

ÉTUDE DE LA POSITION DE LA LUNE SUR CHAMP STELLAIRE

G. SOULIE

Service d'Astrométrie Photographique, Observatoire de Bordeaux, France

Received 15 May, 1970

Abstract. In order to improve our knowledge of the astronomical constants, great interest must be paid to accurate positions of major planets and their satellites. Likewise, accurate astrometry of the Moon on stellar background is essential to determine the ephemeris time. Both programs are pursued by Bordeaux Observatory.

Les positions précises des grosses planètes et de leurs satellites sont d'un grand intérêt pour l'amélioration des constantes astronomiques.

D'autre part, il est non moins important d'obtenir la position de la Lune dans un champ d'étoiles, pour l'étude du temps des éphémérides, et pour l'amélioration de la théorie de son mouvement.

Des résultats satisfaisants, obtenus précédemment dans l'étude de la position de nébuleuses extra-galactiques, de petites planètes, et de comètes, observées au même instrument et réduites à l'aide de la même méthode sur un ordinateur, nous ont encouragés à appliquer le même procédé à ces nouveaux objets.

Il semble que le travail d'astrométrie photographique le plus ancien relatif à la Lune, fut effectué durant les années 1911, 1912, et 1913 par Russell et Fowler (1913). Le procédé utilisé étant le suivant :

L'appareil employé était le télescope de Metcalf d'ouverture utile de 40 cm et de focale 217.5 cm. L'ouverture étant réduite à 8.8 cm, un disque de 12.5 cm placé à 263 cm devant l'objectif cachant la lumière venant de la Lune. Une exposition de 10 m permettait de fixer l'image des étoiles du champ.

Au temps central de cette pose, le disque de protection était effacé durant 0.2 à 0.4 sec permettant de projeter l'image de la Lune sur le cliché. Par la suite, un réseau standard de 0.5 cm était photographié sur le cliché.

Aucun guidage n'était fait durant l'observation.

Le procédé le plus moderne est celui qui utilise la camera lunaire de Markowitz (1960). Ce procédé est de par ailleurs bien connu.

La méthode employée à Bordeaux, est une extrapolation de la méthode utilisée pour l'étude des positions des grosses planètes et de leurs satellites. Les mêmes idées ont dirigé la recherche : à savoir ne gêner en rien l'emploi de l'astrographe dans son travail général en cours de nuit, et éviter de produire une lustration violente de certaines plages de la gélatine, ceci afin d'éviter des déformations imprévisibles.

L'appareil utilisé est l'équatorial photographique dit de 'la carte du ciel'. L'ouver-

ture utile de l'objectif est de 33 cm et sa distance focale de 342 cm. L'achromatisme est réalisé pour la raie G du spectre solaire. L'entraînement de l'équatorial est réalisé électroniquement et peut être considéré comme ayant une grande précision.

Les surfaces sensibles sont du type IIa0 de la firme Kodak Eastman, elles sont sur support verre de 16/16 cm. Leur sensibilité est de l'ordre de 300° ASA et de grain très moyen.

Le procédé photographique utilise le révélateur D 19 préconisé par la firme Kodak. L'accutance des images est bonne. L'obtention d'une accutance meilleure due entre autre à la diminution des dimensions des grains d'argent réduit, qui pourrait être obtenue par l'usage de révélateurs dit 'à grains fins' n'est pas recommandable. En effet, la dissolution de certains grains par ces bains peut être nuisible à la précision de la mesure.

Un micro rupteur lié à l'ouverture du volet obturateur permet d'inscrire les temps d'exposition sur un chronographe Gauthier à la précision du $\frac{1}{100}$ de sec.

L'image de la Lune est photographiée à travers un filtre neutre de densité suffisante pour rabaisser la quantité de lumière qui le traverse à la valeur de celle des étoiles de repère durant le même temps.

Des essais effectués, il ressort que, vu la rapidité des surfaces sensibles employées, une exposition de 10 sec est suffisante pour obtenir des images mesurables d'étoiles de repère jusqu'à la magnitude 9.

Le déplacement de la Lune est très sensible pendant ce temps de 10 sec, il est donc nécessaire de guider sur la Lune elle-même. Cela s'obtient en gardant l'image d'un pic, choisi près du centre de la Lune, au centre du réticule. Pour éviter une opération de rappel trop précaire, la vitesse d'entraînement en AR est contrôlée par une résistance variable insérée dans le système électronique au gré de l'observateur. L'image étant dès lors fixée en AR , il ne reste plus que le rappel en D , ce qui ne pose aucun problème particulier.

La mesure des positions des objets sur les plaques est faite à l'aide d'une machine de la maison Carl Zeiss de Iéna. Chaque objet est mesuré en position normale et en rotation de 90° par deux personnes.

La moyenne des quatre mesures en x et y obtenues donne les coordonnées rectangulaires de l'objet.

La machine indique le millièbre de millimètre et permet d'apprécier le dix-millièbre.

Le graticule de cette machine comporte plusieurs traits formés en carrés concentriques, ce qui permet de centrer au mieux l'image de l'objet mesuré.

Le plus petit carré du graticule a un côté qui correspond, par rapport à la focale de l'astrographe, à 4" d'arc.

Dans le cas d'une étoile, l'image vue dans la machine est la suivante (Figure 1).

Pour la Lune et, en vue de la détermination du centre, il est mesuré un certain nombre de points du limbe, déterminés par les intersections de l'image du limbe et de l'image de fils de nylon de $\frac{6}{100}$ mm disposés radialement dans le porte filtre. La mesure s'effectue en centrant l'intersection fil-limbe à l'intérieur du petit carré, (Figure 2).

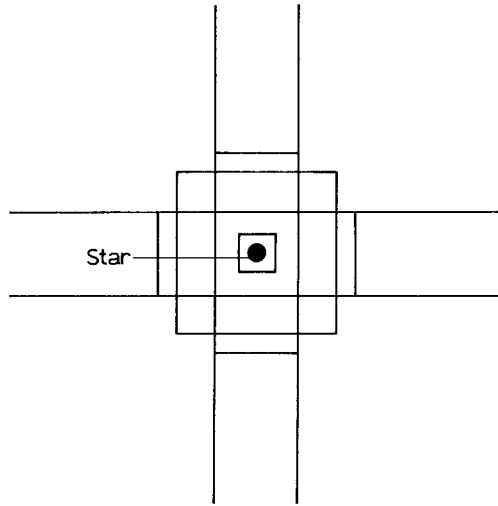


Fig. 1.

Il était obligatoire que la mise en œuvre de ces filtres ne dérange en rien l'utilisation ordinaire de l'astrographe en cours de nuit d'observation.

Les lames filtrantes du type Wratten neutre, d'un diamètre de 38 mm et d'une épaisseur de $\frac{1}{10}$ mm sont portés par des chassiss ajustés au $\frac{1}{100}$ mm qui s'insèrent sans complication de montage à l'intérieur des chassiss porte-plaques. L'opération s'effectue aussi rapidement et aussi facilement que la mise en place de la surface sensible.

Plusieurs porte filtres ont été prévus pour contenir des lames filtrantes de différentes densités, utilisées en fonction de la phase lunaire au moment de l'observation. Phase variant du croissant à un jour avant la pleine Lune et réciproquement.

L'étude de la position d'étoiles brillantes observées à l'aide de ces lames filtrantes, prouve que l'interposition de tels filtres n'introduit pas d'erreurs dans la position de leurs images.

La réduction des clichés utilise un organigramme de calcul valable pour tous les clichés exploités dans le service: astéroïdes, comètes, planètes, ou Lune.

Les étoiles de repère, entre 16 et 30 suivant les clichés sont, ainsi que les points du limbe, au nombre compris entre 15 et 18, mesurés sur la machine Zeiss. Les coordonnées équatoriales des étoiles pour 1950,0 tirées du catalogue SAO sont corrigées des mouvements propres pour le jour de l'observation.

Ces données introduites dans l'ordinateur 1620 IBM permettent de calculer les XY standard à l'aide des formules suivantes:

$$X = (\cos \delta \cdot \sin(\alpha - \alpha_0)) / (\sin \delta \cdot \sin \delta_0 + \cos \delta \cdot \cos \delta_0 \cdot \cos(\alpha - \alpha_0)) \cdot \sin 1'$$

$$Y = (\cos \delta_0 \cdot \sin \delta - \sin \delta_0 \cdot \cos \delta \cdot \cos(\alpha - \alpha_0)) / (\sin \delta \cdot \sin \delta_0 + \cos \delta \cdot \cos \delta_0 \cdot \cos(\alpha - \alpha_0)) \cdot \sin 1'$$

dans lesquelles: α_0 et δ_0 sont les coordonnées équatoriales du centre du cliché.

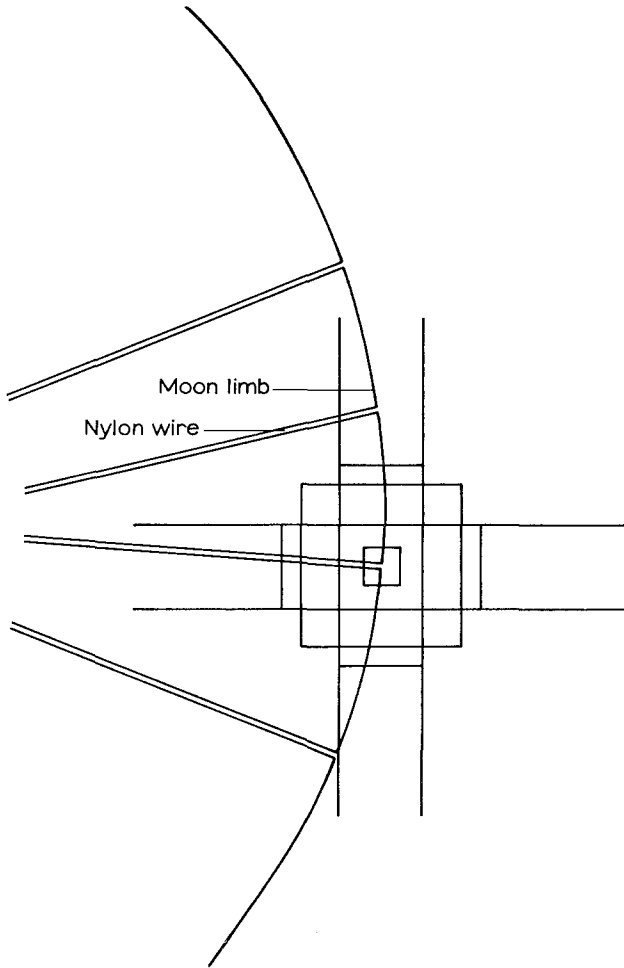


Fig. 2.

La réduction proprement dite utilise la méthode des moindres carrés, par le traitement de n (18 à 25) équations de la forme

$$\begin{aligned} ax + by + c + \alpha x^2 + \beta xy + \gamma y^2 - (X - x) &= 0, \\ a'x + b'y + c' + \alpha'x^2 + \beta'xy + \gamma'y^2 - (Y - y) &= 0, \end{aligned}$$

x et y étant les coordonnées rectangulaires des étoiles de repère obtenues lors de la mesure du cliché.

La solution du système donne les constantes $a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$, en x et $a', b', c', \alpha', \beta', \gamma'$ en y . Ces constantes sont provisoires et servent à calculer pour chaque étoile les résidus en x et y par

$$\begin{aligned} \varrho_x &= (X - x) - ax - by - c - \alpha x^2 - \beta xy - \gamma y^2, \\ \varrho_y &= (Y - y) - a'x - b'y - c' - \alpha'x^2 - \beta'xy - \gamma'y^2, \end{aligned}$$

de même que l' ε_x et l' ε_y du cliché par :

$$\varepsilon_x = \sqrt{\frac{\sum \varrho_x^2}{n-6}}, \quad \varepsilon_y = \sqrt{\frac{\sum \varrho_y^2}{n-6}};$$

n étant le nombre d'équations traitées et 6 le nombre d'inconnues.

Le calcul est alors repris une deuxième fois et une troisième fois en comparant la valeur absolue des résidus en x et y de chaque étoile au double de l' ε correspondant. L'étoile dont le résidu est supérieur à ces valeurs est éliminée. De nouvelles constantes sont ainsi déterminées.

A la fin du cycle, les constantes définitives permettent de calculer les X_0, Y_0 standard de chaque point du limbe lunaire.

Cette méthode permet de traiter ces points comme des objets indépendants en tenant compte de l'inclinaison de la surface sensible, de l'échelle, et de la réfraction.

Les coordonnées rectangulaires des points du limbe introduites dans ces dernières équations sont les coordonnées mesurées sur le cliché, corrigées des effets dus aux effets de bord.

Un calcul du centre lunaire provisoire effectué sur une machine Programma 101 permet d'utiliser le procédé préconisé dans les tables de Watts.

Le programme de calcul suivant permet de calculer les coordonnées équatoriales du centre de la Lune pour 1950,0 :

Les X_c, Y_c provisoires mais très rapprochés sont calculés de la façon suivante :

Pour chaque point, les équations suivantes

$$(X_0 - X_c)^2 + (Y_0 - Y_c)^2 = R^2$$

sont développées et soustraites deux à deux :

$$X_0^2 + X_c^2 - 2X_0X_c + Y_0^2 + Y_c^2 - 2Y_0Y_c = R^2;$$

soit $n-1$ équations de la forme

$$X_c(-2(X_{0i} - X_{0j})) + Y_c(-2(Y_{0i} - Y_{0j}) + (X_{0i}^2 + Y_{0i}^2 - X_{0j}^2 - Y_{0j}^2)) = 0,$$

qui traitées par la méthode des moindres carrés donne X_c, Y_c très rapprochés.

En reprenant l'équation

$$(X_0 - X_c)^2 + (Y_0 - Y_c)^2 = R^2$$

il est nécessaire que X_c, Y_c et R soient tels que la somme des carrés des résidus soit minimum.

Si R est la distance radiale d'un point mesuré (x, y) au cercle vrai, nous avons, en négligeant les termes du second ordre,

$$2R\delta R = (X_0 - XC)^2 + (Y_0 - YC)^2 - R^2,$$

dans laquelle XC, YC sont les coordonnées rectangulaires définitives du centre, telles que

$$XC = X_c + \frac{1}{2}a \quad \text{et} \quad YC = Y_c + \frac{1}{2}b \quad R = R_c + (c/2R_c).$$

De ceci, il vient les équations de condition de la forme suivante:

$$a(X_0 - X_c) + b(Y_0 - Y_c) + c = (X_0 - X_c)^2 + (Y_0 - Y_c)^2 - \bar{R}^2$$

Les constantes a, b, c sont déduites de ces équations par la méthode classique.

Les constantes ainsi calculées permettent de calculer les XC, YC provisoires qui donnent les résidus de chaque équation de conditions par

$$a(X_0 - X_c) + b(Y_0 - Y_c) + c - (X_0 - X_c)^2 - (Y_0 - Y_c)^2 + \bar{R}^2,$$

et ensuite l' ε de la résolution par

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum \rho^2}{n-3}},$$

dans laquelle n est le nombre d'équations et 3 le nombre d'inconnues.

Le calcul est repris de la même manière mais les points du limbe correspondant à une équation de condition ayant un résidu plus grand ou égal au double de l' ε sont éliminés.

Les XC, YC standard définitifs ainsi trouvés servent à calculer les coordonnées équatoriales du centre Lune pour 1950,0 Topocentriques à l'aide des équations suivantes:

$$\begin{aligned} \alpha_{c1950,0} &= (\alpha_0 + \arctg(XC/(\cos \delta_0 - \sin \delta_0 \times YC))), \\ \delta_{c1950,0} &= \arctg(\sin \delta_0 + \cos \delta_0 \cdot YC) / \sqrt{(XC^2 + (\cos \delta_0 - \sin \delta_0 \cdot YC)^2)}, \end{aligned}$$

dans lesquelles α_0, δ_0 sont les coordonnées équatoriales du centre optique du cliché.

Les coordonnées topocentriques du centre lune sont ensuite ramenées au début de l'année d'observation, par exemple 1969,0 à l'aide des formules indiquées par Peters (1934) pour le calcul de ses tables de précession à savoir:

$$\begin{aligned} \alpha(T) &= \alpha + 100P\alpha T + \frac{1}{2} \frac{d^2\alpha}{dT^2} T^2, \\ \delta(T) &= \delta + 100P\delta T + \frac{1}{2} \frac{d^2\delta}{dT^2} T^2, \end{aligned}$$

dans lesquelles

$$\begin{aligned} P\alpha &= \frac{1}{100} m_1 + \frac{1}{100} n_1 \sin \alpha \operatorname{tg} \delta; & P\delta &= \frac{1}{100} n_1 \cos \alpha; \\ \frac{1}{2} \frac{d^2\alpha}{dT^2} &= m^2 + \frac{1}{4} n_1^2 \sin 2\alpha + (n_2 \sin \alpha + n_1 \xi_1 \cos \alpha) \operatorname{tg} \delta + (\frac{1}{2} n_1^2 \sin 2\alpha) \operatorname{tg}^2 \delta, \\ \frac{1}{2} \frac{d^2\delta}{dT^2} &= -n_1 \xi_1 \sin \alpha + n_2 \cos \alpha - (\frac{1}{4} n_1^2 + \frac{1}{4} n_1^2 \cos 2\alpha) \operatorname{tg} \delta, \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} m_1 &= 4609''903 & n_1 &= + 2004''258 & \xi_1 &= 2304''952 \\ m_2 &= 1''397 & n_2 &= - 0''427 & \xi_2 &= 0''302. \end{aligned}$$

Les positions trouvées sont ensuite réduites 'au jour' par la méthode et à l'aide

des formules indiquées dans la 'Connaissance des Temps', soit

$$\begin{aligned} \Delta\alpha_0 &= f + g \sin(G + \alpha_0) \operatorname{tg} \delta_0 + h \sin(H + \alpha_0) \sin \delta_0 \\ &\quad + f' + g' \sin(G' + \alpha_0) \operatorname{tg} \delta_0, \\ \Delta\delta_0 &= g \cos(G + \alpha_0) + h \cos(H + \alpha_0) \sin \delta_0 + i \cos \delta_0 + g' \cos(G' + \alpha_0). \end{aligned}$$

Le dernier calcul à intervenir consiste à passer du référentiel Topocentrique au référentiel Géocentrique.

Ceci s'obtient toujours sur ordinateur à l'aide du formulaire indiqué dans 'Explanations of American Ephemerides' (1961).

Soient:

α et δ les coordonnées équatoriales topocentriques du centre Lune calculées par les méthodes précédentes.

π = la parallaxe de la Lune calculée pour l'instant d'observation à l'aide des tables de l'American Ephemerides.

La variable auxiliaire

$$g = \varrho \cos \varphi' \cos \delta_c \cos(ts - \delta_c) + \varrho \sin \varphi' \sin \delta_c,$$

dans laquelle $\varrho \cos \varphi'$ et $\varrho \sin \varphi'$ sont les constantes terrestres de l'observatoire permet de calculer la valeur approchée de

$$G_0 = 1 + g \sin \pi + 0,5(1 + g^2 \sin^2 \pi),$$

ainsi que les valeurs provisoires

$$\begin{aligned} a &= \cos \delta_c \cdot \sin(ts - \alpha_c), \\ b &= \cos \delta_c + \cos(ts - \alpha_c) + G_0 \varrho \cos \varphi' \sin \pi, \\ c &= \sin \delta_c + G_0 \sin \pi \varrho \sin \varphi', \end{aligned}$$

permettent de calculer la valeur meilleure

$$G_1 = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

qui, réintroduite dans le calcul précédent donne les valeurs successives G_2, G_3 , jusqu'à ce que la valeur de G , ne varie plus.

Les valeurs définitives de a, b, c , permettent de calculer les coordonnées Géocentriques du centre Lune par:

$$\begin{aligned} AR &= (T_s - \operatorname{arctg}(a/b)), \\ D &= \operatorname{arctg}(c/\sqrt{a^2 + b^2}), \end{aligned}$$

dans lesquelles T_s est le temps sidéral local d'observation.

Ces valeurs sont celles publiées et servent à obtenir les $o-c$ avec les valeurs correspondantes interpolées dans les tables de l'American Ephemerides.

Plusieurs séries de clichés ont été déjà réduites et publiées. Un grand nombre

d'observations à l'aide de ce procédé seront sans doute nécessaires pour déterminer la précision maximum que l'on peut espérer en attendre.

Pour terminer, je citerai la conclusion adoptée dans les annals of Harvard Observatory le 19 juin 1911, comme étant toujours valable.

“La méthode photographique, en regard de ces premiers essais donne les résultats quelque peu supérieurs à ceux d'observations méridiennes les plus précises.

“Il est raisonnable d'espérer une amélioration de la précision en développant la méthode ... les erreurs dues aux irrégularités du limbe diminuées en augmentant le nombre de points mesurés et une meilleure connaissance des positions des étoiles de repère.

“La méthode photographique possède aussi deux grands avantages, les erreurs sont pour la plus grande part différentes en nature et en origine de celles des observations méridiennes et, l'observation peut être faite sur de grandes marges d'angle horaire.

“Il semble par conséquent valable d'utiliser ses possibilités en essayant d'augmenter notre connaissance du mouvement de la Lune...”

Références

- H.M.N.A.O.: 1961, Explanatory Supplement to the Astronomical Ephemeris and the Nautical Almanac, London.
- Markowitz, W.: 1960, 'The Photographic Zenith Tube and the Dual-Rate Moon-Position Camera', in *Telescopes* (ed. by G. P. Kuiper and B. M. Middlehurst), University of Chicago Press, Chicago.
- Peters, J.: 1934, Veröffentlichungen des astronomischen Rechen-Instituts zu Berlin-Dahlem Nr. 50.
- Russell, H. N. and Fowler, M.: 1913 'Photographic Determinations of the Position of the Moon', in *Ann. Harvard College Observ.* **76**, 126–160.
- Soulie, G. and Pourtau, L.: 1968, 'Positions de grosses Planètes et de leurs satellites et de la Lune', *J. Observateurs* **51**, 315–328.