Math. Zeitschr. 105, 399–400 (1968)

Berichtigung zu

Zum Darstellungssatz für Siegelsche Modulformen

Math. Zeitschr. **102**, 30–43 (1967)

HELMUT KLINGEN

Auf Grund verschiedener Anfragen bezüglich des Beweises von Satz 2 der oben genannten Arbeit möchte ich die folgenden Ausführungen machen, welche eine zumindest unvollständige frühere Argumentation berichtigen. Es handelt sich um den Nachweis von

$$\Phi E_{n,r}^{k}(*,f)=\begin{cases} E_{n-1,r}^{k}(*,f) & \text{für} \quad 0\leqq r<n \\ 0 & \text{für} \quad r=n \end{cases}$$

und gerades $k>n+r+1$. Diese Aussage ist in Formel (12) der Arbeit enthalten bzw. trivial in den Fällen $n=1$ oder $r=n$. Es sei nun $n>1$ und $r<n$. Wegen der gleichmäßigen Konvergenz der Eisensteinreihen in Vertikalstreifen kann der Φ-Operator gliedweise angewendet werden. Ist $M\in\mathfrak{C}_{n,n-1}$, so hängt das allgemeine Reihenglied für $Z=\begin{pmatrix} Z_1 & 0 \\ 0 & i\lambda \end{pmatrix}$ nicht von λ ab. Die Gesamtheit dieser Glieder ergibt

$$\sum_{M:\ \mathfrak{C}_{n,r}\cap\mathfrak{C}_{n,n-1}\backslash\mathfrak{C}_{n,n-1}} f(M\langle Z\rangle^{*})\, M\{Z\}^{-k}=E_{n-1,r}^{k}(Z_1,f).$$

Es bleibt zu zeigen, daß die restlichen Reihenglieder der Eisensteinreihe von dem Φ-Operator annulliert werden. Unter Verwendung der Majorante $G_{n,r}^{k}$ genügt hierzu der Nachweis von

$$\lim_{\lambda\to\infty}\det(\operatorname{Img} M\langle Z\rangle^{*})\,|M\{Z\}|^{2}=\infty, \qquad Z=\begin{pmatrix} Z_1 & 0 \\ 0 & i\lambda \end{pmatrix}$$

für jedes $M\in\Gamma_n$ mit $\mathfrak{C}_{n,r}\,M\cap\mathfrak{C}_{n,n-1}=\emptyset$. Setzt man $Z_1=X_1+iY_1$,

$$C=\begin{pmatrix} * & * \\ C_1 & \mathfrak{c} \end{pmatrix}, \quad D=\begin{pmatrix} * & * \\ D_1 & \mathfrak{d} \end{pmatrix}, \quad H=Y_1[C_1']+Y_1^{-1}[X_1 C_1'+D_1']$$

mit Matrizen C_1, D_1 von $n-r$ Zeilen und $n-1$ Spalten, so wird explizit

$$\det(\operatorname{Img} M\langle Z\rangle^{*})\,|M\{Z\}|^{2}=\lambda\det(Y_1)\det(H+\lambda\,\mathfrak{c}\,\mathfrak{c}'+\lambda^{-1}\,\mathfrak{d}\,\mathfrak{d}').$$

Da Rang $\mathfrak{d}\,\mathfrak{d}'\leqq 1$ ist, steht rechts ein Polynom in λ. Die obige Grenzwertrelation ist also wahr, sofern dieses Polynom positiven Grad besitzt. Angenommen sein Grad sei Null; dann ist sein Wert eine positive reelle Konstante gemäß der Bedeutung der linken Seite der letzten Gleichung. Die Abschätzung

$$\lambda \det(Y_1) \det(H + \lambda \mathfrak{c} \mathfrak{c}' + \lambda^{-1} \mathfrak{d} \mathfrak{d}') \geqq \lambda \det(Y_1) \det(H)$$

zeigt zunächst $\det(H) = 0$. Folglich ist $(C_1 D_1)$ nicht von Maximalrang. Indem man also von links mit einer geeigneten unimodularen Matrix multipliziert, d.h. indem man über M in seiner Restklasse modulo $\mathfrak{C}_{n,r}$ geeignet verfügt, kann man annehmen, daß die letzte Zeile von $(C_1 D_1)$ verschwindet. Bezeichnet man noch mit c bzw. d das letzte Element der Spalte $\mathfrak{c}$ bzw. $\mathfrak{d}$, so ergibt sich unter Verwendung der Symmetrie von CD'

$$d\mathfrak{c} = c\mathfrak{d}.$$

Wäre $c \neq 0$, so würde

$$\det(\operatorname{Img} M\langle Z\rangle^*) \, |M\{Z\}|^2 = \lambda \det(Y_1) \det\left(H + \left(\lambda + \frac{1}{\lambda}\left(\frac{d}{c}\right)^2\right) \mathfrak{c} \mathfrak{c}'\right)$$

folgen, und dieses Polynom in λ hätte die Nullstelle $i\,d\,c^{-1}$ im Widerspruch zu der früheren Feststellung. Somit ist auch $c = 0$, das heißt $\mathfrak{C}_{n,r} M \cap \mathfrak{C}_{n,n-1} \neq \emptyset$.

Prof. Dr. H. Klingen
Mathematisches Institut der Universität
78 Freiburg i. Br., Hebelstraße 40

(Eingegangen am 22. Mai 1968)