

ERRATA

zu der Arbeit

VERALLGEMEINERUNGEN EINES SATZES VON H. STEINHAUS

W. Sander

manuscripta math. 18. 25-42 (1976)

Herrn Kevin Smith bin ich dankbar für den Hinweis, daß Satz 1 in der vorliegenden Form nicht korrekt ist :

(I) In Teil (IV) dieses Beweises (Seite 35) ist i.a.

$$T(U_n \times B) = \{(x, f(x, y)) : x \in U_n \wedge y \in B\} \neq$$

$$\{(x, f(x', y)) : x, x' \in U_n \wedge y \in B\} = U_n \times f(U_n \times B).$$

(II) Ebenfalls ist in Teil (IV) nicht gewährleistet, daß

$\int_Z g_n(t) d\lambda(t) < \infty$ ist. Diese Tatsache wird gebraucht, um in Teil (V) den Satz von der majorisierten Konvergenz anzuwenden.

Eine Zusatzvoraussetzung in Satz 1 und eine geringfügige Änderung von Definition 6 ermöglichen die Übernahme der vorliegenden Beweisstruktur.

(1) In Satz 1 [Satz 2] fordere man zusätzlich, daß ϕ ($\mathcal{G}(X) \times \mathcal{G}(Z)$, $\mathcal{L}(Y)$)-meßbar [ψ ($\mathcal{L}(Y) \times \mathcal{L}(Z)$, $\mathcal{G}(X)$)-meßbar] ist und ersetze auf Seite 35 die Zeilen 1 bis 5 durch :

Ist T die durch $T(x, y) := (x, f(x, y))$ definierte Funktion aus $\mathcal{F}(X \times Y, X \times Z)$, so ist $T(U_n \times B)$ wegen $T(U_n \times B) = (U_n \times Z) \cap \phi^{-1}(B)$ für alle $n \in \mathbb{N}$ $\mu \times \lambda$ -meßbar.

(2) Auf Seite 29 ersetze man in der Definition 6, Zeile 24 und 25, das Wort " Ungleichung " durch " Gleichung " und die beiden Zeichen " $>$ " durch zwei Gleichheitszeichen.

Daher tritt im Beweis von Satz 1 auf Seite 34 in Zeile 26 und auf Seite 35 in den Zeilen 11 und 16 an die Stelle des Zeichens " $>$ " ein Gleichheitszeichen.

Wegen der erfolgten Änderungen in Satz 1 ist die Aussage von Korollar 1 richtig, wenn zusätzlich vorausgesetzt wird, daß ϕ [bzw. ψ] $(\mathcal{L}(X) \times \mathcal{L}(X), \mathcal{L}(X))$ -meßbar ist.

Korollar 2 bis Korollar 4 bleiben unverändert, denn zum einen gilt $\mathcal{L}(X) \times \mathcal{L}(X) = \mathcal{L}(X \times X)$ (X besitzt eine abzählbare Basis), zum andern ist die durch $T(x,y) := (x, x \cdot y)$ definierte Funktion aus $\mathcal{F}(G \times G, G \times G)$ wegen $(\mu \times \mu)T(C \times D) = \mu C \cdot \mu D = (\mu \times \mu)(C \times D)$ für $C, D \in \mathcal{L}(G)$ $\mu \times \mu$ -maßerhaltend.

(III) Die Aussage von Satz 3 [Satz 4] bleibt richtig, wenn man zusätzlich die Bedingung $\mathcal{L}(X) \times \mathcal{L}(Z) = \mathcal{L}(X \times Z)$ [$\mathcal{L}(Y) \times \mathcal{L}(Z) = \mathcal{L}(Y \times Z)$] fordert und auf Seite 40 die Zeilen 3 bis 5 ersetzt durch :

Ist $T \in \mathcal{F}(U_2 \times V_2, X \times Z)$ die durch $T(x,y) := (x, f(x,y))$ definierte Funktion, so liegt $T(O_n \times B_1)$ wegen $\mathcal{L}(X) \times \mathcal{L}(Z) = \mathcal{L}(X \times Z)$ und $T(O_n \times B_1) = (O_n \times W) \cap \phi_P^{-1}(B_1)$ für alle $n \in \mathbb{N}$ in $\mathcal{L}(X) \times \mathcal{L}(Z)$.

Bemerkung: M.E.Kuczma teilte mir brieflich mit, daß sein Hauptergebnis in [10] dahingehend verbessert wurde, daß die Bedingungen der lokalen Kompaktheit und abzählbaren Basis von X überflüssig sind. Daher erhält man durch eine Kombination dieses Resultats in [10] und Korollar 1 das folgende Korollar 2' (Der schwierige Nachweis, daß ψ^Z und ϕ^Z für alle $z \in X$ μ -maßerhaltende Abbildungen sind, wird in [10] erbracht).

KOROLLAR 2'. Ist $(X, \mathcal{L}(X), \bar{\mu}, \mu)$ ein Hausdorff-Raum mit einem äußeren Maß $\bar{\mu}$ und einem Borel-Maß μ , $f \in \mathcal{C}(X \times X, X)$ und

- (a) ist X σ -endlich,
- (b) ist $\bar{\mu}$ von außen regulär und μ streng regulär,
- (c) ist f global auflösbar und $(\mathcal{L}(X) \times \mathcal{L}(X), \mathcal{L}(X))$ -meßbar,
- (d) sind f_x und f^y μ -maßerhaltend für alle $x, y \in X$,
- (e) sind ϕ und ψ $(\mathcal{L}(X) \times \mathcal{L}(X), \mathcal{L}(X))$ -meßbar,
- (f) ist $A \in \mathcal{M}_2(X)$ und $B \in \mathcal{M}_3(X)$,

dann enthalten $f(A \times B)$ und $f(B \times A)$ nicht leere offene Mengen.

Wolfgang Sander
Institut C für Mathematik
Technische Universität Braunschweig
Pockelsstr. 14
D 33 Braunschweig

(Eingegangen am 31. August 1976)