

d. h. von $d^2 m = d_1^2 m_1 \leq 2N$, $d > 0$, $d_1 > 0$. Sei $\delta = (d, d_1)$; dann folgt für diese Lösungszahl

$$\begin{aligned} \sum_{v \leq N} f_n^2(v) &\ll \sum_{d < D} \sum_{d_1 \leq (2N)^{1/2}} \frac{2N}{d^2} / \frac{d_1^2}{(d, d_1)^2} \ll N \sum_{d > D} \frac{1}{d^2} \sum_{\delta | d, m=1}^{\infty} \frac{1}{\delta^2 m^2} \cdot \delta^2 \ll \\ &\ll N \sum_{d > D} \frac{\tau(d)}{d^2} \ll N \frac{\log D}{D} \ll N D^{-1+\varepsilon'}. \end{aligned}$$

Für festes n und n_1 ist die Lösungszahl von $d^2 m - n^2 = d_1^2 m_1 - n_1^2$, $d, d_1 < D$, $d^2 m, d_1^2 m_1 \leq 2N$ nicht größer als

$$\sum_{v \leq N} f_n(v) f_{n_1}(v) \leq \{ \sum f_n^2(v) \sum f_{n_1}^2(v) \}^{1/2} \ll N D^{-1+\varepsilon'}$$

Summation über $n, n_1 \leq \lambda$ gibt also

$$\sum_{q \leq N} \{ \quad \}^2 \ll \lambda^2 N D^{-1+\varepsilon'}$$

und man erhält

$$\sum_{q \leq N} \{ A(\lambda, q) - A_q \lambda \}^2 \ll \lambda^2 N D^{-1+\varepsilon'} + N D^{2+2\varepsilon'} + N \lambda^2 D^{-2+2\varepsilon'}.$$

Sei nun B die Anzahl der quadratfreien $q \leq N$ mit $A(\lambda, q) = 0$. Wegen $A_q > A > 0$ gilt also $B \lambda^2 \ll \lambda^2 N D^{-1+\varepsilon'} + N D^{2+2\varepsilon'} + N \lambda^2 D^{-2+2\varepsilon'}$.

Wir setzen $D = 1/\varepsilon^2$, $\lambda = 1/\varepsilon^3$ und finden

$$B \ll N \varepsilon^{2-2\varepsilon'} + N \varepsilon^{-4-4\varepsilon'} \varepsilon^6 \ll N \varepsilon \text{ für } \varepsilon' < 1/4.$$

Zusatz bei der Korrektur: Satz 3 gilt auch, wenn n^2 durch n^k , $k > 0$, ganz, ersetzt wird und q alle Zahlen $\leq N$ durchläuft (mit Ausnahme von höchstens εN solchen Zahlen). Mit $2'$ an Stelle von n^k scheint die Richtigkeit jedoch schwer zu entscheiden zu sein.