zusammenhang mit dieser Publikation sei hervorgehoben: Vor *Escherichs* und *Radons* Arbeiten nahm man stillschweigend an, daß es im Lagrangeschen Problem bei allen mit der Transformation der zweiten Variation in Zusammenhang stehenden Aufgaben nur notwendig sei, gewisse Differenzierbarkeitsforderungen an den Integranden des Variationsproblems zu stellen. Man dachte dabei fälschlich an Folgerungen, wie sie nur durch die Voraussetzung der Analytizität gefolgert werden können. Durch *Escherich* und *Radon* wurde es klar, daß es durch die Differenzierbarkeitsforderungen nicht verbürgt ist, daß sich die Dimensionszahl des Kontinuums, das durch die zugelassenen Extremalen überdeckt wird, nicht sprunghaft ändern kann. Diese Erkenntnis war für die Weiterentwicklung der Variationsrechnung von grundlegender Bedeutung. Zunächst führte sie zur Einführung des Begriffes der Klasse eines Extremalenbogens durch *Carathéodory* und im weiteren Verlauf zu Arbeiten von *Bliss*, *Morse* und einer großen Anzahl von Arbeiten von diesen beiden Forschern nahestehenden amerikanischen Mathematikern. Auch die unter [7] genannte Arbeit brachte eine für die Variationsrechnung bzw. für die Finslersche Geometrie grundlegende Tatsache zum Vorschein. *Blaschke* hatte kurz zuvor bewiesen, daß im Fall $n = 3$ die Voraussetzung, die Transversalitätsbedingung sei involutorisch, für den Riemannschen Raum kennzeichnend sei. Für den Fall $n = 2$ verhält sich, wie *Radon* zeigt, alles völlig anders. Hier treten als Indikatrix die nach ihm bezeichneten Kurven auf. Viele Arbeiten *Radons* auf dem Gebiet der Variationsrechnung hängen aufs engste mit differentialgeometrischen Problemen zusammen. Wir möchten hier insbesondere auf zwei Probleme hinweisen, die *Radon* behandelt und *Blaschke* publiziert hat, und zwar in *F. Kleins* Vorlesungen über Geometrie [21], [22] und *Blaschke*, Differentialgeometrie, Bd. 1, ferner auf die Arbeit [34], die mit einem von *Oseen* behandelten Problem der physikalischen Chemie zusammenhängt und vielleicht deshalb größere Beachtung verdienen würde, weil sie zur Behandlung von speziellen Variationsproblemen interessante Beispiele bieten dürfte.

Wir gehen nun dazu über, *Radons* differentialgeometrische Arbeiten zu besprechen. *Radons* Neigung zur Differentialgeometrie ist bei den bereits hervorgehobenen charakteristischen Eigenschaften seines Schaffens und Denkens durchaus verständlich. Anregungen aus der Anschauung und Bedürfnis nach Systematik waren hier die Triebfedern zu seiner Arbeit. Dazu kam noch, daß sein Studienkollege und Freund *Blaschke*, der bereits in jugendlichem Alter ungemein erfolgreich auf diesem Gebiet war, persönlich stark auf ihn einwirkte. *Blaschke* war in seiner Prager Zeit (1912—1915), angeregt durch die Arbeiten und den regen persönlichen Verkehr mit *G. Pick*, zum Mitbegründer der Affingeometrie geworden. Diesem Einfluß *Blaschkes* ist es wohl zuzuschreiben, daß sich *Radon* ebenfalls intensiv mit Affingeometrie zu beschäftigen begann, und so entstanden die unter [9] und [10] genannten Arbeiten über affine Differentialgeometrie. Vor allem die erste der genannten Arbeiten ist für *Radons* Wesen kennzeichnend. Sie handelt von den Grundgleichungen der affinen Flächentheorie. Ebenso kennzeichnend für *Radon* ist seine aus der Erlanger Zeit stammende Arbeit [15] über die Bestimmung der Riemannschen Metrik durch Krümmungseigenschaften, ein Problem, das ja für die Differentialgeometrie grundlegende Bedeutung hat. Daß *Radon* durch seine Beschäftigung mit Variationsrechnung vielfach mit differentialgeometrischen Problemen in Berührung kam, haben wir bereits erwähnt.

So bedeutend die bisher besprochenen Arbeiten *Radons* auch im einzelnen waren, so muß doch gesagt werden, daß *Radons* Name in erster Linie verknüpft ist mit seinen bedeutsamen Arbeiten über die Theorie und Anwendungen der absolut additiven Mengenfunktionen. Grundlegend war vor allem anderen seine unter [4] genannte Habilitationsschrift. Hieran schlossen sich die unter [11] und [12] genannten Arbeiten über lineare Funktionalgleichungen bzw. über Randwertaufgaben beim logarithmischen Potential. *Radons* Studienzeit fällt in eine Epoche, wo eine geradezu stürmische Entwicklung vor allem durch *Fredholms*, *Hilberts* und *E. Schmidts* Arbeiten auf dem Gebiet der Integralgleichungen einsetzte. Parallel mit dieser Entwicklung lief aber die Ausarbeitung einer abstrakt geometrischen Theorie des Hilbertschen Raumes, die sich insbesondere durch die mengentheoretischen Studien von *Hausdorff*, *Fréchet* und den grundlegenden Arbeiten von *F. Riesz* anbahnte. Es ist klar, daß diese großartigen Leistungen einen tief veranlagten jungen Mathematiker begeistern mußten. Dazu kam noch, daß sich *Radon* offenbar verhältnismäßig früh mit den grundlegenden Arbeiten von *Lebesgue* vollkommen vertraut gemacht hatte. Und so entstand der Plan zu seiner bereits genannten Arbeit [4]. Über sein Ziel äußerte er sich folgendermaßen: „In der vorliegenden Arbeit ist der Versuch gemacht, die Theorie der linearen Integralgleichungen einerseits und der linearen und bilinearen Formen unendlich vieler Variabler andrerseits einer allgemeinen Theorie in dem Sinne unterzuordnen, daß die von *Hilbert* in seiner „vierten Mitteilung" eingeführten einfachen Methoden im wesentlichen bestehen bleiben und dann durch einfache Spezialisierung der gewonnenen Ergebnisse die wichtigsten Resultate obgenannter Theorien erhalten werden". Um aber die angedeutete Theorie in möglichster Allgemeinheit aufzubauen, war, wie *Radon* selbst sagt, die Entwicklung einer Theorie der absolut additiven Mengenfunktionen eine unabweisliche Vorarbeit. *Radon* war sich vollkommen dessen bewußt, daß diese Vorarbeit an und für sich von grundlegender Bedeutung für die gesamte Analysis werden mußte. Dies kommt schon in der Wahl des Titels dieser Arbeit zum Ausdruck.Der Ausbau der absolut additiven Mengenfunktionen nach der Richtung, wie sie für die oben zitierte Zielsetzung erforderlich war, bildet das Kernstück dieser Arbeit. Und besonders bezeichnend für *Radon* ist es, daß er auch hier wieder, wo es sich um den Ausbau einer allgemeinen Theorie handelt, von allem Anfang an, wie aus einer Fußnote hervorgeht, ein ganz konkretes Anwendungsgebiet vor Augen hat, und zwar waren es die potentialtheoretischen Untersuchungen *Plemeljs*, worauf wir später noch zurückkommen. Für den Aufbau der Theorie der absolut additiven Mengenfunktionen war eine geeignete Verallgemeinerung des Stieltjesschen Integralbegriffes nötig, die *Radon* in doppelter Weise vornimmt. Die eine im Anschluß an den Riemannschen Integralbegriff, die zweite im Sinn des Lebesgueschen Integralbegriffes. Die zweite Verallgemeinerung wird in der Literatur als *Radon-Stieltjes*sches Integral bezeichnet. Im Anschluß an die Aufstellung dieses Begriffes werden die zwei wichtigsten Sätze der Theorie bewiesen. Zunächst wird die Verallgemeinerung des Rieszschen Satzes über die Darstellbarkeit der linearen Funktionaloperationen und dann das Theorem der Darstellbarkeit der absolut additiven Mengenfunktion mit Hilfe des neuen Integralbegriffes bewiesen. *Radon* selbst beschränkt seine Untersuchungen auf im Borelschen Sinn meßbare Mengen. Später hat *Nikodym*, angeregt durch Arbeiten von *Fréchet* das zuletzt genannte Radonsche Theorem für eine umfassendere Klasse von Mengen verallgemeinert und so ist dieses überaus wichtige Theorem in die Literatur als *Radon-Nikodym*sches Theorem eingegangen. Durch Heranziehung der Theorie der absolut additiven Mengenfunktionen gelingt es, die erste und zweite Randwertaufgabe der Theorie des logarithmischen Potentials unter viel allgemeineren Bedingungen zu lösen, als dies bisher gelungen war und zwar sowohl, was die Randkurve als auch, was die Randfunktionen betrifft.

Hiemit möchten wir den Überblick, den wir über *Radons* wissenschaftliches Werk zu geben versucht haben, beschließen. Dabei sind freilich viele schöne und erfolgreiche Einzeluntersuchungen nicht ausdrücklich hervorgehoben, so z. B. nicht die Arbeit über mechanische Kubatur [39], wie man aus dem beigefügten Verzeichnis von *Radons*

Arbeiten ersehen kann. Ergänzend möchten wir aber noch bemerken, daß sich *Radon* auch gerne mit philosophischen und erkenntnistheoretischen Fragen beschäftigte. Dies kommt insbesondere in seinem Inaugurationsvortrag: „Mathematik und Naturerkenntnis" [45] zum Ausdruck, wo er mit bewundernswerter Klarheit und Prägnanz tiefliegende Ideen zu formulieren wußte.

In der Einleitung haben wir schon einiges über *Radons* Persönlichkeit gesagt, so weit es für ein besseres Verständnis für seinen Werdegang und für sein wissenschaftliches Werk und zur Würdigung seiner Stellung im akademischen Leben an der Wiener Universität nötig schien. Wer aber das Glück hatte, *Radon* näher zu kennen, fühlt wohl bei diesem Anlaß auch die Pflicht, mehr darüber zu sagen. *Radons* äußere Erscheinung bot zunächst den Eindruck eines ernsten, stillen und intensiv geistig arbeitenden Menschen. Auch seine Schüler wurden in dieser Weise beeindruckt. Seine große Wirkung als Lehrer beruhte aber vor allem auf seinen bis ins Einzelne fein durchgearbeiteten Vorlesungen. Bei seiner eigenen wissenschaftlichen Arbeit war, wie wir gesehen haben, stets abstraktes Denken mit anschaulichem Erfassen an Beispielen in engster Verbindung, wie er auch selbst gelegentlich hervorhob. Er wollte an abstraktes Denken heranführen, aber um dieses Ziel zu erreichen, brachte er in seinen Vorlesungen viele gut ausgewählte Beispiele, und so gelang es ihm, bei einem verhältnismäßig großen Teil der Hörer schöne Lehrerfolge zu erzielen. Sein großes Pflichtbewußtsein nach jeder Seite hin und seine menschlich mitfühlende Art veranlaßten ihn, auch sehr sorgsam in Erwägung zu ziehen, welche Anforderungen man an die Hörer stellen könne. Wenn wir sagten, *Radons* äußere Erscheinung bot zunächst den Eindruck eines intensiv geistig arbeitenden Menschen, so müssen wir doch hinzufügen, daß sich in geselligem Verkehr, namentlich wenn er Verständnis für seine Eigenart vermutete, ein ganz anderes Bild bot: Freude an Musik, insbesondere guter Hausmusik, bei der er selbst Violine spielte, Freude an der Natur, die er in langen Spaziergängen genoß, Freude an guter, schöngeistiger Literatur. So las er gerne gelegentlich auch griechische und römische Autoren im Originaltext. Dies alles formte einen Menschen, der Schönes und auch Heiterkeit im geselligen Verkehr zu geben wußte. *Radon* war es beschieden, eine überaus verständnisvolle Lebensgefährtin in Frau *Marie*, geborene *Rigele* zu finden, die sich ganz seinem Leben anpaßte. Aus dieser Ehe stammten zwei Söhne und eine Tochter. Auf dieses so schöne und glückliche Familienleben fielen freilich auch schwere Schatten, da beide Söhne in jugendlichem Alter starben. In den letzten Lebensjahren war es *Radon* vergönnt, noch sonnige Freude zu erleben. Seine Tochter ist verheiratet mit Dr. *E. Bukovics,* der als Dozent und Assistent an der Wiener Technischen Hochschule wirkt. Dieser Ehe entstammen zwei Kinder, an deren Entwicklung und Gedeihen *Radon* überaus herzlichen Anteil nahm.

Radon hat diese Zeitschrift seit 1947 herausgegeben. Mit großem Eifer und großer Sorgfalt widmete er sich all den Aufgaben, die daraus erwuchsen. Wenn wir hier, entsprechend einer Aufforderung der gegenwärtigen Herausgeber, versucht haben, in Worten festzuhalten, was *Radon* uns war, so geschah es mit dem innigen Wunsch, daß auch die, die nach uns kommen, diesen großen österreichischen Mathematiker richtig zu würdigen wissen.

Verzeichnis der wissenschaftlichen Arbeiten

[1] „Über das Minimum des Integrals $\int\limits_{s_0}^{s_1} F(x, y, \vartheta, \varkappa)\, ds$". Sitzungsberichte der Wiener Akademie **119**, S. 1257—1326. (1910).

[2] „Zur Theorie der Mayerschen Felder beim Lagrangeschen Variationsproblem". Sitzungsberichte der Wiener Akademie **120**, S. 1337—1360. (1911).

[3] „Über einige Fragen, betreffend die Maxima und Minima mehrfacher Integrale". Monatshefte für Mathematik und Physik **22**, S. 53—63. (1911).

[4] „Theorie und Anwendungen der absolut additiven Mengenfunktionen". Sitzungsberichte der Wiener Akademie **122**, S. 1295—1438. (1913).

[5] „Über eine Erweiterung des Begriffes der konvexen Funktionen mit einer Anwendung auf die Theorie der konvexen Körper". Sitzungsberichte der Wiener Akademie **125**, S. 241—258. (1916).

[6] „Die Kettenlinie bei allgemeinster Massenverteilung". Sitzungsberichte der Wiener Akademie **125**, S. 221—240. (1916).

[7] „Über eine besondere Art ebener konvexer Körper". Leipziger Berichte **68**, S. 123—128. (1916).

[8] „Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten". Leipziger Berichte **69**, S. 262—277. (1917).

[9] „Über affine Geometrie XVI: Die Grundgleichungen der affinen Flächentheorie". Leipziger Berichte **70**, S. 91—107. (1918).

[10] „Über affine Geometrie XVII: Zur Affingeometrie der Regelflächen". Leipziger Berichte **70**, S. 147—155. (1919).

[11] „Über lineare Funktionaltransformationen und Funktionalgleichungen". Anzeiger der Wiener Akademie **56**, S. 189 und Sitzungsberichte der Wiener Akademie (2) **128**, S. 1083—1121. (1919).

[12] „Über die Randwertaufgaben beim logarithmischen Potential". Anzeiger der Wiener Akademie **56**, S. 190 und Sitzungsberichte der Wiener Akademie (2) **128**, S. 1123—1167. (1920).

[13] „Lineare Scharen orthogonaler Matrizen". Hamburger Abhandlungen **1**, S. 1—14. (1921).

[14] „Mengen konvexer Körper, die einen gemeinsamen Punkt enthalten". Mathematische Annalen **83**, S. 113—115. (1921).

[15] „Über die Bestimmung einer Riemannschen Metrik aus dem Krümmungstensor". Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung **30**, S. 76 (1921).

[16] „Zur Behandlung geschlossener Extremalen in der Variationsrechnung". Hamburger Abhandlungen **1**, S. 195—205, (1922) und **4**, S. 13—14. (1926).

[17] „Über statische Gravitationsfelder". Hamburger Abhandlungen **1**, S. 268—280. (1922).

[18] „Geometrie und Raumvorstellung". Naturwissenschaften **12**, 2 S. (1924).

[19] „Zur Riemannschen Geometrie". Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung **33**, S. 95—96. (1925).

[20] „Hermann Rothe †". Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung **35**, S. 172—175. (1926).

[21] „Mechanische Herleitung des Parallelismus von T. Levi-Civita". F. Kleins Vorlesungen über höhere Geometrie (bearbeitet und herausgegeben von W. Blaschke), S. 331—346, Springer-Verlag, 1926.

[22] „Über die Differentialgleichungen von Monge. Ihre Beziehungen zur Theorie der partiellen Differentialgleichung erster Ordnung und zur Variationsrechnung". F. Kleins Vorlesungen über höhere Geometrie (bearbeitet und herausgegeben von W. Blaschke), S. 367—379, Springer-Verlag, 1926.

[23] „Über konforme Geometrie IV: Abbildung zweier Flächen aufeinander". Hamburger Abhandlungen **4**, S. 225—231. (1926).

[24] „Über konforme Geometrie V: Neue Kennzeichnung der zyklischen Kurvennetze". Hamburger Abhandlungen **4**, S. 313—320. (1926).

[25] „Mathematik und Wirklichkeit". Erlanger Sitzungsberichte **58/59**, S. 181—190. (1926/1927).

[26] „Über die Oszillationstheoreme der konjugierten Punkte beim Problem von Lagrange". Münchner Sitzungsberichte **1927**, S. 243—257.

[27] „Über konforme Geometrie VI: Kurvennetze auf Flächen und im Raume von Riemann". Hamburger Abhandlungen **5**, S. 45—53. (1927).

[28] „Bestimmung einer Riemannschen Metrik durch Krümmungseigenschaften". Monatshefte für Mathematik **35**, S. 9—24. (1928).

[29] „Zum Problem von Lagrange". Vier Vorträge, gehalten im Mathematischen Seminar der Hamburger Universität. 7.—24. Juli 1928. Hamburger Abhandlungen **6**, S. 273—299. (1928).

[30] Lösung einer Aufgabe, gestellt im Jahresbericht DMV. **43** (1933). Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung **44**, S. 20—22. (1934).

[31] „Restausdrücke bei Interpolations- und Quadratformeln durch bestimmte Integrale". Monatshefte für Mathematik und Physik **42**, S. 389—396. (1935).

[32] „Annäherung konvexer Körper durch analytisch begrenzte". Monatshefte für Mathematik und Physik **43**, S. 340—344 (1936).

[33] „Singuläre Variationsprobleme". Jagresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung **47**, S. 220—232. (1937).

[34] „Bewegungsinvariante Variationsprobleme, betreffend Kurvenscharen". Hamburger Abhandlungen **12**, S. 70—82. (1938).

[35] „Ein Satz der Matrizenrechnung und seine Bedeutung für die Analysis". Monatshefte für Mathematik und Physik **48**, S. 198—204. (1939).

[36] „Über Tschebyscheff-Netze auf Drehflächen und eine Aufgabe der Variationsrechnung". Mitteilungen der Mathematischen Gesellschaft Hamburg

8/II, S. 147—151. (1940).

[37] „Ein einfacher Beweis für die Halbstetigkeit der Integrale der Variationsrechnung auf starken Extremalen". Mathematische Annalen **119**, S. 205—209. (1944).

[38] „Wilhelm Wirtinger", Nachruf. Almanach der Öst. Akademie d. Wiss. **95**, S. 336—346. (1945).

[39] „Zur mechanischen Kubatur". Monatshefte für Mathematik **52**, S. 286—300. (1948).

[40] „Über geschlossene Extremalen und eine einfache Herleitung der isoperimetrischen Ungleichungen". Annali di Matematica pura ed applicata, Serie IV, Bd. **XXIX**, S. 315—320. (1949).

[41] "Godfrey Harald Hardy", Nachruf. Almanach der Öst. Akademie d, Wiss. **99**, S. 313—316. (1949).

[42] "Constantin Carathéodory", Nachruf. Almanach der Öst. Akademie d. Wiss. **100**, S. 323—328. (1950).

[43] „Zur Polynomentwicklung rationaler Funktionen". Mathematische Nachrichten **4**, S. 156—157. (1950/1951).

[44] „Gleichgewicht und Stabilität gespannter Netze". Archiv der Mathematik **5**, S. 309—316. (1954).

[45] „Mathematik und Naturerkenntnis". Inaugurationsvortrag, gehalten am 18. November 1954 anläßlich der Übernahme des Rektorates der Universität Wien. Wien 1954.